

УДК 532.529

## ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВСТРЕЧНЫХ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ

П.В. Булат<sup>a</sup>, П.В. Денисенко<sup>b</sup>, Н.В. Продан<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>b</sup> Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания

Адрес для переписки: pavelbulat@mail.ru

### Информация о статье

Поступила в редакцию 20.02.15, принята к печати 26.02.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-346-355

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Булат П.В., Денисенко П.В., Продан Н.В. Интерференция встречных скачков уплотнения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 2. С. 346–355.

### Аннотация

**Предмет исследования.** Рассматривается взаимодействие встречных скачков уплотнения. Необходимость изучения встречных скачков возникает при проектировании современных воздухозаборников внутреннего сжатия, рассчитанных на большие числа Маха, прямооточных воздушно-реактивных двигателей с дозвуковым и сверхзвуковым горением, в несимметричных сверхзвуковых соплах и в ряде других случаев. В некотором смысле данная задача является обобщением случая отражения косоугольного скачка от стенки или от плоскости симметрии. С новой силой интерес к данной задаче проявился с конца 90-х годов прошлого столетия. Это было связано со стартом программ изучения полета с гиперзвуковыми скоростями. Первые же эксперименты, проведенные с воздухозаборниками, в которых реализуется взаимодействие встречных скачков уплотнения, показали, что изменение скорости потока сопровождается резкими скачкообразными перестройками ударно-волновой структуры, возникновением нестационарных и колебательных явлений. С увеличением скорости потока эти неприятные для конструкции летательного аппарата явления становились более выраженными. Причина заключается в том, что существует два принципиально различающихся режима взаимодействия встречных скачков: четырехволновой регулярный и пятиволновой нерегулярный. Переход от одного режима к другому может быть нестационарным скачкообразным или плавным, а также может сопровождаться гистерезисом.

**Основные результаты.** Описаны критерии перехода от регулярного отражения встречных скачков к нерегулярному – критерий фон Неймана и критерий стационарной маховской конфигурации. Описаны области, в которых переход от одного типа отражения к другому возможен только скачком, а также области возможного плавного перехода. Представлены зависимости интенсивности отраженных скачков от интенсивности взаимодействующих встречных скачков. Представлены качественные картины ударно-волновых структур, возникающих при взаимодействии встречных скачков уплотнения. Приведены результаты расчетов интенсивности исходящих газодинамических разрывов – интенсивностей, соответствующих переходу от регулярной интерференции к нерегулярной. Выполнены численные расчеты трансформации ударно-волновой структуры в условиях гистерезиса. Результаты сравнены с экспериментом, выполненным методом гидроанalogии.

**Практическая значимость.** Результаты работы дополняют теорию интерференции стационарных газодинамических разрывов и могут быть использованы при проектировании перспективных образов сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов.

**Ключевые слова:** ударная волна, скачок уплотнения, маховское отражение, встречные скачки уплотнения, ударно-волновые структуры, гистерезис.

## INTERFERENCE OF COUNTERPROPAGATING SHOCK WAVES

P.V. Bulat<sup>a</sup>, P.V. Denisenko<sup>b</sup>, N.V. Prodan<sup>a</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>b</sup> University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom

Corresponding author: pavelbulat@mail.ru

### Article info

Received 20.02.15, accepted 26.02.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-346-355

Article in Russian

**For citation:** Bulat P.V., Denisenko P.V., Prodan N.V. Interference of counterpropagating shock waves. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 346–355. (in Russian)

### Abstract

**The subject of study.** We examined the interaction of counterpropagating shock waves. The necessity of counterpropagating shock waves studying occurs at designing of high Mach number modern internal compression air intakes, Ramjets with

subsonic and supersonic combustion, in asymmetrical supersonic nozzles and in some other cases. In a sense, this problem is a generalization of the case of an oblique shock reflection from the wall or from the plane of symmetry. With the renewed vigor, the interest to this problem emerged at the end of the 90s. This was due to the start of the programs for flight study at hypersonic speeds. The first experiments performed with air intakes, which realized the interaction of counterpropagating shock waves have shown that the change in flow velocity is accompanied by abrupt alteration of shock-wave structure, the occurrence of nonstationary and oscillatory phenomena. With an increase of flow velocity these phenomena undesirable for aircraft structure became more marked. The reason is that there are two fundamentally different modes of interaction of counterpropagating shock waves: a four-wave regular and a five-wave irregular. The transition from one mode to another can be nonstationary abrupt or gradual, it can also be accompanied by hysteresis.

**Main results.** Criteria for the transition from regular reflection of counterpropagating shock waves to irregular are described: the criterion of von Neumann and the stationary Mach configuration criterion. We described areas in which the transition from one reflection type to another is possible only in abrupt way, as well as areas of possible gradual transition. Intensity dependences of the reflected shock waves from the intensity of interacting counterpropagating shocks were given. Qualitative pictures of shock-wave structures arising from the interaction of counterpropagating shock waves were shown. Calculation results of the intensity of outgoing gas-dynamic discontinuities, the intensities corresponding to the transition from regular to irregular interference were described. Numerical calculations of the shock-wave structure transformation in the conditions of hysteresis were performed. The results were compared with the experiments carried out by hydraulic analogy method.

**Practical significance.** Results of the work complement well the theory of stationary gas-dynamic discontinuities interference and can be used at designing of perspective images of supersonic and hypersonic aircraft.

**Keywords:** shock wave, Mach reflection, counterpropagating shock waves, shock-wave structures, hysteresis.

### Введение

Цель статьи – представить основные сведения о проблеме взаимодействия встречных скачков уплотнения. Проще всего представить встречные газодинамические разрывы в одномерном случае, когда ударные волны бегут навстречу друг другу (рис. 1, а). В зависимости от их интенсивности могут возникать различные виды волнового взаимодействия [1]. По аналогии с одномерным случаем встречными косыми скачками уплотнения называются взаимодействующие скачки, которые разворачивают поток в разные стороны (рис. 1, б). Необходимость изучения встречных скачков возникает при проектировании современных воздухозаборников внутреннего сжатия, рассчитанных на большие числа Маха, прямоточных воздушно-реактивных двигателей с дозвуковым и сверхзвуковым горением, в несимметричных сверхзвуковых соплах и в ряде других случаев.

