

doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-984-990

УДК 65.012.122

## Маршрутизация в сетях автономных необитаемых подводных аппаратов

Александр Михайлович Грузликов<sup>1</sup>✉, Николай Викторович Колесов<sup>2</sup>,  
 Елизавета Геннадьевна Литуненко<sup>3</sup>, Юрий Михайлович Скородумов<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация

<sup>1</sup> [agruzlikov@yandex.ru](mailto:agruzlikov@yandex.ru)✉, <https://orcid.org/0000-0001-8814-0726>

<sup>2</sup> [kolesovnv@mail.ru](mailto:kolesovnv@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-3287-7504>

<sup>3</sup> [lisa.litunenکو@gmail.ru](mailto:lisa.litunenکو@gmail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-5280-0593>

<sup>4</sup> [skorum@mail.ru](mailto:skorum@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0825-1720>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Автономные необитаемые подводные аппараты имеют широкий спектр применений, но их ограниченные возможности затрудняют использование некоторых функций, критических по времени выполнения. Для координации совместных действий между агентами применяется мультиагентный подход с обменом информацией. Для сетей автономных подводных аппаратов информационное взаимодействие осуществляется с использованием средств звукоподводной связи, особенностью которой является ненаправленное излучение, ограничение по скорости (килобиты в секунду) и радиусу обмена информацией. Это приводит к необходимости планирования маршрута обмена с использованием узлов в качестве ретрансляторов. Рассмотрены вопросы маршрутизации обменов для таких сетей. Исследование направлено на решение проблемы упорядочивания в каждом из аппаратов последовательности сообщений на этапе сеанса передачи. **Метод.** Проблема упорядочивания сообщений сведена к известной задаче flow shop планирования по суммарному критерию оптимизации — минимизация среднего времени пребывания работы в системе. Представлен алгоритм планирования сеансов связи, основанный на понятии разрешимого класса систем. На основании информационного взаимодействия между абонентами предложено соотнести состояние сети с одним из разрешимых классов систем с последующим применением алгоритма планирования. **Основные результаты.** Рассмотрен алгоритм планирования обменов. Сформулированы и доказаны утверждения для четырех известных разрешимых классов систем. Приведены результаты моделирования работы алгоритма. **Практическая значимость.** Разработанный алгоритм позволяет сократить суммарное время информационного обмена в сети автономных необитаемых подводных аппаратов и может использоваться специалистами при проектировании аппаратуры средств звукоподводной связи.

### Ключевые слова

автономный подводный аппарат, маршрутизация, разрешимый класс систем, звукоподводная связь, суммарный критерий оптимизации, минимум среднего времени

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-08-00052.

**Ссылка для цитирования:** Грузликов А.М., Колесов Н.В., Литуненко Е.Г., Скородумов Ю.М. Маршрутизация в сетях автономных необитаемых подводных аппаратов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 6. С. 984–990. doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-984-990

## Routing in networks of autonomous underwater vehicles

Alexander M. Gruzlikov<sup>1</sup>✉, Nikolai V. Kolesov<sup>2</sup>, Elizaveta G. Litunenکو<sup>3</sup>, Yuri M. Skorodumov<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation

<sup>1</sup> [agruzlikov@yandex.ru](mailto:agruzlikov@yandex.ru)✉, <https://orcid.org/0000-0001-8814-0726>

<sup>2</sup> [kolesovnv@mail.ru](mailto:kolesovnv@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-3287-7504>

<sup>3</sup> [lisa.litunenکو@gmail.ru](mailto:lisa.litunenکو@gmail.ru), <https://orcid.org/0000-0001-5280-0593>

<sup>4</sup> [skorum@mail.ru](mailto:skorum@mail.ru), <https://orcid.org/0000-0003-0825-1720>

