УДК 535.317

АППРОКСИМАЦИЯ НЕСФЕРИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Т.В. Иванова[a], Г.Э. Романова[a], Т.И. Жукова[a], Я.Е. Степанов[a], И.И. Бондарь[a], Р.О. Данцаранов[a]
[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: itv@aco.ifmo.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 23.01.15, принята к печати 23.04.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-4-603-607
Язык статьи – русский
Ссылка для цитирования: Иванова Т.В., Романова Г.Э., Жукова Т.И., Степанов Я.Е., Бондарь И.И., Данцаранов Р.О. Аппроксимация несферических поверхностей при автоматизированном проектировании оптических систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 4. С. 603–607.

Аннотация
Предмет исследования. Рассмотрены проблемы аппроксимации асферических поверхностей высшего порядка при описании их с помощью уравнений различного вида. Предметом исследований являются два типа уравнений для описания асферических поверхностей высшего порядка, используемые в различных программах для автоматизированного расчета оптических систем (САРО, OPAL, ZEMAX, CODE-V, и т.д.) и зависящие от стрелки прогиба или от радиальной координаты на поверхности. Рассмотрен переход от одного типа уравнения к другому с целью использования в различных программах для автоматизированного расчета оптических систем. **Методы.** Сущность метода заключается в использовании аппроксимации коэффициентов уравнения при помощи метода наименьших квадратов. Представлен итерационный алгоритм для пересчета, позволяющий с необходимой точностью пересчитать коэффициенты для уравнений разных типов. Даны рекомендации по выбору параметров пересчета, таких как количество коэффициентов в итоговом уравнении, количество точек, используемых для пересчета, и расположение этих точек на поверхности. **Основные результаты.** Работоспособность предложенного метода продемонстрирована на примере пересчета, иллюстрирующего его работу на конкретной оптической системе. Дана оценка точности пересчета, включая сравнение аберраций исходной и полученной после пересчета поверхности, которая показывает, что поверхность восстановлена с требуемой точностью. **Практическая значимость.** Представленная методика может быть использована для перехода от одного типа описания асферических поверхностей высшего порядка к другому в различных программах для автоматизированного расчета оптических систем, а также для исследования и анализа формы асферических поверхностей, обеспечивающих оптимальный баланс аберраций, в том числе при автоматизированной коррекции.

Ключевые слова
асферические поверхности, аппроксимация, метод наименьших квадратов, программы автоматизированного расчета оптики, ZEMAX.

ASPHERICAL SURFACES APPROXIMATION IN AUTOMATED DESIGN OF OPTICAL SYSTEMS

T.V. Ivanova[a], G.E. Romanova[a], T.I. Zhukova[a], Ya.E. Stepanov[a], I.I. Bondar[a], R.O. Dantsaranov[a]
[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: itv@aco.ifmo.ru

Article info
Received 23.01.15, accepted 23.04.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-4-603-607
Article in Russian
For citation: Ivanova T.V., Romanova G.E., Zhukova T.I., Stepanov Ya.E., Bondar I.I., Dantsaranov R.O. Aspherical surfaces approximation in automated design of optical systems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 4, pp. 603–607.

Abstract
Subject of Research. The paper deals with the problems of higher order aspherical surfaces approximation using different equation types. The objects of research are two types of equations for higher order aspherical surfaces description used in different software for optical systems design (SARO, OPAL, ZEMAX, CODE-V, etc.) and dependent on z-coordinate or on a radial coordinate on the surface. Conversion from one type of equations to another is considered in view of application in different software for optical systems design. **Methods.** The subject matter of the method lies in usage of mean square method approximation for recalculation of high-order aspherical surface. Iterative algorithm for recalculation is presented giving the possibility to recalculate coefficients for different types of equations with required accuracy. Recommendations are given for choosing recalculation parameters such as the number of result equation coefficients, the number of points for

recalculation and point allocation on a surface. **Main Results.** Example of recalculation for aspherical surface and accuracy estimation, including result aberration comparison between initial surface and recalculated surface are presented. The example has shown that required accuracy of surface representation was obtained. **Practical Relevance.** This technique is usable for recalculation of higher order aspherical surfaces in various types of software for optical systems design and also for research of optimal higher order aspherical surfaces description.

Keywords
aspherical surfaces, approximation, least-square method, optical system design software, ZEMAX.