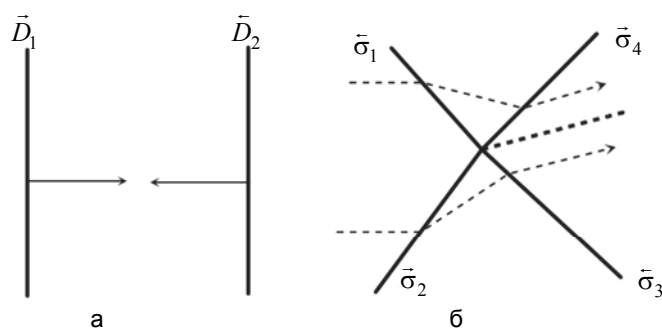


Рис. 1. Встречные газодинамические разрывы: одномерные ударные волны (а); косые скачки уплотнения (б).  $\bar{D}_1$  и  $\bar{D}_2$  – «левая» и «правая» движущиеся ударные волны» соответственно;  $\bar{\sigma}_1$ ,  $\bar{\sigma}_2$  – «левый» и «правый» входящие скачки уплотнения соответственно;  $\bar{\sigma}_3$  и  $\bar{\sigma}_4$  – «левый» и «правый» исходящие скачки уплотнения соответственно;  $t$  – тангенциальный разрыв

В некотором смысле данная задача является обобщением случая отражения косого скачка от стенки или от плоскости симметрии [2]. Отличие заключается в том, что картина течения может быть несимметричной, т.е. взаимодействующие скачки (ударные волны) в общем случае могут иметь разные интенсивности. В результате картины взаимодействия встречных скачков отличаются большим разнообразием, чем в случае отражения волны от стенки. В 1960 г. Молдер [3] разработал аналитическую теорию регулярного взаимодействия встречных ударных волн. Так же, как и в случае отражения скачка от стенки, возможно как регулярное, так и нерегулярное взаимодействие встречных скачков уплотнения [4]. Наибольший вклад в определение областей существования различных регулярных и нерегулярных взаимодействий встречных скачков принадлежит В.Н. Ускову [5] и А.Л. Старых [6]. Алгоритмы, определяющие вид взаимодействия и характер исходящих разрывов, были разработаны А.Л. Адриановым [7] и доведены им до уровня пакета прикладных программ для расчета сверхзвуковых течений с ударными волнами, в котором все газодинамические разрывы выделялись и отслеживались явно.

С новой силой интерес к данной задаче проявился с конца 90-х годов. Это было связано со стартом программ изучения полета с гиперзвуковыми скоростями. Первые же эксперименты, проведенные с воздухозаборниками, в которых реализуется взаимодействие встречных скачков уплотнения, показали, что

изменение скорости потока сопровождается резкими скачкообразными перестройками ударно-волновой структуры, возникновением нестационарных и колебательных явлений. С увеличением скорости потока эти неприятные для конструкции летательного аппарата явления становились более выраженными. Как показал анализ, причина заключается в неоднозначности решений уравнений газовой динамики для регулярного и нерегулярного взаимодействия скачков в некотором диапазоне параметров, что ведет к гистерезису [8] при увеличении и уменьшении числа Маха перед ударно-волновой структурой.

Наибольший вклад в изучение этого феномена внесли сотрудники Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук [9, 10], а также Бен-Дор [11, 12]. Стоит отметить их совместную работу [13], в которой изучались асимметричные случаи взаимодействия встречных скачков. Бен-Дор, Т. Ельперин и Е.И. Васильев изучили с помощью численных методов гистерезис при взаимодействии конических скачков [14].

Несмотря на то, что взаимодействие встречных скачков уплотнения изучается уже более 30 лет, теория до сих пор не закончена. Неясно, является ли классификация ударно-волновых структур, возникающих при взаимодействии встречных скачков, предложенная В.Н. Усковым, исчерпывающей. Каковы критерии перехода от регулярного отражения к нерегулярному? Каково влияние динамических эффектов и наличия возмущения перед волновой структурой и за ней на гистерезис? Все это требует подробного аналитического, численного и экспериментального изучения.

### Модель регулярного взаимодействия встречных скачков уплотнения

Вид интерференции встречных скачков уплотнения  $\bar{\sigma}_1$  и  $\bar{\sigma}_2$ , имеющих различные направления, зависит от их интенсивности  $J_1$  и  $J_2$  соответственно. Если  $J_1$  и  $J_2$  (рис. 1, б) меньше  $J_s$ , соответствующей числу Маха за скачком  $M = 1$ ,

$$J_s = \frac{M^2 - 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{M^2 - 1}{2}\right)^2 + \varepsilon(M^2 - 1) + 1},$$

то течение за приходящими скачками – сверхзвуковое, и в результате их пересечения возникают исходящие скачки  $\bar{\sigma}_3$  и  $\bar{\sigma}_4$ , направления которых противоположны соответствующим приходящим скачкам  $\bar{\sigma}_1$  и  $\bar{\sigma}_2$ . Здесь  $\varepsilon = (\gamma - 1)(\gamma + 1)$ ,  $\gamma$  – показатель адиабаты. Такое взаимодействие называется регулярным. Уравнение интерференции для сверхзвуковых встречных скачков в случае регулярного взаимодействия имеет вид [15]

$$\beta_\sigma(\hat{M}_1, J_4) = -\beta_\sigma\left(\frac{J_1}{J_2} J_4, \hat{M}_2\right) + \beta_\sigma(M, J_1) + \beta_\sigma(M, J_2). \quad (1)$$

