

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-606-612

УДК 532.529

Численное исследование разлета смеси газа и частиц с осевой симметрией

Елена Николаевна Широкова

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация
shirokhelen-78@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8188-2003>

Аннотация

Предмет исследования. Представлены результаты исследования новых явлений, которые сопровождают свободный или ограниченный стенками разлет неравновесной по скоростям и температурам смеси газа и частиц различных размеров с осевой симметрией. **Метод.** Динамика газозвеси рассмотрена в рамках взаимопроницающих континуумов калорически совершенного невязкого газа и несжимаемых монодисперсных сферических частиц. Использован эйлеров подход для описания движения каждой фазы смеси. Для численного моделирования реализован гибридный метод крупных частиц второго порядка аппроксимации по пространству и времени с нелинейной коррекцией искусственной вязкости, аддитивной комбинацией потоков и полунейвной схемой расчета межфазного трения и теплообмена. Работоспособность и точность метода для двумерной задачи с осевой симметрией подтверждена сравнением с решениями, полученными в одномерной постановке в цилиндрической системе координат. **Основные результаты.** В случае мелких частиц (с диаметром $d = 0,1$ мкм) время релаксации фаз много меньше характерного времени задачи, и газозвесь ведет себя как гомогенная среда аналогично течению газа. Для крупных частиц ($d = 20$ мкм) проявляются эффекты различия инерционности фаз и неравновесности, связанные с несовпадением скоростей и температур газа и частиц. Следствием этих эффектов является расщепление начальной границы раздела сред на контактный разрыв в газовой фазе и поверхностью между взвесью и чистым газом (скачок пористости). На ранней стадии разлета скачок пористости отстает от положения контакта в несущей (газовой фазе). В последующие моменты времени картина течения меняется на противоположную, что объясняется торможением газа, возникновением обратного потока к центру разлета вследствие разрежения в окрестности оси симметрии и образованием вторичной ударной волны. Далее возникают колебания с учетом относительного изменения положения границ раздела фаз. При этом наблюдаются изломы траекторий газового контакта (разрыв первой производной), связанные с прохождением отраженной ударной волны от стенки и плоскости симметрии. С течением времени по причине бароклинической неустойчивости (несовпадения градиентов плотности и давления) на интерфейсных границах формируются вихревые структуры. В случае разлета газозвеси в замкнутом объеме образуется сложная ударно-волновая структура, обусловленная многократными отражениями ударных волн от стенок и их взаимодействием с контактными поверхностями. **Практическая значимость.** Прикладное значение полученных результатов заключается в выявлении принципиальных физических эффектов, которые следует учитывать при постановке и решении задач в химических технологиях, пневмотранспорте и других областях. Приведенные численные решения могут быть полезны при проверке разрешающей способности других разностных схем по воспроизведению вихревой неустойчивости контактных границ и ударно-волновых структур в течениях релаксирующих газозвесей.

Ключевые слова

разлет газозвеси, численное моделирование, осевая симметрия, неравновесные эффекты, бароклиническая неустойчивость

Ссылка для цитирования: Широкова Е.Н. Численное исследование разлета смеси газа и частиц с осевой симметрией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 4. С. 606–612. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-606-612

A numerical study of the expansion of a gas-particles mixture with axial symmetry

Elena N. Shirokova

Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation

shirokhelen-78@mail.ru✉, <https://orcid.org/0000-0002-8188-2003>

Abstract

The article deals with the study of new phenomena that accompany the free or wall-bounded expansion of a nonequilibrium in terms of velocities and temperatures mixture of gas and particles of various sizes with axial symmetry. The dynamics of the gas suspension is considered in the multifluid model of a calorically perfect inviscid gas and incompressible monodisperse spherical particles. The Eulerian approach is used to describe the motion of each phase of the mixture. For numerical simulation, a hybrid large-particle method of the second order of approximation in space and time with nonlinear correction of artificial viscosity, an additive combination of fluxes, and a semi-implicit scheme for calculating interfacial friction and heat transfer are implemented. The efficiency and accuracy of the method for a two-dimensional problem with axial symmetry are confirmed by comparing the solutions obtained in a one-dimensional formulation in a cylindrical coordinate system. In the case of small particles (with a diameter of $d = 0.1 \mu\text{m}$), the relaxation time of the phases is much less than the characteristic time of the problem and the gas and particles mixture behaves as a homogeneous medium similar to the gas flow. For sufficiently large particles ($d = 20 \mu\text{m}$), the effects of the difference in the inertia of the phases and nonequilibrium, associated with the mismatch of the velocities and temperatures of the gas and particles, are manifested. These effects cause the splitting of the initial interface of the media into a contact discontinuity in the gaseous phase and the surface between the suspension and the pure gas (a jump in porosity). At subsequent moments, the flow pattern changes to the opposite, which is explained by the deceleration of the gas, the appearance of a reverse flow to the center of expansion due to rarefaction in the vicinity of the axis of symmetry, and the formation of a secondary shock wave. Then there are fluctuations with a change in the relative position of the phase boundaries. In this case, fractures of the gas contact trajectories (the break of the first derivative) are observed, which are associated with the passage of the shock wave reflected from the wall and the plane of symmetry. Over time, due to baroclinic instability (the mismatch of density and pressure gradients), vortex structures begin to appear at the interface boundaries. In addition, in the case of expansion of the gas suspension in a closed volume, a complex shock-wave structure is formed, due to multiple reflections of shock waves from the walls and their interaction with the contact surfaces. The practical significance of the results obtained is to identify the fundamental physical effects that should be taken into account when setting and solving problems in chemical technologies, pneumatic transport, and other areas. In addition, the numerical solutions can be useful in testing the resolution of other difference schemes for reproducing the vortex instability of contact boundaries and shock wave structures in the flows of relaxing gas suspensions.