Введение

Асферические поверхности широко применяются в практике расчета оптических систем, прежде всего из-за широких возможностей аберрационной коррекции, которые они предоставляют [1–7]. Одна из областей применения асферических поверхностей, в том числе высшего порядка, – применение в миниатюрных объективах, например, камерах мобильных телефонов, веб-камерах и др. [2, 8]. С учетом современных возможностей производства и контроля асферические поверхности становятся все более востребованными, поскольку позволяют во многих случаях уменьшить количество используемых элементов, и, соответственно, сократить габариты системы, и уменьшить ее вес [8–12]. Традиционно асферические поверхности принято разделять на поверхности второго и высшего порядка. Существуют различные уравнения для описания асферических поверхностей высшего порядка. В таких программах для автоматизированного расчета оптических систем, как CAPO и OPAL, одним из способов задания асферических поверхностей высшего порядка являются коэффициенты уравнения в системе координат, связанной с вершиной поверхности [13–15]:

$$u = a_1 z - a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots , \tag{1}$$

где $u = x^2 + y^2$, коэффициент a_1 связан с радиусом кривизны r_0 при вершине поверхности $a_1 = 2r_0$, а коэффициент a_2 – с эксцентриситетом e образующей кривой второго порядка $a_2 = (1 - e^2)$.

В других программах, например, в ZEMAX, CODE-V, OSLO, используется уравнение вида [2, 16]

$$z = \frac{u \cdot \rho_0}{1 + \sqrt{1 - u \cdot \rho_0{}^2 \cdot (1 - e^2)}} + b_1 u^2 + b_2 u^4 + b_3 u^6 + \dots , \tag{2}$$

где $\rho_0 = 1/r_0$ – кривизна поверхности при вершине. Удобство использования уравнения (1) состоит, прежде всего, в том, что каждый коэффициент уравнения определяет только соответствующий порядок аберрации, что позволяет наглядно использовать эти коэффициенты для баланса аберраций при проектировании оптических систем. Тем не менее, не все программы позволяют напрямую задавать асферические уравнения такого вида. Кроме того, иногда возникает необходимость проверки расчетов, выполненных с использованием уравнения (1), с помощью другого программного обеспечения.

Переход от уравнения типа (1) к типу (2) однозначен только для случая уравнения второго порядка [13, 17], поэтому при использовании поверхностей высшего порядка при переходе от одной программы для автоматизированного расчета оптических систем к другой необходимо выполнять пересчет коэффициентов уравнения асферической поверхности.

Пересчет коэффициентов уравнений асферической поверхности методом наименьших квадратов

В настоящей работе для пересчета предлагается использовать метод наименьших квадратов, который в общем виде описывается следующим образом:

$$\mathbf{X} = \left(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}\right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B} , \tag{3}$$

где $\mathbf{A}(m \times n)$ – матрица системы; $\mathbf{X}(n)$ – столбец неизвестных; $\mathbf{B}(m)$ – столбец свободных членов; m – количество известных значений функции; n – количество коэффициентов в уравнении. Метод наименьших квадратов был выбран, поскольку система уравнений является переопределенной, т.е. количество уравнений (количество точек поверхности, в которых можно вычислить значения) больше, чем количество неизвестных (коэффициентов уравнения). В случае пересчета из уравнения (1) в уравнение (2) в матрицу системы записываются степени координаты u, а в столбце неизвестных после вычислений будут записаны итоговые значения коэффициентов b:

$$\mathbf{A}(m \times n) = \begin{pmatrix} u_1^2 & u_1^4 & \dots & u_1^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_i^2 & u_i^4 & \dots & u_i^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_m^2 & u_m^4 & \dots & u_m^n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}(n) = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_i \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

Поскольку для использования метода наименьших квадратов необходимо, чтобы в правой части уравнения содержались только неизвестные коэффициенты и их множители, в столбец свободных членов, помимо координаты z, переносится первый член уравнения (2):

$$\mathbf{B}(m)=\begin{pmatrix} z_1-\dfrac{u_1\cdot\rho_0}{1+\sqrt{1-u_1\cdot\rho_0^2\cdot(1-e^2)}} \\ \ldots \\ z_i-\dfrac{u_i\cdot\rho_0}{1+\sqrt{1-u_i\cdot\rho_0^2\cdot(1-e^2)}} \\ \ldots \\ z_m-\dfrac{u_m\cdot\rho_0}{1+\sqrt{1-u_m\cdot\rho_0^2\cdot(1-e^2)}} \end{pmatrix}.$$

При этом значения кривизны поверхности и эксцентриситета вычисляются из уравнения (1) следующим образом:

$$\rho_0 = 2/a_1,\; 1-e^2=a_2.$$

Погрешность вычислений оценивается по среднеквадратическому отклонению между исходной и восстановленной поверхностью:

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\Delta z_i-\overline{\Delta z}\right)^2}, \qquad (4)$$

где Δz_i – разница между исходным и вычисленным значением для каждой точки поверхности; $\overline{\Delta z}$ – среднеарифметическая разница между исходным и вычисленным значениям для каждой точки поверхности; m – количество точек поверхности, используемых в вычислениях.