Углы отклонения потока на накрест лежащих скачках приблизительно равны  $\beta_3 \approx \beta_1$  и  $\beta_4 \approx \beta_2$  при произвольных интенсивностях приходящих скачков. Это нетрудно показать, используя линейное приближение для приходящих скачков:

$$\Lambda = \ln J = \Gamma(M)\beta, \quad \Gamma(M) = \frac{\gamma M^2}{\sqrt{M^2 - 1}}. \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует, что

$$\Lambda_3 = (a\Lambda_1 + b)\Gamma_3(\hat{M}_1)/\Gamma_2(M),$$

где  $a = \frac{\Gamma_2(M) + \Gamma_4(\hat{M}_1)}{\Gamma_4(\hat{M}_1) + \Gamma_3(\hat{M}_2)}$ ;  $b = \frac{\Gamma_4(\hat{M}_1) - \Gamma_2(M)}{\Gamma_4(\hat{M}_1) + \Gamma_3(\hat{M}_2)}$ .

Используя линейные зависимости между  $\Lambda_i$  и  $\beta_i$ ,

$$\Lambda = \chi \cdot \Gamma(\gamma, M) \cdot \beta,$$

где  $\chi$  – показатель направления движения волны в потоке, легко определить углы поворота на исходящих разрывах:

$$\beta_3 = a\beta_1 - b\beta_2.$$

Коэффициент  $b$  при небольших интенсивностях скачков является величиной второго порядка малости по сравнению с коэффициентом  $a$ . Этот факт может служить основой для создания быстро сходящегося алгоритма расчета решений уравнения интерференции (1). Полагая в нулевом приближении  $\beta_3^0 = \beta_1$ , определим интенсивность  $J_3^0$  отраженного скачка  $\bar{\sigma}_3$  с помощью кубического уравнения с коэффициентами  $A_n(\hat{M}_1, \beta_1)$ :

$$\sum_{n=0}^3 A_n z^n = 0,$$

где

$$z = J - 1, \quad A_3 = 1 + \operatorname{tg}^2 \beta, \quad A_2(\beta; M) = (1 + \varepsilon) \gamma M^2 - [2\gamma M^2 - (1 + \varepsilon)] A_3, \\ A_1(\beta; M) = \gamma M^2 [\gamma M^2 - 2(1 + \varepsilon)] \operatorname{tg}^2 \beta, \quad A_0(\beta; M) = (1 + \varepsilon) (\gamma M^2)^2 \operatorname{tg}^2 \beta.$$

Так как

$$J_4^0 = J_3^0 \frac{J_2}{J_1},$$

то можно найти угол поворота  $\beta_4^0(\hat{M}_1, J_4^0)$  на скачке  $\bar{\sigma}_4$ :

$$\operatorname{tg} \beta_\sigma = \frac{1 - E}{\sqrt{E}} \left( \sqrt{\frac{J_m - J}{1 + \varepsilon J}} + \sqrt{\frac{1 + \varepsilon J}{J_m - J}} \right)^{-1},$$

индекс «*m*» означает максимальную интенсивность скачка, т.е. интенсивность прямого скачка уплотнения.

Если разность  $\Delta = (\beta_2 + \beta_3^0) - (\beta_1 + \beta_4^0)$  больше заданной точности расчета, то, задавая в первом приближении  $\beta_3^{(1)} = \beta_3^0 + \Delta/2$ , повторяем процедуру вычислений. Заметим, что при равных интенсивностях приходящих скачков уплотнения ( $J_1 = J_2$ ) интенсивности исходящих разрывов равны ( $J_3 = J_4$ ), и их расчет аналогичен задаче об отражении скачков от стенки.

Зависимости  $\Lambda = \ln J(\beta)$  при заданном числе Маха называются ударными полярами или изомахами. Ударные поляры удобно использовать для анализа задач интерференции разрывов. На рис. 2 приведено графическое решение для случая регулярного взаимодействия встречных скачков. На рис. 2, а, показаны скачки уплотнения  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , разворачивающие исходное течение в противоположном направлении  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . За скачками  $\sigma_3$  и  $\sigma_4$  потоки должны быть параллельны друг другу, поэтому скачок  $\sigma_4$  разворачивает поток в направлении, противоположном развороту потока на скачке  $\sigma_1$ . Со скачками  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  дело обстоит аналогично. Итоговый угол разворота  $\beta_{3-4}$  определяется как алгебраическая сумма углов разворота потока на всех скачках, что показано на рис. 2, б. Очевидно, что при равенстве интенсивности скачков  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  итоговый угол разворота потока  $\beta_{3-4}$  будет равен нулю, картина на плоскости поляр полностью симметрична, и в данном случае взаимодействие встречных скачков аналогично случаю регулярного отражения скачка от стенки. Давления за скачками  $\sigma_3$  и  $\sigma_4$  должны быть равны, поэтому  $\Lambda_1 + \Lambda_4 = \Lambda_2 + \Lambda_3$ , что хорошо видно на плоскости поляр на рис. 2, б. Очевидно, что при регулярном взаимодействии скачков точка 3–4 пересечения поляры 1 и поляры 2 должна обязательно находиться внутри основной поляры. Если вторичные поляры пересекаются выше основной поляры, то возможно как регулярное, так и нерегулярное взаимодействие скачков.