Keywords

gas suspension explosion problem, numerical simulation, axial symmetry, non-equilibrium effects, baroclinic instability

For citation: Shirokova E.N. A numerical study of the expansion of a gas-particles mixture with axial symmetry. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 4, pp. 606–612 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-4-606-612

Введение

Течения смеси газа и частиц находят применение при производстве покрытий напылением, химических технологиях, в пневмотранспорте и других областях. Выбор и обоснование оптимальных или рациональных параметров и режимов работы технических устройств опирается как на экспериментальные, так и теоретические методы исследований.

Задачи импульсных течений смеси газа и частиц рассмотрены в работах, посвященных вопросам образования ударных волн при разлете сжатого объема газозвеси [1, 2], формирования и эволюции струйных потоков [3–5] и их взаимодействия с препятствиями и неоднородностями [6–9], структурными особенностями двухфазных течений [10, 11]. В последние десятилетия усиливается интерес к проблемам развития неустойчивости и перемешивания дисперсных систем [12–14], например, связанных с технологическими процессами для управления скоростью и полнотой протекания химических реакций при импульсном смешивании реагентов.

Для выявления принципиальных особенностей сложных течений сред обычно прибегают к модель-

ным задачам. Проблема Римана при разлете идеального газа с осевой симметрией в бесконечном пространстве (Explosion Problem) предложена Торо [15] и изучалась в работах [16, 17]. Кроме того, исследовались модификации этой задачи для случая распада разрыва и импульсного течения газа в ограниченном стенками объеме [18–20]. Наряду с ударно-волновыми явлениями в этих задачах наблюдается развитие неустойчивости на контактной границе газов. Предпринимались попытки сгладить начальную ступенчатую поверхность (круг) [15, 16]. Тем не менее даже при «размазывании» начального разрыва с течением времени вновь обнаруживается нестабильность интерфейса [16]. Авторы [15, 16] констатируют неустойчивость как факт и не дают объяснение физического механизма нестабильности контактной границы. Теоретическое обоснование вихреобразования на контактных границах при разлете газа предложено в работе [20]. Механизм неустойчивости вытекает из анализа транспортного уравнения для завихренности и заключается в несовпадении градиентов давления и плотности (бароклинная неустойчивость).

Цель настоящей работы — изучение новых явлений, сопровождающих разлет неравновесной релаксирую-

щей газозвеси с осевой симметрией, а также проверка вычислительных свойств (разрешающей способности, численной устойчивости алгоритма) применяемого гибридного метода крупных частиц.

Постановка задачи и метод расчета

Динамика смеси идеального газа и монодисперсных несжимаемых частиц описывается в рамках взаимопроникающих континуумов [21] в виде законов сохранения [22]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 \mathbf{v}_1) + \nabla(\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1) + \alpha_1 \nabla p = -\mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla(\rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \alpha_2 \nabla p &= \mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 e_2) + \nabla \cdot (\rho_2 e_2 \mathbf{v}_2) &= Q_t, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 E_1 + \rho_2 K_2) + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 K_2 \mathbf{v}_2) + \\ + \nabla \cdot [p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)] &= -Q_r, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho_i = \rho_i^\circ \alpha_i, \quad (i = 1, 2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad E_i = e_i + K_i, \quad K_i = \mathbf{v}_i^2/2,$$

где $\alpha_i, \rho_i, \mathbf{v}_i, E_i, e_i, K_i, p$ — объемная доля, приведенная плотность, вектор скорости, полная, внутренняя и кинетическая энергии единицы массы i -ой составляющей континуума ($i = 1$ — газа или $i = 2$ — дисперсной фазы), давление газа соответственно; \mathbf{F}_μ, Q_t — вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия и мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема; t — время; индекс « \circ » относится к истинным значениям плотности газа или материала частиц; ∇ — оператор Гамильтона.