При пересчете из уравнения (2) в уравнение (1) в матрицу системы записываются степени координаты z, а в столбце неизвестных после вычислений будут записаны вычисленные значения коэффициентов a:

$$\mathbf{A}(m\times n)=\begin{pmatrix} z_1^3 & z_1^4 & \ldots & z_1^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ z_i^3 & z_i^4 & \ldots & z_i^n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ z_m^3 & z_m^4 & \ldots & z_m^n \end{pmatrix},\; \mathbf{X}(n)=\begin{pmatrix} a_3 \\ \ldots \\ a_i \\ \ldots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

При этом, поскольку первые два коэффициента a_1 и a_2 напрямую связаны с параметрами поверхности второго порядка ($a_1=2r_0,\; a_2=(1-e^2)$), они не участвуют в матрице системы, а записываются в столбец свободных членов:

$$\mathbf{B}(m)=\begin{pmatrix} u_1-2r_0z_1+(1-e^2)z_1^2 \\ \ldots \\ u_i-2r_0z_i+(1-e^2)z_i^2 \\ \ldots \\ u_m-2r_0z_m+(1-e^2)z_m^2 \end{pmatrix}.$$

Алгоритм пересчета

При пересчете коэффициентов методом наименьших квадратов необходимо определить:
1. количество используемых при пересчете коэффициентов (параметр n);
2. количество используемых при пересчете точек на поверхности (параметр m);
3. расположение точек на поверхности.

В данной работе предлагается для определения параметров n и m использовать итерационный алгоритм.

1. Для первого приближения количество полученных коэффициентов принимается равным количеству исходных коэффициентов. При этом необходимо помнить о том, что в уравнении (1) первые два коэффициента связаны с параметрами поверхности второго порядка и не участвуют в пересчете. Таким образом, количество коэффициентов в уравнении (2) должно быть на 2 коэффициента меньше, чем в уравнении (1).

2. Производятся вычисления коэффициентов по методу наименьших квадратов (3) для 100 точек, и оценивается погрешность восстановления полученной поверхности при помощи среднеквадратического отклонения между исходной поверхностью и вычисленной (4).
3. Производится проверка устойчивости метода: количество точек увеличивается в два раза и производится проверка. Если величина среднеквадратического отклонения изменилось меньше, чем на λ/100, значит, метод устойчивый и коэффициентов достаточно. Если это условие не выполнено, метод считается неустойчивым, и имеет смысл пересчитать поверхность с количеством коэффициентов конечного уравнения $m = m+1$.

Таким образом, повторяя пункты 1–3, можно добиться необходимой точности пересчета за счет подбора количества перечитываемых коэффициентов и количества точек.

Точки на поверхности распределяются равномерно в меридиональном сечении в пределах светового диаметра поверхности.

Пример пересчета

Для системы, рассчитанной с использованием программы САРО, в результате автоматизированной коррекции получено уравнение асферической поверхности (1), в котором

$a_1 = 5,4903931$, $a_2 = 0,4176038$, $a_3 = 0,031548$.

Для проверки расчетов в ZEMAX необходимо вычислить коэффициенты уравнения (2). С использованием изложенного выше алгоритма пересчета получены следующие значения коэффициентов:

$b_1 = 9,32945 \cdot 10^{-6}$, $b_2 = -4,25418 \cdot 10^{-5}$, $b_3 = -2,15961 \cdot 10^{-5}$, $b_4 = -3,51285 \cdot 10^{-5}$.

Система, для которой проводился пересчет, предназначена для записи информации на CD-диск и работает с источником лазерного излучения 0,643 мкм. Она должна обладать дифракционным качеством изображения при высоком относительном отверстии. Критерием качества служит среднеквадратическое отклонение волновой аберрации, которое в программе САРО составляет 0,0020 λ, максимальная волновая сферическая аберрация 0,0084 λ. В программе ZEMAX с использованием полученных коэффициентов для той же системы получено среднеквадратическое отклонение волновой аберрации 0,0018 λ, максимальная волновая сферическая аберрация 0,0062 λ.

Как видно из представленных результатов, отличие среднеквадратического отклонения волновой аберрации исходной системы от пересчитанной составляет 0,0002 λ, что находится в пределах требуемой точности λ/100. Размах волновой аберрации отличается сильнее, поскольку при аппроксимации критерием точности было именно среднеквадратическое, а не максимальное отклонение. Однако порядок величин совпадает, и поскольку критерием качества этой и подобных оптических систем служит именно среднеквадратическое отклонение, можно считать эту погрешность несущественной.