© Грузликов А.М., Колесов Н.В., Литуненко Е.Г., Скородумов Ю.М., 2021

### Abstract

Autonomous underwater vehicles have a wide range of applications, but their limited capabilities make it difficult to perform some time critical functions. To coordinate joint actions between agents, it is proposed to use a multi-agent approach with information exchange. For networks of autonomous underwater vehicles, information interaction is carried out with sound underwater communication equipment, which shows non-directional radiation and imposes limitations on speed (kilobits per second) and on the radius of information exchange. This results in the need for planning an exchange route using nodes as repeaters. The paper considers issues of routing exchanges for such networks. The research focuses on the problem of ordering the sequence of messages in each of the devices at the stage of the transmission session. The issue of ordering messages is reduced to the well-known problem of flow shop planning according to the total optimization criterion that is minimizing the average time spent by job in the system. The authors present an algorithm for scheduling communication sessions based on the concept of a solvable class of systems. Based on information interaction between subscribers, it is proposed to correlate the state of the network with one of the solvable classes of systems with the subsequent application of the scheduling algorithm. The main results involve the analysis of an algorithm for scheduling exchanges and present a model of its operation. Assertions are formulated and proved for four known decidable classes of systems. The developed algorithm makes it possible to reduce the total time of information exchange in the network of autonomous underwater vehicles and can be used by specialists in the design of equipment for sound underwater communications.

### Keywords

autonomous underwater vehicle, routing, solvable class of systems, sound underwater communications, total optimization criterion, minimum average time

### Acknowledgements

This work was supported by Russian Foundation for Basic Research (Russian Federation), project No. 19-08-00052.

**For citation:** Gruzlikov A.M., Kolesov N.V., Litunenko E.G., Skorodumov Yu.M. Routing in networks of autonomous underwater vehicles. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, vol. 21, no. 6, pp. 984–990 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2021-21-6-984-990

### Введение

Автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) широко применяются при работе в экстремальных условиях, что позволяет решить задачу сбора информации в интересах геологоразведочных, поисковых, океанографических и других исследований.

Одно из ограничений использования АНПА — фактор времени, например, в задачах поиска и обследования затонувших объектов, патрулирования и др. В таких случаях применяется мультиагентный подход, с обменом информацией между агентами для координации совместных действий. При построении мультиагентной системы с использованием в качестве агентов — АНПА [1, 2], информационное взаимодействие между аппаратами осуществляется с использованием средств звукоподводной связи (ЗПС). Особенности условий эксплуатации средств ЗПС являются зависимость коэффициента затухания гидроакустического сигнала от частоты, многолучевое распространение, обнаружение сигнала в условиях априорной неопределенности помехо-сигнальной обстановки. Данные особенности приводят как к существенному ограничению скорости обмена (килобиты в секунду), так и к ограничению радиуса обмена информацией между аппаратами. Последнее создает необходимость планирования маршрута обмена с использованием узлов в качестве ретрансляторов, причем маршрут должен динамически меняться из-за изменения топологии сети АНПА.

Допустим, что абоненты сети АНПА осуществляют обмен информацией в соответствии с заданной миссией. При этом излучение сигнала выполняется с использованием ненаправленного излучателя (сообщения получают все аппараты, находящиеся в зоне прямой видимости средств ЗПС), а прием осуществляется антенной решеткой (возможность одновременного приема

сообщений при пространственном разрешении абонентов сети). Очевидно, что каждое излучение приводит к временной блокировке передачи другой полезной информации, а время передачи сообщения от источника до адресата непосредственно зависит как от числа используемых узлов ретрансляции, так и от расстояния между узлами обмена.

Таким образом, задача сокращения суммарного времени пребывания сообщений в сети выдвигается на передний план, поскольку в отличие от компьютерной сети время передачи сообщений значительно превышает время обработки передаваемой информации. Это суммарное время напрямую связано с эффективностью используемого алгоритма маршрутизации. Вопросы маршрутизации в сети рассматриваются в многочисленных научных работах на протяжении не одного десятилетия. Большинство известных алгоритмов маршрутизации — распределенные [2]. При этом каждый из алгоритмов предполагает вычисление кратчайших путей для любой пары узлов сети связи. Для каждого узла заполняется таблица маршрутизации, куда заносится информация для каждого адресата в виде имени ближайшего узла на выбранном пути. В процессе функционирования сети информация обновляется путем взаимных обменов. В настоящей работе выполнена разработка процедуры упорядочивания очереди сообщений, и предложены рекомендации включения процедуры алгоритма маршрутизации с целью минимизации продолжительности сеанса. Работа направлена на решение проблемы планирования последовательности сообщений в сеансе связи, которая сводится к известной постановке задачи flow shop планирования.

Задача планирования на практике возникает в различных прикладных областях, а именно: при планировании производства, составлении расписаний движения транспорта, планировании вычислений и многих дру-

гих. В научных работах [3–5] проблеме планирования, а также другим разнообразным задачам, уделяется большое внимание.