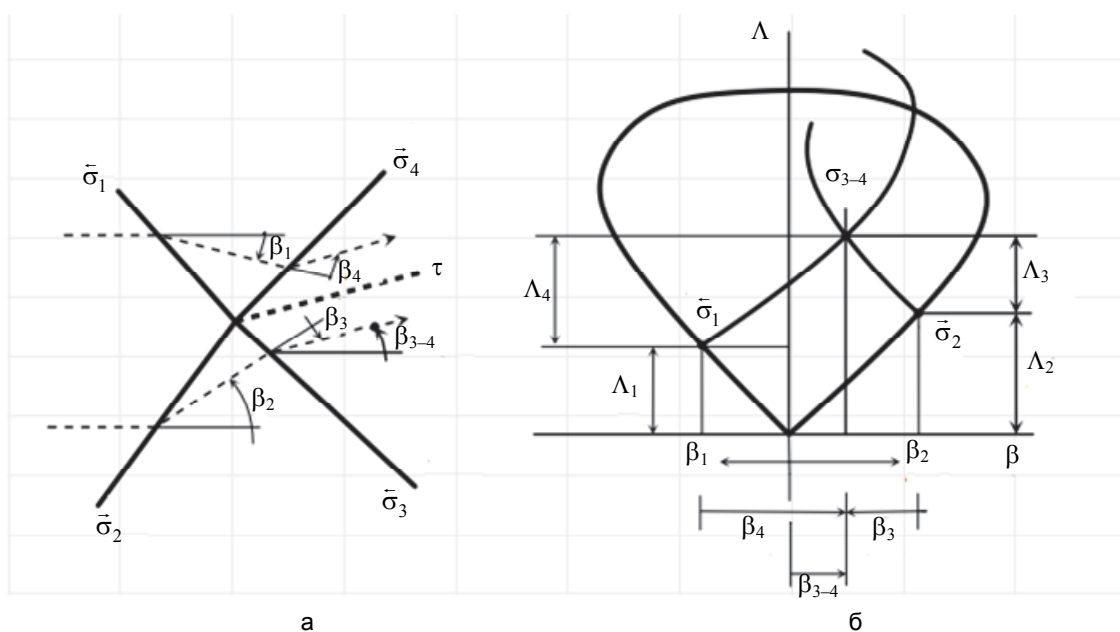


Рис. 2. Решение на плоскости поляр задачи о регулярном взаимодействии скачков: регулярное взаимодействие косых скачков уплотнения (а); отображение решения регулярного взаимодействия косых скачков на плоскости поляр (б).  $\beta_i$  – углы разворота потока на соответствующем *i*-ом скачке;  $\Lambda_i$  – логарифм интенсивности соответствующего *i*-го скачка;  $\tau$  – тангенциальный разрыв

**Модель нерегулярного взаимодействия встречных скачков уплотнения**

Если вторичные поляры, соответствующие скачкам  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , не пересекаются, то регулярное взаимодействие встречных скачков невозможно. Очевидно, достаточное условие существования решений заключается в расположении предельной точки ( $J$ ), соответствующей предельному углу отклонения потока на одной из поляр, внутри другой поляры. Эти условия можно сформулировать, сравнивая углы поворота потоков:

$$K_{l_1} = \beta_2(M, J_2) - \beta_3(\hat{M}_2, J_2 J_{l_3}) + \beta_1(M, J_1) - \beta_4(\hat{M}_1, J_2 J_{l_3}); \tag{3}$$

или

$$K_{l_2} = \beta_2(M, J_2) - \beta_3(\hat{M}_2, J_1 J_{l_4}) + \beta_1(M, J_1) - \beta_4(\hat{M}_1, J_1 J_{l_4}), \tag{4}$$

где предельные углы  $J_{l_3} = J_l(\hat{M}_2)$ , а  $J_{l_4} = J_l(\hat{M}_1)$  рассчитываются по формуле

$$J_l = \frac{M^2 - 2}{2} + \left[ \left( \frac{M^2 - 2}{2} \right)^2 + (1 + 2\varepsilon)(M^2 - 2) + 3 + 2\varepsilon \right]^{1/2}.$$

Если  $K_{l_1} \leq 0$  и выполняется ограничение  $J_1 J_{l_3} \leq J_5 J_{m_4}$  или  $K_{l_2} \leq 0$  и выполняется ограничение  $J_5 J_{l_4} \leq J_1 J_{m_3}$ , то решение для регулярного взаимодействия существует.

Максимальные интенсивности скачков определяются по формулам

$$J_{m_4} = (1 + \varepsilon)\hat{M}_1^2 - \varepsilon, \quad J_{m_3} = (1 + \varepsilon)\hat{M}_2^2 - \varepsilon.$$

Если условия (3)–(4) не выполняются, то точка пересечения поляр 1 и 2 лежит выше основной поляры, либо поляры 1 и 2 вообще не пересекаются. Границей, разделяющей регулярную (РИ) и нерегулярную маховскую интерференцию (МИ), является случай, когда точка пересечения поляр 1 и 2 лежит на основной поляре (рис. 3).

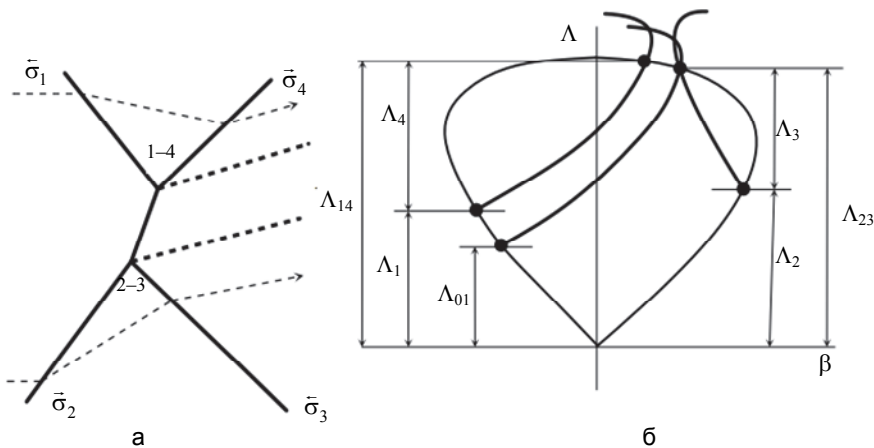


Рис. 3. Решение на плоскости поляр задачи о маховском взаимодействии скачков: нерегулярное взаимодействие встречных скачков (а); отображение решения нерегулярного взаимодействия косых встречных скачков на плоскости поляр (б).  $\Lambda_i$  – логарифм интенсивности соответствующего  $i$ -го скачка;  $\Lambda_{01}$  – логарифм особой интенсивности скачка  $\bar{\sigma}_1$ , при которой осуществляется переход от регулярного взаимодействия к нерегулярному