Заключение

Таким образом, в работе предлагается итерационный алгоритм пересчета, позволяющий с необходимой точностью пересчитать коэффициенты для уравнений разных типов, а также рекомендации по выбору параметров. Примеры пересчета на основе разработанного алгоритма подтверждают точность и адекватность метода. Данная методика может быть использована для перехода от одного типа описания асферических поверхностей высшего порядка к другому в различных программах для автоматизированного расчета оптических систем (в частности, при переходе из OPAL или САРО в ZEMAX), а также для исследования и анализа формы асферических поверхностей, обеспечивающих оптимальный баланс аберраций.

Литература

1. Русинов М.М. Несферические поверхности в оптике. Расчет, изготовление и контроль. М.: Либроком, 2010. 296 с.
2. Шрёдер Г., Трайбер Х. Техническая оптика. М.: Техносфера, 2006. 424 с.
3. Zhou X.-Q., Bryan N.K.A., Koh Soon S. Single aspherical lens for deastigmatism, collimation, and circularization of a laser beam // Applied Optics. 2000. V. 39. N 7. P. 1148–1151.
4. Fuchs U., Moritz J. Flexible and robust beam shaping concepts with aspherical surfaces // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2014. V. 9293. Art. 92930B.doi: 10.1117/12.2072613
5. Hall P.R. Use of aspheric surfaces in infrared optical designs // Optical Engineering. 1987. V. 26. N 11. P. 1102–1111. doi: 10.1117/12.7974202
6. Lerner S.A., Sasian J.M. Use of implicitly defined optical surfaces for the design of imaging and illumination systems // Optical Engineering. 2000. V. 39. N 7. P. 1796–1801. doi: 10.1117/1.602559
7. Kross J., Oertmann F.W., Schuhmann R. On aspherics in optical systems // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 1986. V. 655. P. 300–309. doi: 10.1117/12.938437.
8. Schaub M.P. The Design of Plastic Optical Systems. Bellingham: SPIE Press, 2009. 226 p.

9. Scott P. Recent developments in the measurement of aspheric surfaces by contact stylus instrumentation // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2002. V. 4927. doi: 10.1117/12.464331.
10. Jo J.S., Trolinger J.D., Lal A.K. An instrument for inspecting aspheric optical surfaces and components // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2010. V. 7791. Art. 779106. doi: 10.1117/12.862139.
11. Hanayama R. A trial for a reliable shape measurement using interferometry and deflectometry // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2014. V. 9203. Art. 92030D-1. doi: 10.1117/12.2060353.
12. Besenmatter W. Weight optimization in lens design // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2005. V. 5962. N 2. Art. 5962OU. doi: 10.1117/12.625059.
13. Родионов С.А., Шехонин А.А. Математические модели оптических поверхностей при автоматизированном проектировании // Изв. вузов. Приборостроение. 1996. Т. 39. № 2. С. 99–103.
14. Зверев В.А., Романова Г.Э. Несферические поверхности и проблемы их аппроксимации // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2004. № 15. С. 158–174.
15. Зверев В.А., Кривопустова Е.В. Оптотехника несферических поверхностей. Учебное пособие. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. 203 с.
16. ZEMAX Optical Design program: User's Guide. 2014. 766 p.
17. Зверев В.А., Романова Г.Э. Несферические поверхности в оптике и проблемы их аппроксимации // Оптический журнал. 2004. Т. 71. № 11. С. 29–40.

Иванова Татьяна Владимировна	–	кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, itv@aco.ifmo.ru
Романова Галина Эдуардовна	–	кандидат технических наук, доцент, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация romanova_g_e@mail.ru
Жукова Татьяна Ивановна	–	ведущий программист, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, ti-matus@yandex.ru
Степанов Ярослав Евгеньевич	–	студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, aramdor@gmail.com
Бондарь Илья Игоревич	–	студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Ilia118@yandex.ru
Данцаранов Руслан Олегович	–	студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, darkshakram@gmail.com

Tatiana V. Ivanova	–	PhD, Associate professor, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, itv@aco.ifmo.ru
Galina E. Romanova	–	PhD, Associate professor, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, romanova_g_e@mail.ru
Tatiana I. Zhukova	–	leading programmer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, ti-matus@yandex.ru
Yaroslav E. Stepanov	–	student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, aramdor@gmail.com
Ilia I. Bondar	–	student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Ilia118@yandex.ru
Ruslan O. Dantsaranov	–	student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, darkshakram@gmail.com