Для замыкания системы (1) используются уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц: $p = (\gamma_1 - 1)\rho_1^\circ e_1, e_1 = c_v T_1, e_2 = c_2 T_2, \{\gamma_1, c_v, c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const}$, где T_1, T_2 — температуры несущей фазы и частиц; γ_1, c_v — показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; c_2 — удельная теплоемкость частиц. Динамическое и тепловое межфазное взаимодействие \mathbf{F}_μ, Q_T определяются из критериальных зависимостей [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\mu &= (3/8)(\alpha_2/r)C_\mu(\text{Re}_{12})\rho_1(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|, \\ C_\mu &= \begin{cases} C_\mu^{(1)} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{1/2}} + 0,42, & \alpha_2 \leq 0,08, \\ C_\mu^{(2)} = \frac{4}{3\alpha_1} \left(1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right), & \alpha_2 \geq 0,45, \\ \frac{(\alpha_2 - 0,08)C_\mu^{(2)} + (0,45 - \alpha_2)C_\mu^{(1)}}{0,37}, & 0,08 < \alpha_2 < 0,45, \end{cases} \\ Q_T &= (3/2)(\alpha_2/r^2)\lambda_1 \text{Nu}_1(T_1 - T_2), \\ \text{Nu}_1 &= \begin{cases} 2 + 0,106\text{Re}_{12}\text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} \leq 200), \\ 2,274 + 0,6\text{Re}_{12}^{0,67}\text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} > 200), \end{cases} \\ \text{Re}_{12} &= 2r\rho_1^\circ|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|/\mu_1 \quad \text{Pr}_1 = c_v\gamma_1\mu_1/\lambda_1, \end{aligned}$$

где $\text{Re}_{12}, \text{Nu}_1, \text{Pr}_1$ — числа Рейнольдса, Нуссельта и Прандтля соответственно; C_μ, μ_1, r — коэффициент межфазного трения, динамическая вязкость и радиус частицы.

Рассмотрена задача разлета газозвеси, занимающей в начальный момент времени цилиндрическую область радиусом $\bar{x}_c = x_c/L = 4/15$ (рис. 1).

Внутри цилиндрического объема заданы безразмерные давление $\bar{p}_{in} = p_{in}/P = 1$ и плотность газовой фазы $\bar{\rho}_{1in}^\circ = \bar{\rho}_{1in}^\circ/\Theta = 1$ с показателем адиабаты $\gamma_1 = 7/5$ [15, 20]. Здесь L, P, Θ — произвольные константы.

Время отсчитывается в безразмерном виде $\bar{t} = t/(L\sqrt{\Theta/P})$. Дисперсная фаза представляет собой совокупность сферических несжимаемых частиц плотностью $\rho_2^\circ = 2500$ кг/м³. Выбраны частицы диаметром $d = 0,1$ и 20 мкм. Вне цилиндра — чистый воздух с параметрами $\bar{p}_{out} = 0,1$ и $\bar{\rho}_{1out}^\circ = 0,125$. Во всей области определения при $t = 0$ среда — неподвижна, $\mathbf{v}_i = 0$, и находится в термодинамическом равновесии. Приняты следующие размерные константы $(L, P, \Theta) = (0,4; 10^6; 11,8919)$. Вследствие осевой симметрии расчеты выполнены в первом квадранте при $x \geq 0$ и $y \geq 0$.

Краевые условия заданы в виде отражения на плоскостях симметрии $0x$ и $0y$, а также внешних границах (задача разлета в ограниченном пространстве) или свободного втекания и вытекания на границах квадрата в случае свободного разлета газозвеси [20].

Численное моделирование разлета смеси газа и частиц реализовано гибридным методом крупных частиц со вторым порядком аппроксимации по пространству и времени с нелинейной коррекцией искусственной вязкости, гибридной комбинацией противопоточной и центральной аппроксимаций, а также полуневяной схемой расчета межфазного трения и теплообмена [23]. Выбор метода обусловлен возможностью численного интегрирования уравнений гиперболического и смешанного типов, высокой разрешающей способностью, что подтверждено детальным тестированием на представительной коллекции модельных задач газовой динамики [20, 24, 25] и механики газозвесей [9, 26]. Для расчетов использована ортогональная равномерная сетка 400×400 с размером ячейки $h = 0,001$ м и шагом по времени с заданным числом Куранта CFL = 0,4 (Courant–Friedrichs–Lewy).

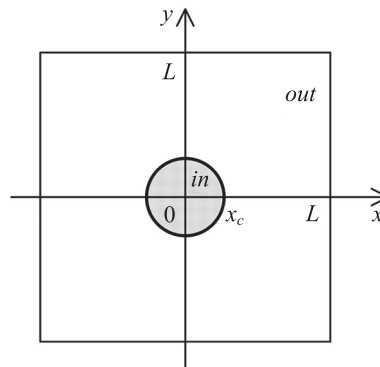


Рис. 1. Расчетная схема задачи
Fig. 1. Calculation scheme of the problem

Результаты расчетов и их обсуждение

В первую очередь рассмотрим раннюю стадию разлета смеси газа и частиц, связанную с распадом разрыва на границе раздела сред при $\bar{x}_c = 4/15$. В результате образуются цилиндрическая ударная волна s в окружающем воздухе и волна разрежения r в газозвеси (рис. 2). Распределения плотности смеси (пунктирные кривые), отнесенные к ее начальным значениям $\rho' = \rho_1 / (\alpha_{1in}\Theta + \alpha_{2in}\rho_2^0)$, в момент времени $\bar{t} = 0,3045$ показаны на рис. 2, *a* для частиц размером $d = 0,1$ мкм и на рис. 2, *b* для $d = 20$ мкм. С целью контроля точности расчетов в двумерных областях с дискретизацией 400×400 на рисунках приведены численные решения одномерной задачи в цилиндрической системе координат (сплошные линии) на подробной сетке $1/4000$. Наблюдается хорошее согласование результатов расчетов.