Аналогом этому при отражении скачка от стенки или оси симметрии является критерий стационарной маховской конфигурации (СМК), когда вторичная поляра пересекает главную поляру в ее вершине [16, 17]. Если интенсивности приходящих скачков равны  $J_1=J_2$ , то эта точка располагается в вершине основной поляры, и переход РИ→МИ начинается при  $J_1=J_2=J_0$ ,  $J_0$  определяется формулой

$$\sum_{k=0}^3 A_k J_0^k = 0,$$

где  $A_3 = 1 - \varepsilon^2$ ,  $A_2 = -((1 + \varepsilon - \varepsilon^2 + \varepsilon^3)J_m + 1 + \varepsilon^2)$ ,  $A_1 = \varepsilon(1 + J_m)[(1 - \varepsilon)J_m - 2]$ ,  $A_0 = (1 - \varepsilon)J_m(J_m - 1)$ ,  $J_m = (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon$ .

Для случая  $J_1 \neq J_2$  каждому значению  $J_2$  соответствует величина  $J_{01}$ , определяющая начало нерегулярной интерференции (рис. 4). Определение этой величины производится в следующей последовательности: по заданным значениям  $M$  и  $J_2$  рассчитывается тройная конфигурация ударных волн (ТК-1 или ТК-2 по классификации [18]) и находится интенсивность  $J_{1-4}$  главного скачка уплотнения в этой конфигурации. Величина  $J_{1-4}$  позволяет путем расчета ТК при скачке  $\bar{\sigma}_5$  найти интенсивность  $J_{01}$  другого скачка уплотнения, при которой существует данная ТК. При этом считается, что главный скачок прямоли-

нейный и  $J_{1-4}=J_{2-3}$ . Так определяются области существования нерегулярного взаимодействия встречных скачков уплотнения. В описанном выше случае переход РИ→МИ происходит плавно, без скачкообразного изменения параметров.

Следует отметить, что существует область параметров задачи, когда вторичные поляры пересекаются выше основной поляры. Долгое время считалось, что в таком случае следует выбирать МИ. Однако в последнее время появились численные и экспериментальные результаты, которые показывают, что реализация того или иного решения зависит от предыстории, т.е. направления изменения параметров задачи, а также от наличия возмущений. Таким образом, в данной области могут теоретически существовать два решения – РИ и МИ. Границей является случай, когда поляры касаются друг друга и точка касания лежит вне основной поляры. Критерий и механизм обратного перехода МИ→РИ в области неоднозначности решения требуют дополнительных исследований.

Касание ударных поляр в точках, соответствующих предельным углам поворота потока на соответствующем скачке, может происходить внутри основной поляры. Для этого достаточно, чтобы предельная точка одной из поляр, соответствующая  $J=J_l$ , находилась внутри основной поляры. Если точка касания двух поляр лежит внутри главной поляры, то плавный переход к МИ невозможен, так как при вырождении точки пересечения вторичных поляр ударно-волновая структура скачком переходит к конфигурации, соответствующей пересечению вторичных ударных поляр с дозвуковой частью основной ударной поляры.

### Результаты и анализ

**Определение интенсивности исходящих скачков при РИ.** Если при РИ зафиксировать интенсивность одного из скачков, например  $\sigma_1$ , а интенсивность второго скачка  $\sigma_2$  увеличивать, то увеличивается интенсивность накрест лежащих скачков (в рассматриваемом случае –  $\sigma_3$ ), а интенсивность прилежащего скачка  $\sigma_4$  уменьшается. Зависимость интенсивности отраженных скачков  $\sigma_3$  и  $\sigma_4$  от интенсивности взаимодействующих скачков  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  приведена на рис. 4. Как видно, интенсивности накрест лежащих скачков уплотнения могут отличаться весьма значительно.

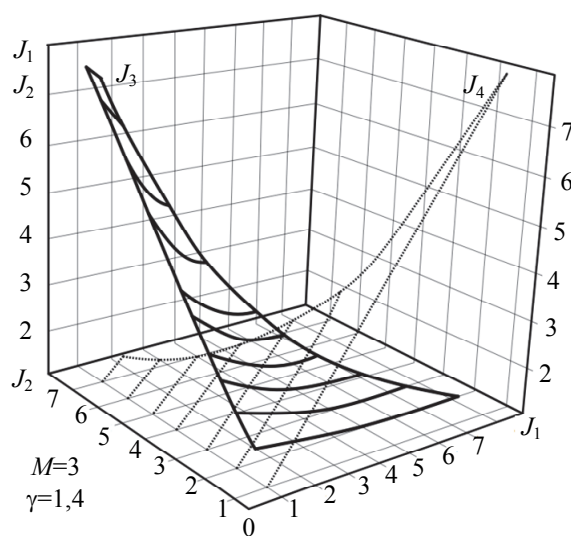


Рис. 4. Зависимость интенсивности отраженных скачков от интенсивности входящих скачков при регулярном взаимодействии

**Определение граничных параметров при переходе РИ→МИ.** Некоторые результаты расчетов зависимости  $J_{02}(J_1)$  для  $\gamma = 1, 4$  и различных чисел Маха приведены на рис. 5. Прямая линия соответствует равенству  $J_1=J_2$ .