Среди проблем планирования производства можно выделить, например, планирование для одного прибора и для технологических линий [6–8]. С данным направлением на идейном уровне переплетается планирование вычислений [5, 9–12]. В настоящей работе рассмотрена проблема flow shop планирования, которая традиционно решается при минимизации общего времени выполнения плана. В настоящей работе в качестве критерия использован суммарный критерий оптимизации, т. е. среднее по работам время пребывания работы в системе [10]. Оптимальное решение проблемы планирования может быть получено переборными алгоритмами, однако все они характеризуются экспоненциальной вычислительной сложностью, и в силу этого их применение в целом ряде приложений оказывается невозможным. По этой причине широкое распространение на практике получили субоптимальные алгоритмы, которые рассмотрены далее. Настоящая работа основана на подходе использования так называемых разрешимых классов систем (РКС) — РКС-алгоритм. Показано, что базовая идея РКС-алгоритма, предложенного для flow shop планирования с минимизацией общей длительности плана или максимального отклонения от заданных директивных сроков, оказывается эффективной и при минимизации среднего по работам времени пребывания работы в системе.

### Предварительные сведения и постановка проблемы

Опишем постановку задачи flow shop планирования. Рассматривается система, которая включает машины, обменивающиеся результатами выполнения операций по их готовности.

Предположим, что рассматриваемое множество операций разбито на независимые группы операций, связанные отношением предшествования (далее — работы). В результате планированию подлежат  $n$  независимых равноприоритетных работ  $\tau = \{\tau_j | j = \overline{1, n}\}$ . Каждая  $j$ -ая работа состоит из  $m$  операций  $\tau_{j,i}$  длительностью  $e_{j,i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Также предполагается, что значения длительностей известны точно. С практической точки зрения это означает, что используются, например, средние значения или верхние границы длительностей. Произведенное планирование работ соответствует случаю flow shop системы. В данной работе примем, что имеется  $n$  изоморфизмов  $\varphi_j: G_j(S_j, T_j) \rightarrow F(Q, P)$ ,  $j = \overline{1, n}$ , где  $G_j(S_j, T_j)$  — граф межоперационных связей  $j$ -ой работы,  $S_j$  и  $T_j$  — множество ребер и вершин (операций) соответственно;  $F(Q, P)$  — граф межмашинных связей,  $Q$  и  $P$  — множество ребер и машин соответственно. Графы — направленные, ациклические и содержат в общем случае не один путь между любыми выделенными вершинами, а также характеризуются выделенным подмножеством входных вершин и одной выходной вершиной.

Рассмотрим задачу планирования сеанса связи в сети АНПА и покажем ее сводимость к задаче flow

shop планирования. Предположим, что в конкретном аппарате сформирована очередь сообщений, подготовленных к передаче. При этом известно относительное положение по дальности всех аппаратов-адресатов. Эта информация позволяет определить наилучший маршрут передачи сообщения для каждого адресата. В общем случае часть сообщений будет передано в режиме «точка-точка», а остальные — путем ретрансляций через один или несколько аппаратов. Как следствие, время, необходимое для передачи сообщения заданного размера между абонентами в режиме «точка-точка» и с использованием ретрансляции известно. В результате для каждой передачи информации может быть рассчитано суммарное время пребывания сообщения в сети. Рассматривая каждый узел как машину, и учитывая, что АНПА передают только одно сообщение (т. е. выполняет только одну работу) можно увидеть аналогию между задачами планирования сеансов связи и flow shop планированием.

Охарактеризуем исследуемый алгоритм flow shop планирования — РКС-алгоритм. Данный алгоритм основан на использовании понятия разрешимого класса системы. Важным следствием принадлежности системы к разрешимому классу является существование для нее оптимального алгоритма flow shop планирования линейной сложности [9, 13]. В рассматриваемой системе каждая входная машина  $P_i$  связана с выходной машиной  $P_o$  хотя бы одним путем (последовательностью машин)  $p = P_i, P_j, \dots, P_o$ . Назовем  $E(p_j)$  временем выполнения пути  $p$  на  $j$ -ой работе. Определим его как сумму времен  $e_{j,i}$  выполнения задач  $j$ -ой работы машинами, принадлежащими этому пути. Назовем вычислительный путь  $p_j^*$  критическим для  $j$ -ой работы, если время его выполнения на  $j$ -ой работе является максимальным среди всех остальных путей системы. Очевидно, что для разных работ, выполняемых в одной и той же системе, критические пути могут быть различными.