В случае мелких частиц ($d = 0,1$ мкм) газозвесь ведет себя как однородная среда аналогично течению газа. Для более крупных частиц ($d = 20$ мкм) проявляются эффекты неравновесности, связанные с различием скоростей и температур фаз. Следствие наблюдаемых эффектов — расщепление начальной границы раздела сред на контактный разрыв в газовой фазе c_1 и поверхность c_2 между взвесью и чистым газом (скачок пористости).

На рис. 3 представлены численные шпирен-изображения функции градиента плотности газа и дисперсной фазы в момент времени $\bar{t}_1 = 0,2$ и $\bar{t}_2 = 3,2$ для случаев: $d = 0,1$ мкм и $d = 20$ мкм. Разлет газозвеси с течением времени сопровождается развитием неустойчивости на поверхностях раздела сред.

Другая важная особенность двухфазного неравновесного течения — несовпадение контактного разрыва в газовой фазе и скачка пористости (раздела между чистым газом и взвесью частиц). На ранней стадии разлета скачок пористости c_2 отстает от положения кон-

такта в несущей (газовой фазе) c_1 (рис. 2, *b*; рис. 3, *c, g*). В последующие моменты времени картина течения меняется на противоположную (рис. 3, *d, h*), что объясняется торможением газа, возникновением обратного потока к центру разлета вследствие разрежения в окрестности оси симметрии и образованием вторичной ударной волны s_1 (рис. 3, *b, d*).

Теоретический и практический интерес, например, связанный с проблемой импульсного перемешивания порошкообразных сред, представляет также задача разлета газозвеси в замкнутом объеме. Данная задача предложена и изучалась применительно к газовому течению [20]. Начальный этап разлета как газа, так и газозвеси не отличается от рассмотренного выше, поскольку фронт ударной волны за время $\bar{t}_1 = 0,2$ не успевает дойти до ограничивающих стенок $\bar{x} = 1$ и $\bar{y} = 1$. На рис. 4 показаны численные шпирен-изображения функции градиента плотности газа и дисперсной фазы в момент времени $\bar{t}_2 = 3,2$ соответственно для двух случаев размера частиц: $d = 0,1$ мкм и $d = 20$ мкм.

К этому моменту времени наблюдается более сложная газодинамическая структура, связанная с многократными взаимодействиями ударных волн со стенками и контактной поверхностью, что интенсифицирует образование вихрей и процессы перемешивания. В случае мелкодисперсной фазы ($d = 0,1$ мкм) времена релаксации газа и частиц много меньше характерного интервала времени задачи, поэтому смесь подобна эквивалентному («тяжелому») газу с общей контактной границей c (рис. 4, *a, b*). Увеличение размеров частиц ($d = 20$ мкм) приводит к проявлению двухскоростных эффектов, связанных с расслоением течения фаз. Если вначале положение границы взвеси отстает от контактной поверхности газа, то впоследствии контакт c_2 опережает искривленную границу раздела газов c_1 (рис. 4, *c, d*).

Изменение во времени поверхностей раздела сред в сечении показано на рис. 5. Как в случае открытых границ, так в замкнутом объеме для мелких частиц

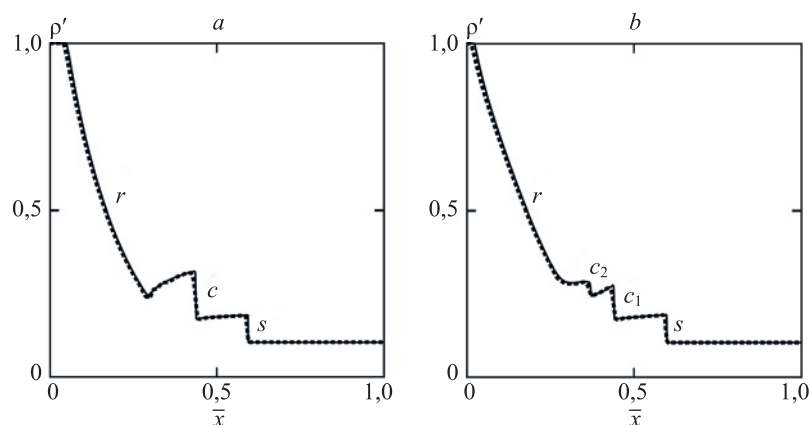


Рис. 2. Распределения относительной плотности смеси в безразмерный момент времени 0,3045 для частиц размером: $d = 0,1$ мкм (*a*); $d = 20$ мкм (*b*). Пунктир — двумерный расчет на сетке 400×400 , сплошные кривые — одномерный расчет в цилиндрической системе координат на сетке 4000 ячеек. c, c_1, c_2 — общий контактный разрыв, контакт в газовой фазе, скачок пористости соответственно