**Изменение качественной картины течения при увеличении интенсивности одного из встречных скачков.** Рассмотрим процесс перехода РИ встречных скачков уплотнения в маховскую по мере увеличения интенсивностей входящих ударных волн (рис. 6). При больших числах Маха и фиксированной интенсивности одного из скачков  $J_1$  по мере увеличения величины  $J_2$  четырехскачковая регулярная конфигурация ударных волн (рис. 6, а) переходит в пятискачковую маховскую (рис. 6, б) при  $J_2 = J_0$  с образованием мостообразной ударной волны, которая образует тройные конфигурации ТК-2 в точке 2–3 при скачке  $\sigma_2$  и ТК-1 в точке 1–4 при  $\sigma_1$ . При этом его форма прямолинейна, а интенсивность  $J_3=J_{1-4}=J_{2-3}$ . Дальнейшее увеличение  $J_2$  приводит к трансформации ТК-2 при неизменных интенсивностях ударных волн в ТК-1, в силу чего главный скачок становится криволинейным (рис. 6, в). Его длина растет. Интенсивность главного скачка изменяется от  $J_{1-4}$  до  $J_{2-3}$ . Продолжая увеличивать интенсивность скачка  $\sigma_2$  до  $J_2=J_T$ , имеем^

$$(1 + \varepsilon)M^2(1 + \varepsilon J_T)^2 = (1 - \varepsilon)(J_T + \varepsilon) \times [(1 + \varepsilon)M^2 - (J_T + \varepsilon)] [(J_T + \varepsilon)M^2 - (J_T - 1)(J_T + 2 - \varepsilon)].$$

Когда  $J_2 = J_T$ , отраженный скачок уплотнения  $\sigma_3$  становится прямым, затем меняет свое направление, образуя ТК-3, т.е. скачки  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  образуют структуру, состоящую из догоняющих скачков одного направления.

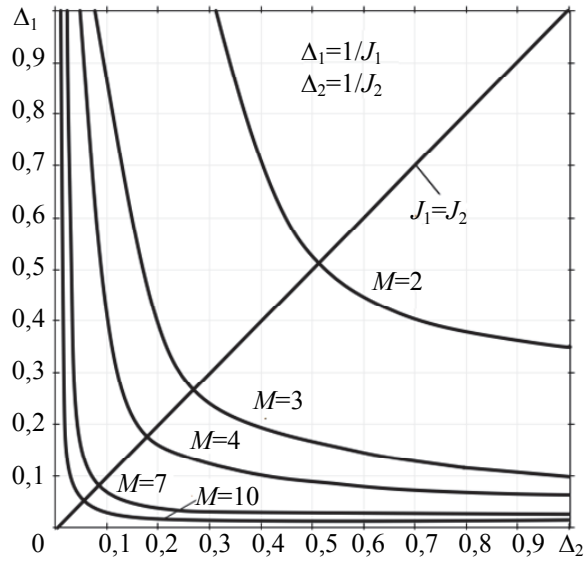


Рис. 5. Зависимость интенсивности приходящего скачка уплотнения, соответствующей началу маховского отражения, от интенсивности другого приходящего скачка

Если продолжать увеличивать интенсивность скачка  $\sigma_2$  так, что течение за ним станет дозвуковым при  $J_2 > J_S$ , то скачок  $\sigma_3$  исчезает, и интерференция встречных скачков представляется в виде одной тройной конфигурации ТК-1. Приходящий скачок уплотнения  $\sigma_2$  становится криволинейным, и его интенсивность изменяется от  $J_2$  до значения, соответствующего интенсивности скачка в точке 1-4 в ТК-1. Если теперь увеличивать интенсивность  $J_1$  второго приходящего скачка уплотнения  $\sigma_1$ , то при  $J_1 > J_S$  исчезает ТК при этом скачке (рис. 6, г), и интерференция встречных ударных волн приводит к образованию единого криволинейного скачка уплотнения с полностью дозвуковым течением за ним.

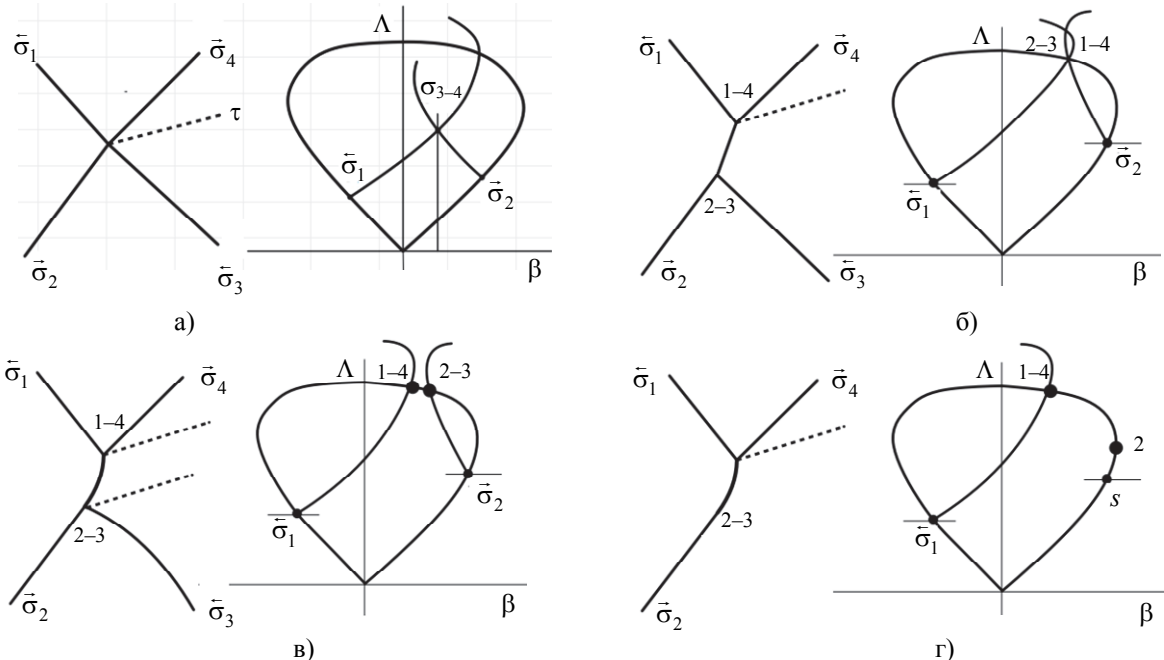


Рис. 6. Трансформация ударно-волновой структуры при изменении интенсивности одного из двух взаимодействующих скачков: регулярное взаимодействие (а); маховское отражение с прямым главным скачком уплотнения (б); маховское отражение с мостообразным главным скачком уплотнения (в); конфигурация с вырожденной тройной точкой 2-3 (г)