С использованием нумерации машин вдоль пути  $p_j$  выражение для  $E(p_j)$  можно записать в виде:  $E(p_j) = \sum_{i=1}^{m^*} e_{j,i}$ , где  $m^*$  — число машин, принадлежащих пути  $p_j$ .

Для определения разрешимых классов предварительно введем на множестве машин отношение доминирования «>».

**Определение 1.** Машина  $P_q$  доминирует над машиной  $P_r$  ( $P_q > P_r$ ), если  $\min_j e_{j,q} \geq \max_j e_{j,r}$ , ( $j = \overline{1, n}$ ).

Общее свойство рассматриваемых далее разрешимых классов систем состоит в следующем: для любой работы, выполняемой в системе, критический путь единственен и проходит по одним и тем же машинам  $P_1, P_2, \dots, P_{m^*}$ . Приведем определяющие свойства для каждого из разрешимых классов.

**Определение 2 (класс 1).** Множество машин критического пути представляет собой последовательность  $P_1 > P_2 > \dots > P_{m^*}$ , убывающую по отношению доминирования.

**Определение 3 (класс 2).** Множество машин критического пути представляет собой последовательность

$P_1 < P_2 < \dots < P_{m^*}$ , возрастающую по отношению доминирования.

**Определение 4 (класс 3).** Множество машин критического пути представляет собой пару соединенных последовательностей:

$$P_1 < P_2 < \dots < P_{h^*} > \dots > P_{m^*-1} > P_{m^*}, 1 \leq h^* \leq m^*,$$

первая из которых возрастает, а вторая убывает по отношению доминирования ( $h^*$  — номер машины стыковки двух последовательностей).

**Определение 5 (класс 4).** Множество машин критического пути представляет собой пару соединенных последовательностей:

$$P_1 > P_2 > \dots > P_{h^*} < \dots < P_{m^*-1} < P_{m^*}, 1 \leq h^* \leq m^*,$$

первая из которых убывает, а вторая возрастает по отношению доминирования.

Четвертый класс не является в полном смысле разрешимым, поскольку для него неизвестно оптимального алгоритма планирования линейной сложности, а известный алгоритм субоптимален.

Длительности плана  $\pi$  [12] для систем из разрешимых классов 1–3 определяются, соответственно, выражениями:

$$E_1(\pi) = \sum_{j=1}^n e^*_{j,1} + \sum_{i=2}^{m^*} e^*_{n,i} \quad (1)$$

$$E_2(\pi) = \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n e^*_{k,m^*}, \quad (2)$$

$$E_3(\pi) = \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n e^*_{k,h^*} + \sum_{i=h^*+1}^{m^*} e^*_{n,i} \quad (3)$$

где  $e^*$  — операции, длительности которых выполняются машинами критического пути;  $n$  — число работ;  $m^*$  — число машин;  $h^*$  — номер машины стыковки.

Эти выражения можно получить, если записать для некоторой машины критического пути сумму времен работы и простоя. Для класса 1 такой машиной будет первая от входа, для класса 2 — последняя, для класса 3 — машина стыковки. Для класса 4 в рамках рассматриваемого подхода известно [12] лишь выражение для верхней границы длительности плана:

$$E_4(\pi) \leq \hat{E}_4(\pi) = \sum_{j=1}^n (e^*_{j,h^*} + e^*_{j,h^*+1}) + \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{i=h^*+2}^{m^*} e^*_{n,i} \quad (4)$$

### Алгоритмы планирования по критерию минимума среднего времени пребывания работы в flow shop системах из разрешимых классов

Предложим оптимальные алгоритмы flow shop планирования при использовании в качестве критерия минимума среднего по работам времени пребывания работы в системе.

**Теорема 1.** Минимальное значение среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\pi$  для системы из класса 1 достигается в плане  $\bar{F}_1(\pi)$ , в котором

работы упорядочены по неубыванию длительностей первых операций критического пути, т. е.

$$e^*_{1,1} \leq e^*_{2,1} \leq \dots \leq e^*_{n,1}.$$

**Доказательство.** Запишем с использованием формулы (1) выражение для среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\bar{F}_1(\pi)$  в случае системы из класса 1:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1(\pi) &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \sum_{j=1}^k e^*_{j,1} + \sum_{i=2}^{m^*} e^*_{k,i} \right] = \\ &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,1} + \sum_{k=1}^n \sum_{i=2}^{m^*} e^*_{k,i} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Для решения задачи поиска плана, минимизирующего полученное выражение (5), второе слагаемое в скобках отбросим и перейдем к минимизации выражения

$$\bar{F}_1'(\pi) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,1}. \quad (6)$$

Выполним анализ исключенной двойной суммы. Каждое  $k$ -ое слагаемое внешней суммы представляет собой сумму длительностей всех операций, кроме первой, выполняемых в  $k$ -ой работе на критическом пути. Так как такая сумма длительностей присутствует в двойной сумме для каждой работы, ее значение не зависит от упорядоченности работ, а значит, второе слагаемое можно исключить из выражения (6).