Fig. 2. The distribution of the relative density of the mixture at the dimensionless time 0.3045 for particle size: $d = 0.1 \mu\text{m}$ (*a*); $d = 20 \mu\text{m}$ (*b*). Dotted lines stand for two-dimensional calculation on a grid of 400×400 , solid curves stand for one-dimensional calculation in a cylindrical coordinate system on a grid of 4000 cells. Notation: r — rarefaction wave, s — shock wave, c, c_1, c_2 — overall material interface, contact in the gas phase, porosity jump, respectively

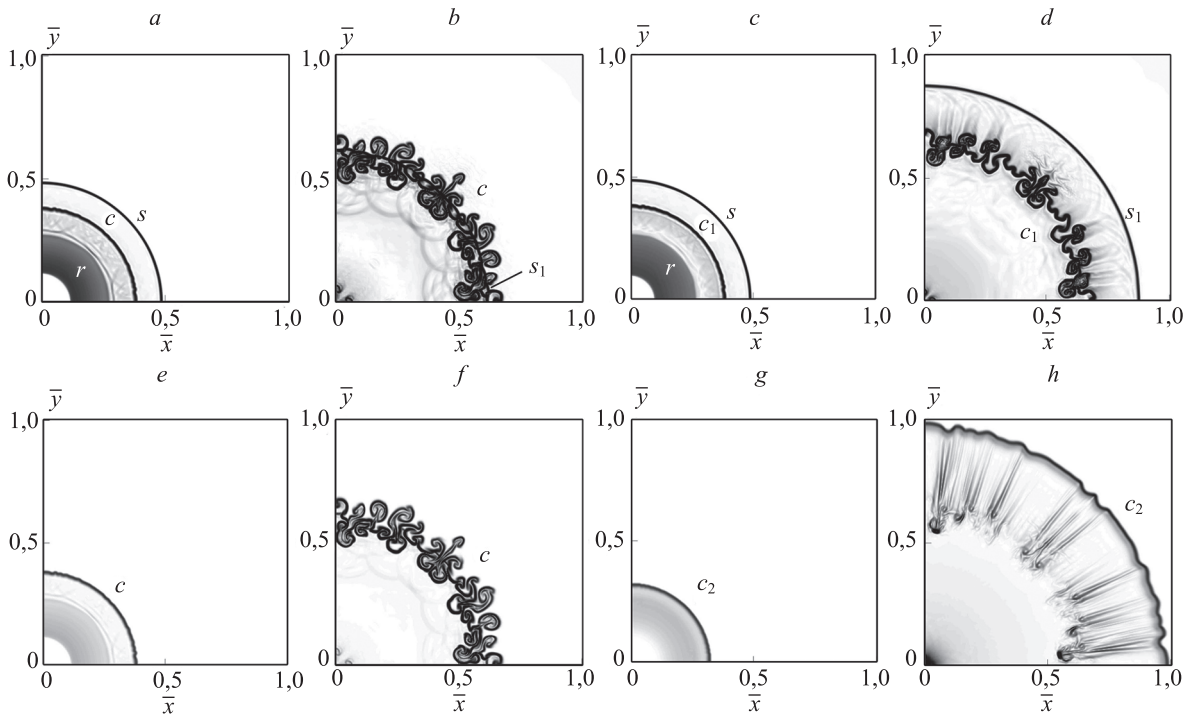


Рис. 3. Свободный разлет газозвеси. Численные шлирен-изображения функции градиента плотности газовой (a–d) и дисперсной фазы (e–h) в момент времени $\bar{t}_1 = 0,2$ для смеси газа с размером частиц: $d = 0,1$ мкм (a, e) и $d = 20$ мкм (c, g) и в момент времени $\bar{t}_2 = 3,2$ для случаев: $d = 0,1$ мкм (b, f) и $d = 20$ мкм (d, h)

Fig. 3. Free expansion of the gas suspension. Numerical Schlieren images of the gas density gradient function of the gas phase (a–d) and the dispersed phase (e–h) at the time $\bar{t}_1 = 0,2$ for a gas-particles mixture: $d = 0.1 \mu\text{m}$ (a, e) and $d = 20 \mu\text{m}$ (c, g), also at the time $\bar{t}_2 = 3,2$ for cases $d = 0.1 \mu\text{m}$ (b, f) and $d = 20 \mu\text{m}$ (d, h)