Перестройка ударно-волновых структур встречных скачков при небольших числах Маха имеет свои особенности и здесь не рассматривается. При симметричном взаимодействии встречных скачков ударно-волновые структуры подобны изображенным на рис. 6, но симметричны. Симметрией отличаются и решения на плоскости поляра.

**Гистерезис при переходе от регулярной интерференции к маховской и обратно.** Гистерезис проявляется в том, что при увеличении и уменьшении числа Маха переход от регулярного к нерегулярному отражению осуществляется при разных числах Маха (рис. 7), отличается и высота ножки Маха.

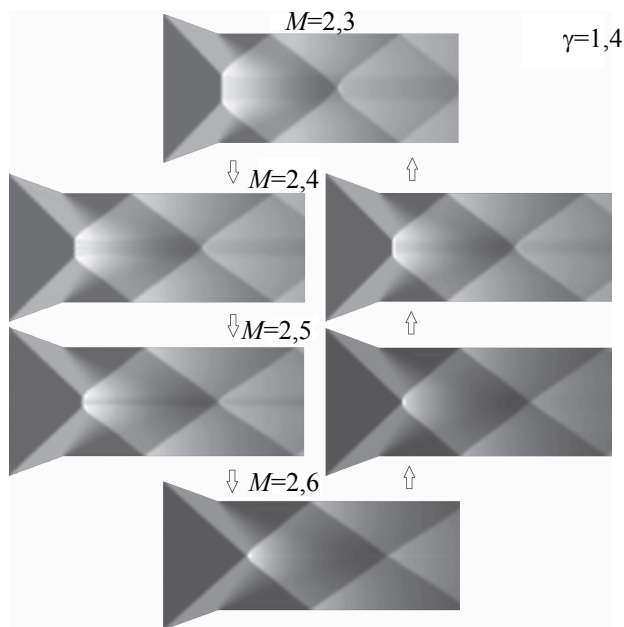


Рис. 7. Гистерезис при переходе от регулярного взаимодействия встречных скачков к нерегулярному и обратно

В расчетах использовалась модель идеального газа, угол клиньев –  $20^\circ$ . Для тестирования результатов расчетов использовался эксперимент, выполненный методом гидроанalogии. Уравнения мелкой воды, используемые в данном методе, формально соответствуют уравнениям Эйлера для идеального газа, если положить показатель адиабаты равным 2. В экспериментах использован гидрлоток шириной 1 м (рис. 8, а). Увеличение показателя адиабаты с 1,4 до 2 смещает гистерезис в область более высоких чисел Маха (рис. 8, б), а сам диапазон гистерезиса увеличивается. На рис. 8, б, белым цветом показана область чисел Маха  $M < 1$ . Существование диска Маха определялось по факту образования плоской левой границы данной области.

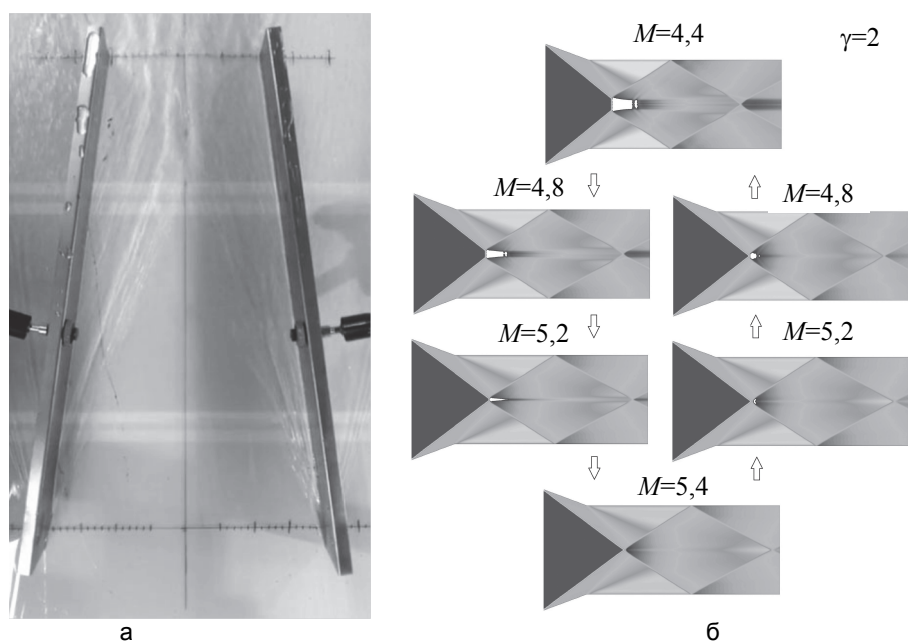


Рис. 8. Гидрлоток (а); результаты расчета гистерезиса для условий эксперимента методом гидроанalogии (б)



Таким образом, экспериментальным, аналитическим и численным путем показано существование гистерезиса при переходе от регулярной интерференции к маховской и обратно. По мере увеличения показателя адиабаты гистерезис смещается в область более высоких чисел Маха, а диапазон гистерезиса увеличивается.