Если в (6) развернуть внутреннюю сумму и привести подобные члены, получим

$$\bar{F}_1'(\pi) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [(n-k+1)e^*_{k,1}]. \quad (7)$$

В (7) суммируются почленные произведения двух числовых последовательностей  $\{n-k+1\}$  и  $\{e^*_{k,1}\}$   $k = 1, n$ , причем первая из них убывающая. Известно [14], что сумма (7) имеет минимум, если вторая последовательность будет неубывающей. Отсюда следует, что работы должны упорядочиваться по неубыванию длительностей первых задач критического пути. ■

**Теорема 2.** Минимальное значение среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\bar{F}_2(\pi)$  для системы из класса 2 достигается в плане  $\pi$ , для которого выполняются условия:

— работы упорядочены по неубыванию длительностей последних операций критического пути

$$e^*_{1,m^*} \leq e^*_{2,m^*} \leq \dots \leq e^*_{n,m^*}, \quad (8)$$

— первая работа плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg \min_j \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{j,i} \quad (9)$$

**Доказательство.** Запишем с использованием формулы (2) выражение для среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\bar{F}_2(\pi)$  для системы из класса 2:

$$\bar{F}_2(\pi) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{j=1}^k e^*_{j,m^*} \right] =$$

$$= \frac{1}{n} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,m^*} \right]. \quad (10)$$

Преобразуем первое слагаемое в выражении (10), учитывая, что его внутренняя сумма не зависит от  $k$ . Во втором слагаемом развернем внутреннюю сумму и приведем подобные члены. В результате получим

$$\begin{aligned} \overline{F}_2(\pi) &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n (n-k+1) e^*_{k,m^*} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{m^*-1} e^*_{1,i} + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (n-k+1) e^*_{k,m^*}. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) следует, что минимизация первого слагаемого определяется условием (9), а второго слагаемого (по аналогии с доказательством теоремы 1) – (8). ■

**Теорема 3.** Минимальное значение среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\overline{F}_3(\pi)$  для системы из класса 3 достигается в плане  $\pi$ , для которого выполняются условия:

- работы упорядочены по неубыванию длительностей операций стыковки критического пути

$$e^*_{1,h^*} \leq e^*_{2,h^*} \leq \dots \leq e^*_{n,h^*}, \quad (12)$$

- первая работа плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg \min_j \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{j,i}. \quad (13)$$

**Доказательство.** Запишем с использованием формулы (3) выражение для среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\overline{F}_3(\pi)$  для системы из класса 3:

$$\begin{aligned} \overline{F}_3(\pi) &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{j=1}^k e^*_{j,h^*} + \sum_{i=h^*+1}^{m^*} e^*_{n,i} \right] = \\ &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,h^*} + \sum_{k=1}^n \sum_{i=h^*+1}^{m^*} e^*_{n,i} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

По аналогии анализа систем из класса 1, в (14) третье слагаемое в скобках может быть отброшено, как независимое от упорядоченности заданий. В результате перейдем к минимизации функции:

$$\overline{F}_3'(\pi) = \frac{1}{n} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,h^*} \right].$$

Оставшиеся слагаемые преобразуем в соответствии с использованными в предыдущем утверждении приемами. В результате получим

$$\begin{aligned} \overline{F}_3'(\pi) &= \frac{1}{n} \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k e^*_{j,h^*} \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{h^*-1} e^*_{1,i} + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (n-k+1) e^*_{k,h^*}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из (15) следует, что минимизация первого слагаемого определяется условием (13), а второго слагаемого — (12). ■

**Теорема 4.** Минимальное значение оценки среднего по работам времени пребывания работы в системе  $\overline{F}_4(\pi)$  для системы из класса 4 достигается в плане  $\pi$ , при условиях:

- работы упорядочены по неубыванию суммарных длительностей первых и последних операций критического пути

$$(e^*_{1,1} + e^*_{1,m^*}) \leq (e^*_{2,1} + e^*_{2,m^*}) \leq \dots \leq (e^*_{n,1} + e^*_{n,m^*}),$$

- первое задание плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg \min_j \sum_{i=h^*+1}^{m^*-1} e^*_{j,i}.$$

Доказательство теоремы 4 проводится с использованием выражения (4) для верхней границы длительности плана и рассуждений по аналогии с рассуждениями для системы из класса 3 (теорема 3).