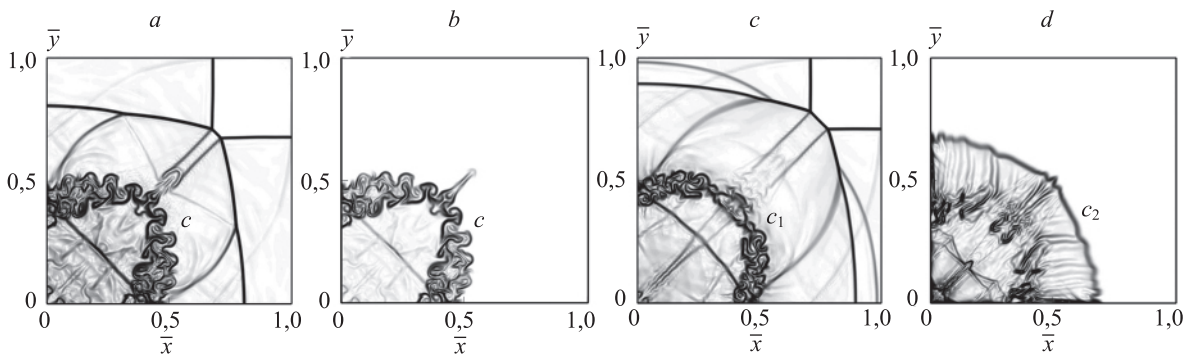


Рис. 4. Разлет газозвеси в ограниченном объеме в момент времени $\bar{t}_2 = 3,2$. Численные шлирен-изображения функции градиента плотности газа: $d = 0,1$ мкм (a) и $d = 20$ мкм (c); дисперсной фазы: $d = 0,1$ мкм (b) и $d = 20$ мкм (d)

Fig. 4. The expansion of the gas suspension in a limited volume at the time $\bar{t}_2 = 3,2$. Numerical Schlieren images of the gas density gradient function: $d = 0.1 \mu\text{m}$ (a), $d = 20 \mu\text{m}$ (c) and the same term of the dispersed phase: $d = 0.1 \mu\text{m}$ (b), $d = 20 \mu\text{m}$ (d)

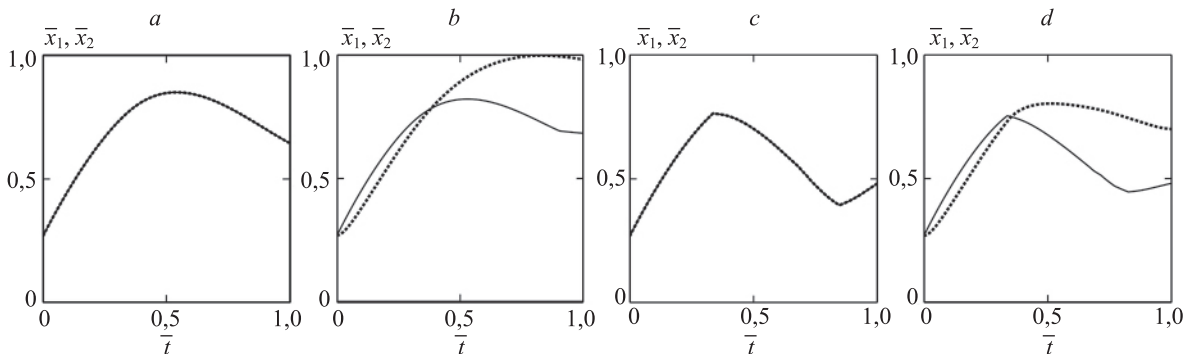


Рис. 5. Траектории контакта газов \bar{x}_1 (сплошная кривая) и скачка пористости \bar{x}_2 (пунктир) при свободном разлете газозвеси: $d = 0,1$ мкм (a) и $d = 20$ мкм (b), при указанных размерах частиц для случая ограниченного объема (c, d)

Fig. 5. Gas contact trajectories \bar{x}_1 (solid curve) and the jump in porosity \bar{x}_2 (dotted line) at the free expansion of the gas suspension: $d = 0.1 \mu\text{m}$ (a), $d = 20 \mu\text{m}$ (b), with the specified particle sizes for the case of limited volume (c, d)

в смеси начальный разрыв движется без расслоения (рис. 5, *a, c*). Эффект скольжения фаз при $d = 20$ мкм иллюстрируется на рис. 5, *b, d*. Кроме того, для разлета в замкнутом объеме отмечаются изломы траекторий газового контакта (разрыв первой производной) в приближительные моменты времени 0,3 и 0,8, связанные с прохождением отраженной от стенки и плоскости симметрии ударной волны.

Заключение

Выполнено численное моделирование разлета газозвеси с осевой симметрией. Вследствие различной инерционности газовой и дисперсной фаз, а также релаксационных процессов, при распаде разрыва формируется слоистое течение смеси. Начальная граница

раздела сред расщепляется на скачок пористости и контактную поверхность в газе. При разлете газозвеси в замкнутом объеме возникают колебания со сменой относительного положения границ раздела фаз. С течением времени по причине бароклинной неустойчивости формируется вихревая структура.

Рассмотренные задачи и выявленные эффекты важны для анализа процессов импульсного перемешивания дисперсных систем в химических технологиях. С другой стороны, численные решения могут служить тестами для проверки других разностных схем, что связано с совершенствованием численных методов.

Дальнейшие направления исследований предполагают моделирование динамики газозвесей с учетом химической кинетики.