### Заключение

Рассмотренное взаимодействие встречных скачков сложнее случая отражения скачка уплотнения от стенки. При регулярном взаимодействии встречных скачков интенсивности накрест лежащих скачков могут отличаться весьма значительно. Переход от регулярного отражения к нерегулярному может происходить плавно при больших числах Маха или в ходе быстрого скачкообразного нестационарного процесса при небольших числах Маха. Механизм перехода к нерегулярному взаимодействию при небольших числах Маха требует дополнительного изучения. Трансформация ударно-волновых структур при увеличении и уменьшении числа Маха характеризуется наличием гистерезиса, т.е. в некоторых областях параметров одним и тем же параметрам задачи соответствует две различные картины течения. Возможность возникновения гистерезиса объясняется наличием областей параметров задачи, в которых допускается существование и регулярного, и нерегулярного отражения скачков.

### References

1. Uskov V.N. *Begushchie Odnomernye Volny* [Running One-Dimensional Waves]. St. Petersburg, BSTU "VOENMEH" Publ., 2000, 224 p.
2. Bulat P.V., Uskov V.N. Mach reflection of a shock wave from the symmetry axis of the supersonic nonisobaric jet. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 135–142.
3. Molder S. *Head-on interaction of oblique shock waves*. University of Toronto Institute of Aerophysics Technical Note, 1960, no. 38.
4. Uskov V.N. Interferentsiya statsionarnykh gazodinamicheskikh razryvov [Interference stationary gasdynamic discontinuities]. *Sbornik Statei "Sverkhzvukovye Gazovye Strui"* [Proc. Supersonic Gas Jet]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, pp. 22–46.
5. Uskov V.N. *Udarnye Volny i Ikh Vzaimodeistvie. Uchebnoe Posobie* [Shock Waves and Their Interaction. Textbook]. Leningrad, Len. Mekh. Inst. Publ., 1980, 88 p.
6. Starykh A.L. Neregulyarnoe vzaimodeistvie skachkov uplotneniya mezhdu soboi i s tangentsial'nymi razryvami [Irregular interaction of shocks between themselves and with tangential discontinuities]. *Chislennye Metody Mekhaniki Sploshnoi Sredy*, 1986, vol. 17, no. 6, pp. 119–124.
7. Adrianov A.L. Vydelenie mnozhestva razryvov na nesoglasovannoi setke v dvumernykh statsionarnykh sverkhzvukovykh techeniyakh [Allocation of the set of discontinuities on inconsistent grid in the two-dimensional stationary supersonic flows]. *Modelirovanie v Mekhanike. Ser. Struinye Techeniya*, 1988, vol. 2(19), no. 6, pp. 3–9.
8. Chpoun A., Ben-Dor G. Numerical confirmation of the hysteresis phenomenon in the regular to the Mach reflection transition in steady flows. *Shock Waves*, 1995, vol. 5, no. 4, pp. 199–203. doi: 10.1007/BF01419001
9. Fomin V.M., Hornung H.G., Ivanov M.S., Kharitonov A.M., Klemenkov G.P., Kudryavtsev A.N., Pavlov A.A. The study of transition between regular and Mach reflection of shock waves in different wind tunnels. *Proc. 12<sup>th</sup> Int. Mach Reflection Symposium*. Pilanesberg, South Africa, 1996, pp. 137–51.
10. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. Mach-number-variation-induced hysteresis in steady flow shock wave reflections. *ALAA Journal*, 2001, vol. 39, no. 5, pp. 972–974.
11. Ben-Dor G. *Shock Wave Reflection Phenomena*. 2<sup>nd</sup> ed. Springer, 2010, 342 p.
12. *Handbook of Shock Waves*. Eds G. Ben-Dor, O. Igra, T. Elperin. Boston, Academic Press, 2001, 824 p.
13. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. Analytical and experimental investigations of the reflection of asymmetric shock waves in steady flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, vol. 390, pp. 25–43.
14. Ben-Dor G., Elperin T., Vasiliev E.I. Flow-Mach-number-induced hysteresis phenomenon in the interaction of conical shock waves – a numerical investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, vol. 496, pp. 335–354. doi: 10.1017/S0022112003006475
15. Adrianov A.L., Starykh A.L., Uskov V.N. *Interferentsiya Statsionarnykh Gazodinamicheskikh Razryvov* [Interference Stationary Gasdynamic Discontinuities]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1995, 180 p.
16. Uskov V.N., Bulat P.V., Prodan N.V. Obosnovanie primeneniya modeli stacionarnoi makhovskoi konfiguratsii k raschetu diska makha v sverkhzvukovoi strue [Rationale for the use of models of stationary Mach configuration calculation of Mach disk in a supersonic jet]. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 11–1, pp. 168–175.

17. Uskov V.N., Bulat P.V., Prodan N.V. Istoriya izucheniya neregulyarnogo otrazheniya skachka uplotneniya ot osi simmetrii sverkhzvukovoi strui s obrazovaniem diska makha [History of study of the irregular reflection of shock wave from the symmetry axis with a supersonic jet Mach disk]. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 9–2, pp. 414–420.
18. Uskov V.N., Chernyshov M.V. Special and extreme triple shock-wave configurations. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2006, vol. 47, no. 4, pp. 492–504. doi: 10.1007/s10808-006-0081-5

- Булат Павел Викторович** – кандидат физико-математических наук, кандидат экономических наук, руководитель научной лаборатории, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pavelbulat@mail.ru
- Денисенко Петр Викторович** – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания, p.denissenko@gmail.com
- Продан Николай Васильевич** – инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, kolinti@mail.ru
- Pavel V. Bulat** – PhD, Scientific supervisor of International laboratory, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pavelbulat@mail.ru
- Petr V. Denisenko** – PhD, scientific researcher, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom, p.denissenko@gmail.com
- Nikolai V. Prodan** – engineer, ITMO University, Saint Petersburg. 197101, Russian Federation, kolinti@mail.ru