Если в конкретном случае условия в утверждениях 2, 3 или 4 противоречат друг другу, то лучший из вариантов может быть определен перебором.

#### Алгоритм планирования по критерию минимума среднего времени пребывания работы в flow shop системе общего вида

На практике для flow shop системы общего вида, описанной в постановке задачи, условия ее принадлежности к тому или иному разрешимому классу чаще всего не выполняются. В частности, могут не совпадать критические пути разных работ. Также может нарушаться отношение доминирования между машинами, а при выполнении данного условия, может не быть упорядоченных по этому отношению цепочек машин, характерных для разрешимых классов. В результате исчезают гарантии оптимальности описанных выше алгоритмов. Тогда можно предложить приближенный для любой из рассматриваемых систем рекурсивный алгоритм планирования, выполняемый не большее число шагов, чем число заданий. На каждом шаге рекурсии определяется некоторый аналог критического пути, называемый псевдокритическим. Далее используется алгоритм планирования (теоремы 1–4), соответствующий тому разрешимому классу, к которому наиболее близка рассматриваемая на данном шаге система. Соответствующий класс определяется на основе геометрического классификационного правила [9], предполагающего аппроксимацию зависимости средней длительности решаемых задач от номера машины и формирование оценки  $\delta$  точности аппроксимации (достоверности классификации). Выбранная работа занимает первую позицию из интервала свободных позиций формируемого плана. После размещения эта работа исключается из исходного множества, и осуществляется переход к следующей итерации, реализуемой уже для оставшегося множества работ на множестве свободных позиций плана. В случае, если достигнутая на  $k$ -ом шаге достоверность классификации окажется меньше значения достоверности на предыдущем шаге, то планирование завершается с сохранением упорядоченности  $(k-1)$ -го шага. В ре-

зультате алгоритм последовательно размещает в плане все рассматриваемые работы в направлении от начала плана к его концу.

### Результаты моделирования

Для исследования эффективности РКС-алгоритма при минимизации среднего времени пребывания работы во flow shop системе осуществлен модельный эксперимент, основанный на случайной генерации примеров. При этом использована случайная генерация графов работ и длительностей составляющих их операций. В целях увеличения достоверности результата сгенерировано порядка 350 000 примеров, представленных тремя группами, а именно работами, имеющими графы в виде цепочек, деревьев и ациклических графов. Число работ в примерах варьировалось от 10 до 50, при числе машин, равном 20. Длительности операций, измеряемые в условных единицах, формировались как случайные равномерно распределенные величины из интервала [200, 1000]. Для каждого примера составлен план на основе предложенного алгоритма. Для вычисления длительностей плана использована алгебра  $\max$ -plus [15]. Далее, для получения оценки эффективности алгоритма, эту длительность следовало бы сопоставить с минимальной, полученной в результате полного перебора вариантов плана. Однако известно, что при большом числе работ поиск оптимального плана путем перебора становится нереализуемым за приемлемое время. По этой причине в модельном эксперименте использованы оценки Тэйларда [16] и их обобщение на случай ациклических графов. Для всех исследованных трех групп примеров средний проигрыш оптимальному

результату оказался порядка 8 %, при этом наилучшие варианты соответствовали уровню 20 %.

### Заключение

В работе рассмотрена проблема планирования обмена сообщениями в сети автономных необитаемых подводных аппаратов, которая была сведена к планированию во flow shop системах при использовании критерия суммарной оптимизации: минимума среднего времени пребывания сообщения в системе. Особенностью предложенного РКС-алгоритма является его простота. Моделирование продемонстрировало достаточную эффективность предложенного алгоритма.

Заметим, что предложенный алгоритм охватывает общий случай информационного взаимодействия сети автономных необитаемых подводных аппаратов и не зависит от особенностей решаемой миссии. В действительности информационный обмен (периодичность, размер сообщений, узлы обменов, число точек ретрансляции и др.) при решении задачи на шельфе, будет отличаться от обмена при проведении океанографических исследований.