Литература

1. Медведев С.П., Поленов А.И., Гельфанд Б.Е., Цыганов С.А. Воздушные УВ при внезапном расширении сжатой двухфазной среды насыпной плотности // Физика горения и взрыва. 1987. № 3. С. 135–139.
2. Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование параметров воздушных УВ при разлете расширяющегося слоя порошкообразной среды // Физика горения и взрыва. 1992. № 6. С. 105–112.
3. Любарский С.Д., Иванов А.С. Движение сжатой двухфазной среды насыпной плотности при внезапном расширении // Физика горения и взрыва. 1989. № 3. С. 78–81.
4. Ивандяев А.И., Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. 1995. № 4. С. 63–70.
5. Садин Д.В. Поведение нестационарной струи при истечении смеси газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40. № 1. С. 151–157.
6. Дэвис С.Л., Диттман Т.Б., Якобс Дж.Б., Дон В.С. Дисперсия облака частиц в ударной волне. Влияние формы, угла поворота и геометрических параметров облака на динамику потока и дисперсию // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 6. С. 45–59.
7. Садин Д.В., Любарский С.Д., Гравченко Ю.А. Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. № 1. С. 22–26. <https://doi.org/10.21883/JTF.2017.01.44013.1809>
8. Волков К.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г., Тетерина И.В. Влияние двумерных эффектов на взаимодействие ударной волны с облаком частиц // Вычислительные методы и программирование. 2020. Т. 21. № 3. С. 207–224. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v21r319>
9. Садин Д.В., Голиков И.О., Давидчук В.А. Моделирование взаимодействия ударной волны с ограниченным неоднородным слоем газозвеси гибридным методом крупных частиц // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22. № 1. С. 1–13. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v22r101>
10. Садин Д.В., Гузенков В.О., Любарский С.Д. Численное исследование структуры нестационарной двухфазной тонкодисперсной струи // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 2. С. 91–97.
11. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук. 2016. Т. 466. № 4. С. 418–421. <https://doi.org/10.7868/S0869565216040101>
12. Huilin L., Gidaspow D., Bouillard J., Wentie L. Hydrodynamic simulation of gas-solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow // Chemical Engineering Journal. 2003. V. 95. N 1–3. P. 1–13. [https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(03\)00062-7](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(03)00062-7)
13. Савельев Р.С., Розанов Н.Н., Сочили Г.Б., Чивилихин С.А. Релей-Тейлоровская неустойчивость запыленного газа // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. 2011. № 3(73). С. 18–22.

References

1. Medvedev S.P., Polenov A.N., Gel'fand B.E., Tsyganov S.A. Air shock waves accompanying the sudden expansion of a compressed two-phase bulk material. *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1987, vol. 23, no. 3, pp. 372–376. <https://doi.org/10.1007/BF00748802>
2. Kutushev A.G., Rudakov D.A. Numerical investigation of the parameters of the air shocks associated with the expansion of a powder layer. *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1992, vol. 28, no. 6, pp. 670–676. <https://doi.org/10.1007/BF00754883>
3. Lyubarskii S.D., Ivanov A.S. Motion of a compressed two-phase medium of bulk density upon sudden expansion. *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1989, vol. 25, no. 3, pp. 335–337. <https://doi.org/10.1007/BF00788810>
4. Ivandayev A.I., Kutushev A.G., Rudakov D.A. Numerical investigation of throwing a powder layer by a compressed gas. *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 1995, vol. 31, no. 4, pp. 459–465. <https://doi.org/10.1007/BF00789367>
5. Sadin D.V. Behavior of the unsteady jet of a mixture of a pressurized gas and dispersed particles discharged from a circular duct into the atmosphere. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1999, vol. 40, no. 1, pp. 130–135. <https://doi.org/10.1007/BF02467982>
6. Davis S.L., Dittmann T.B., Jacobs G.B., Don W.S. Dispersion of a cloud of particles by a moving shock: Effects of the shape, angle of rotation, and aspect ratio. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 6, pp. 900–912. <https://doi.org/10.1134/S0021894413060059>
7. Sadin D.V., Lyubarskii S.D., Gravchenko Y.A. Features of an underexpanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration. *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 1, pp. 18–23. <https://doi.org/10.1134/S1063784217010194>
8. Volkov K.N., Emelyanov V.N., Karpenko A.G., Teterina I.V. Two-dimensional effects on the interaction of a shock wave with a cloud of particle. *Numerical Methods and Programming*, 2020, vol. 21, no. 3, pp. 207–224. (in Russian). <https://doi.org/10.26089/NumMet.v21r319>
9. Sadin D.V., Golikov I.O., Davidchuk V.A. Simulation of a shock wave interaction with a bounded inhomogeneous gas-particle layer using the hybrid large-particle method. *Numerical Methods and Programming*, 2021, vol. 22, no. 1, pp. 1–13. (in Russian). <https://doi.org/10.26089/NumMet.v22r101>
10. Sadin D.V., Guzenkov V.O., Lyubarskii S.D. Numerical study of the structure of a finely disperse unsteady two-phase jet. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2005, vol. 46, no. 2, pp. 224–229. <https://doi.org/10.1007/PL00021900>
11. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73. <https://doi.org/10.1134/S1028335816020038>
12. Huilin L., Gidaspow D., Bouillard J., Wentie L. Hydrodynamic simulation of gas-solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow. *Chemical Engineering Journal*, 2003, vol. 95, no. 1–3, pp. 1–13. [https://doi.org/10.1016/S1385-8947\(03\)00062-7](https://doi.org/10.1016/S1385-8947(03)00062-7)
13. Savelyev R., Rosanov N.N., Sochilin G., Chivilikhin S.A. Rayleigh-Taylor instability of a dusty gas. *Scientific and Technical Journal of*