Отметим, что информация о поставленной задаче сети автономных необитаемых подводных аппаратов может привести к появлению новых алгоритмов планирования обменов сообщений, которые будут более эффективными по суммарному критерию минимума среднего времени обмена сообщениями в сети.

Предложенный в работе подход по маршрутизации сообщений может использоваться специалистами при проектировании и разработке средств звукоподводной связи.

### Литература

1. Федосов В.П., Тарасов С.П., Пивнев П.П., Воронин В.В., Кучерявенко С.В., Лegin А.А., Ломакина А.В., Франц В.А. Сети связи для подводных автономных роботизированных комплексов. Ростов-на-Дону, Таганрог: ЮФУ, 2018. 178 с.
2. Туфанов И.Е., Щербатюк А.Ф. Некоторые результаты морских испытаний централизованной системы управления группой морских роботов // Управление большими системами. 2016. № 59. С. 233–246.
3. Тель Ж. Введение в распределенные алгоритмы. М.: МЦНМО, 2009. 616 с.
4. Nawaz M., Ensco Jr. E.E., Ham I. A Heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem // *Omega*. 1983. V. 11. N 1. P. 91–95. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(83\)90088-9](https://doi.org/10.1016/0305-0483(83)90088-9)
5. Bruker P. *Scheduling Algorithms*. Leipzig: Springer, 2007. 371 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-69516-5>
6. Liu J.W.S. *Real-Time Systems*. NJ: Prentice Hall, 2000. 600 p.
7. Bocewicz G., Banaszak Z.A. Declarative approach to cyclic steady state space refinement: periodic process scheduling // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013. V. 67. N 1-4. P. 137–155. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4760-0>
8. Korytkowski P., Rymaszewski S., Wiśniewski T. Ant colony optimization for job shop scheduling using multi-attribute dispatching rules // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2013. V. 67. N 1-4. P. 231–241. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4769-4>
9. Pinedo M.L., *Scheduling. Theory: Algorithms and Systems*. Springer Science and Business Media, 2016. 670 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-26580-3>
10. Лазарев А.А. Теория расписаний. Методы и алгоритмы. М.: ИПУ РАН, 2019. 408 с.

### References

1. Fedosov V.P., Tarasov S.P., Pivnev P.P., Voronin V.V., Kucheryavenko S.V., Legin A.A., Lomakina A.V., Frants V.A. *Communication Networks for Underwater Autonomous Robotic Complexes*. Rostov-on-Don, Taganrog, Southern Federal University Publ., 2018, 178 p. (in Russian)
2. Tuphanov I., Scherbatyuk A. Some marine trial results of centralized control system for marine robot group. *Large-Scale Systems Control*, 2016, no. 59, pp. 233–246. (in Russian)
3. Tel G. *Introduction to Distributed Algorithms*. Cambridge University Press, 2000, 596 p.
4. Nawaz M., Ensco Jr. E.E., Ham I. A Heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. *Omega*, 1983, vol. 11, no. 1, pp. 91–95. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(83\)90088-9](https://doi.org/10.1016/0305-0483(83)90088-9)
5. Bruker P. *Scheduling Algorithms*. Leipzig, Springer, 2007, 371 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-69516-5>
6. Liu J.W.S. *Real-Time Systems*. NJ, Prentice Hall, 2000, 600 p.
7. Bocewicz G., Banaszak Z.A. Declarative approach to cyclic steady state space refinement: periodic process scheduling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, vol. 67, no. 1-4, pp. 137–155. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4760-0>
8. Korytkowski P., Rymaszewski S., Wiśniewski T. Ant colony optimization for job shop scheduling using multi-attribute dispatching rules. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, vol. 67, no. 1-4, pp. 231–241. <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4769-4>
9. Pinedo M.L., *Scheduling. Theory: Algorithms and Systems*. Springer Science and Business Media, 2016, 670 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-26580-3>

11. Wang J.-B., Xia Z.-Q. Flow shop scheduling with deteriorating jobs under dominating machines // *Omega*. 2006. V. 34. N 4. P. 327–336. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.10.006>
12. Gruzlikov A.M., Kolesov N.V., Skorodumov I.M., Tolmacheva M.V. Using solvable classes in flowshop scheduling // *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2017. V. 88. N 5-8. P. 1535–1546. <https://doi.org/10.1007/s00170-016-8828-5>
13. Грузликов А.М., Колесов Н.В., Скородумов Ю.М., Толмачева М.В. Планирование заданий в распределенных системах реального времени // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2017. № 2. С. 67–76. <https://doi.org/10.7868/S000233881702010X>
14. Харди Г.Г., Литтлвуд Дж.Е., Поля Г. Неравенства. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. 456 с.
15. Heidergott B., Olsder G.J., van der Woude J. *Max Plus at work*, Princeton Series in Applied Mathematics. Princeton: Princeton University Press, 2006. 226 p.
16. Taillard E. Benchmarks for basic scheduling problems // *European Journal of Operational Research*. 1993. V. 64. N 2. P. 278–285. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90182-M](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90182-M)
10. Lazarev A.A. *Scheduling Theory. Methods and Algorithms*. Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, 2019, 408 p. (in Russian)
11. Wang J.-B., Xia Z.-Q. Flow shop scheduling with deteriorating jobs under dominating machines. *Omega*, 2006, vol. 34, no. 4, pp. 327–336. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.10.006>
12. Gruzlikov A.M., Kolesov N.V., Skorodumov I.M., Tolmacheva M.V. Using solvable classes in flowshop scheduling. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, vol. 88, no. 5-8, pp. 1535–1546. <https://doi.org/10.1007/s00170-016-8828-5>
13. Gruzlikov A.M., Kolesov N.V., Skorodumov Y.M., Tolmacheva M.V. Task scheduling in distributed real-time systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2017, vol. 56, no. 2, pp. 236–244. <https://doi.org/10.1134/S1064230717020101>
14. Hardy G.H., Littlewood J.E., Pólya G. *Inequalities*. Cambridge. Cambridge Univ. Press, 1934, 314 p.
15. Heidergott B., Olsder G.J., van der Woude J. *Max Plus at work*, *Princeton Series in Applied Mathematics*. Princeton, Princeton University Press, 2006, 226 p.
16. Taillard E. Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 1993, vol. 64, no. 2, pp. 278–285. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90182-M](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90182-M)

### Авторы

**Грузликов Александр Михайлович** — кандидат технических наук, начальник отдела, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, [sc 56037536900](https://orcid.org/0000-0001-8814-0726), <https://orcid.org/0000-0001-8814-0726>, [agruzlikov@yandex.ru](mailto:agruzlikov@yandex.ru)

**Колесов Николай Викторович** — доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, [sc 6602000556](https://orcid.org/0000-0003-3287-7504), <https://orcid.org/0000-0003-3287-7504>, [kolesovnv@mail.ru](mailto:kolesovnv@mail.ru)

**Литуненко Елизавета Геннадьевна** — инженер, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-5280-0593>, [lisa.litunenko@gmail.com](mailto:lisa.litunenko@gmail.com)

**Скородумов Юрий Михайлович** — кандидат технических наук, начальник лаборатории, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, [sc 56413038700](https://orcid.org/0000-0003-0825-1720), <https://orcid.org/0000-0003-0825-1720>, [skorum@mail.ru](mailto:skorum@mail.ru)

Статья поступила в редакцию 25.09.2021

Одобрена после рецензирования 27.10.2021

Принята к печати 30.11.2021

### Authors

**Alexander M. Gruzlikov** — PhD, Head of Department, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation, [sc 56037536900](https://orcid.org/0000-0001-8814-0726), <https://orcid.org/0000-0001-8814-0726>, [agruzlikov@yandex.ru](mailto:agruzlikov@yandex.ru)

**Nikolai V. Kolesov** — D.Sc., Professor, Chief Researcher, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation, [sc 6602000556](https://orcid.org/0000-0003-3287-7504), <https://orcid.org/0000-0003-3287-7504>, [kolesovnv@mail.ru](mailto:kolesovnv@mail.ru)

**Elizaveta G. Litunenکو** — Engineer, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-5280-0593>, [lisa.litunenko@gmail.com](mailto:lisa.litunenko@gmail.com)

**Yuri M. Skorodumov** — PhD, Head of Laboratory, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation, [sc 56413038700](https://orcid.org/0000-0003-0825-1720), <https://orcid.org/0000-0003-0825-1720>, [skorum@mail.ru](mailto:skorum@mail.ru)

Received 25.09.2021

Approved after reviewing 27.10.2021

Accepted 30.11.2021



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»