14. Садин Д.В., Давидчук В.А. Взаимодействие плоской ударной волны с областями различной формы и плотности в мелкодисперсной газозвеси // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 2. С. 489–498.
15. Toro E. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1997. 619 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03490-3>
16. Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations // *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2003. V. 25. N 3. P. 995–1017. <https://doi.org/10.1137/S1064827502402120>
17. Брагин М.Д., Рогов Б.В. Гибридные бикомпактные схемы с минимальной диссипацией для уравнений гиперболического типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 6. С. 958–972. <https://doi.org/10.7868/S0044466916060090>
18. Liska R., Wendroff B. Composite centered schemes for multidimensional conservation laws // *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*. Springer, 1999. P. 661–670. (International Series of Numerical Mathematics, V. 130). https://doi.org/10.1007/978-3-0348-8724-3_17
19. Булат П.В., Волков К.Н. Модельные задачи газовой динамики, обладающие цилиндрической и сферической симметрией, и их решение при помощи WENO-схем // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 2. С. 438–449.
20. Садин Д.В., Голиков И.О., Широкова Е.Н. Тестирование гибридного метода крупных частиц на двумерных задачах Римана // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 1. С. 58–71. <https://doi.org/10.18721/JPM.14104>
21. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
22. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098–2109. <https://doi.org/10.7868/S0044466916120152>
23. Садин Д.В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12. № 2. С. 112–122. <https://doi.org/10.14529/mmp190209>
24. Садин Д.В., Давидчук В.А. Сравнение модифицированного метода крупных частиц с некоторыми схемами высокой разрешающей способности. Одномерные тесты // Вычислительные методы и программирование. 2019. Т. 20. № 2. С. 138–146. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r214>
25. Садин Д.В. Анализ диссипативных свойств гибридного метода крупных частиц для структурно сложных течений газа // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 4. С. 757–772. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-4-757-772>
26. Садин Д.В. Приложение гибридного метода крупных частиц к расчету взаимодействия ударной волны со слоем газозвеси // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 6. С. 1323–1338. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-6-1323-1338>
14. Sadin D.V., Davidchuk V.A. Interaction of a plane shock wave with regions of varying shape and density in a finely divided gas suspension. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2020, vol. 93, no. 2, pp. 474–483. <https://doi.org/10.1007/s10891-020-02143-2>
15. Toro E. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 1997, 619 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03490-3>
16. Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2003, vol. 25, no. 3, pp. 995–1017. <https://doi.org/10.1137/S1064827502402120>
17. Bragin M.D., Rogov B.V. Minimal dissipation hybrid bicomcompact schemes for hyperbolic equations. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 6, pp. 947–961. <https://doi.org/10.1134/S0965542516060099>
18. Liska R., Wendroff B. Composite centered schemes for multidimensional conservation laws. *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*. Springer, 1999, pp. 661–670. International Series of Numerical Mathematics, vol. 130. https://doi.org/10.1007/978-3-0348-8724-3_17
19. Bulat P.V., Volkov K.N. Model gas-dynamical problems possessing cylindrical and spherical symmetry and their solution with the aid of WENO schemes. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 2, pp. 412–422. <https://doi.org/10.1007/s10891-017-1580-3>
20. Sadin D.V., Golikov I.O., Shirokova E.N. Testing of the hybrid large-particle method using two-dimensional Riemann problems. *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics*, 2021, vol. 14, no. 1, pp. 55–68. <https://doi.org/10.18721/JPM.14104>
21. Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*. CRC Press, 1990, 507 p.
22. Sadin D.V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 12, pp. 2068–2078. <https://doi.org/10.1134/S0965542516120137>
23. Sadin D.V. A modification of the large-particle method to a scheme having the second order of accuracy in space and time for shockwave flows in a gas suspension. *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2019, vol. 12, no. 2, pp. 112–122. (in Russian). <https://doi.org/10.14529/mmp190209>
24. Sadin D.V., Davidchuk V.A. Comparison of a modified large-particle method with some high resolution schemes. One-dimensional test problems. *Numerical Methods and Programming*, 2019, vol. 20, no. 2, pp. 138–146. (in Russian). <https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r214>
25. Sadin D.V. Analysis of dissipative properties of a hybrid large-particle method for structurally complicated gas flows. *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 4, pp. 757–772. (in Russian). <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-4-757-772>
26. Sadin D.V. Application of a hybrid large-particle method to the computation of the interaction of a shock wave with a gas suspension layer. *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 6, pp. 1323–1338. (in Russian). <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-6-1323-1338>

Автор

Широкова Елена Николаевна — кандидат химических наук, преподаватель, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, 197198, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0002-8188-2003>, shirokhelen-78@mail.ru

Author

Elena N. Shirokova — PhD, Lecturer, Mozhaisky Military Space Academy, Saint Petersburg, 197198, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0002-8188-2003>, shirokhelen-78@mail.ru

Статья поступила в редакцию 17.06.2021
Одобрена после рецензирования 24.06.2021
Принята к печати 25.07.2021

Received 17.06.2021
Approved after reviewing 24.06.2021
Accepted 25.07.2021



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»