НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
январь–февраль 2023 Том 23 № 1 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
January–February 2023 Vol. 23 No 1 http://ntv.ifmo.ru/en/
ISSN 2226-1494 (print) ISSN 2500-0373 (online)

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
январь–февраль 2023 Том 23 Номер 1

doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-1-161-168
УДК 519.816

Метод объективизации значений весовых коэффициентов для принятия решений в многокритериальных задачах

Денис Сергеевич Соловьев✉

Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, Тамбов, 392036, Российская Федерация
solovjevdenis@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6613-3218

Аннотация
Предмет исследования. При определении весовых коэффициентов в многокритериальных задачах для одинаковых исходных данных с целью оценки важности критериев на основе существующих качественных и количественных подходов возникает противоречие понятию «единственность решения». Это приводит к снижению степени доверия к принятым решениям. Таким образом, требуется определить степень объективности используемых весовых коэффициентов. Целью исследования является объективизация значений весовых коэффициентов для задач принятия решений. **Метод.** В работе предложено сочетание качественного и количественного подходов для определения весовых коэффициентов с заданной согласованностью. Сформирована матрица весовых коэффициентов (количественный подход), которой сопоставлена матрица рангов (качественный подход). Для получения заданного значения коэффициента согласованности с помощью матрицы рангов решена задача оптимизации. **Основные результаты.** Применение предложенного метода продемонстрировано на примере решения многокритериальной задачи выбора наилучшей альтернативы. Расчет значений весовых коэффициентов осуществлен с помощью разработанного программного обеспечения на языке Python. Решение сведено к однокритериальной задаче на основе максиминного подхода с использованием найденных значений весовых коэффициентов. В результате решение задачи с заданной согласованностью обеспечило объективность результата и повысило доверие к принятому решению. **Практическая значимость.** Предложенный метод может быть использован при оценке важности критериев без необходимости участия лица, принимающего решение.

Ключевые слова
метод, объективность, согласованность, весовые коэффициенты, принятие решений, оптимизация, многокритериальная задача

Ссылка для цитирования: Соловьев Д.С. Метод объективизации значений весовых коэффициентов для принятия решений в многокритериальных задачах // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 1. С. 161–168. doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-1-161-168

The objectification method of the weight coefficients for decision-making in multicriteria problems

Denis S. Solovjev✉

Derzhavin Tambov State University, Tambov, 392036, Russian Federation
solovjevdenis@mail.ru✉, https://orcid.org/0000-0001-6613-3218

Abstract
The contradiction in the concept of “solution uniqueness” arises when determining weight coefficients in multicriteria problems for the same initial data in order to assess the criteria importance based on existing qualitative and quantitative approaches. This leads to a decrease in the degree of confidence in the decisions made. Thus, it is required to determine the objectivity degree of the weighting coefficients used. The objectification of the weight coefficients for decision-making problems is the purpose of the study. The article proposes a combination of qualitative and quantitative approaches to determine weight coefficients with a given consistency. The weight coefficients matrix is formed

(quantitative approach). This matrix is correlated with the rank matrix (qualitative approach). The optimization problem is solved to obtain a given consistency coefficient using the rank matrix. The proposed method application is demonstrated by the example of solving the problem of choosing the best alternative in multicriteria problem. The calculation of the weight coefficients is carried out using the developed software in the Python. The solution is reduced to a single-objective problem based on the maximin approach using the found weight coefficients. Thus, solving the problem with a given consistency ensures the result objectivity and increases the decision confidence. The proposed method can be used in assessing the criteria importance without the need for the participation of the decision maker.

Keywords
method, objectivity, consistency, weight coefficients, decision-making, optimization, multicriteria problem

For citation: Solovjev D.S. The objectification method of the weight coefficients for decision-making in multicriteria problems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2023, vol. 23, no. 1, pp. 161–168 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2023-23-1-161-168

Введение

Определение весовых значений коэффициентов для оценки важности критериев — одна из ключевых проблем анализа данных в многокритериальных задачах оптимизации при разработке систем поддержки принятия решений [1]. Методология определения важности критериев много лет являются предметом интенсивных исследований и научных дискуссий. Большинство подходов к определению весовых коэффициентов для критериев можно разделить на качественные и количественные. Качественные подходы основаны на определении весовых коэффициентов с использованием информации от лиц, принимающих решения, или экспертов, включенных в процесс принятия решений. В качественных подходах лица, принимающие решения, влияют на процесс принятия решений. Качественные подходы реализованы в таких методах как: экспертные оценки [2], анализ иерархий [3] и др. Данные методы различаются количеством участников процесса принятия решения и способом формирования окончательных весов критериев. В отличие от качественных подходов, количественные подходы определяют значения весовых коэффициентов для критериев на основе анализа данных, присутствующих в исходной матрице решений. Примерами количественных подходов являются методы: равнозначный [4]; энтропийный [5]; стандартного отклонения [6], основанный на эффектах удаления [7]; корреляции [8]; потери влияния [9]; комплексный [10]; угловой [11], основанный на коэффициенте Джини [12]; статистической дисперсии [13] и др. Количественные подходы устраняют лицо, принимающее решение, от оценки важности критериев и различаются алгоритмами анализа данных. Использование данных подходов приводит к различающимся значениям весовых коэффициентов, что противоречит понятию «единственность решения» для одинаковых исходных данных. В свою очередь остается открытым вопрос определения степени объективности сформированных значений весовых коэффициентов для критериев, которые напрямую зависят от выбора конкретных участников процесса принятия решения (в качественных подходах) и алгоритмов анализа данных в исходной матрице решений (в количественных подходах), а также их количества, в результате чего снижается степень доверия к принятым решениям. Поскольку согласованность — один из основных показателей объективности, то разработка метода для расчета весовых коэффициентов с заданной согласованностью — выход из сложившейся ситуации.

Цель работы — объективизация значений весовых коэффициентов для принятия решений в многокритериальных задачах.

Материалы и методы

Предложен метод расчета значений весовых коэффициентов для принятия решений в многокритериальных задачах. Метод отличается использованием количественных подходов оценки при условии, что ранговые значения весовых коэффициентов, полученные с помощью качественного подхода, обеспечивают заданную согласованность и статистическую значимость.

Пусть имеется множество альтернатив $\mathbf{A} = \{A_1, A_2, \ldots, A_M\}$, значения которых определены множеством критериев $\mathbf{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_N\}$ согласно матрице решений:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \ldots & k_{1,N} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \ldots & k_{2,N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ k_{M,1} & k_{M,2} & \ldots & k_{M,N} \end{pmatrix}_{M\times N}, \qquad (1)$$

где $k_{m,n}$ — значение m-й альтернативы по n-му критерию.

В результате использования множества методов $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_H\}$, реализующих количественный подход, сформируем матрицу значений весовых коэффициентов:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_{1,1} & \omega_{1,2} & \ldots & \omega_{1,N} \\ \omega_{2,1} & \omega_{2,2} & \ldots & \omega_{2,N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \omega_{H,1} & \omega_{H,2} & \ldots & \omega_{H,N} \end{pmatrix}_{H\times N}, \qquad (2)$$

где $\omega_{h,n}$ — значение n-го критерия по h-му методу.

В каждой h-й строке матрицы (2) найдем перестановку индексов $p_h(1), p_h(2), \ldots, p_h(N)$ для $(1, 2, \ldots, N)$, после которой элементы данной строки будут расположены в порядке неубывания в виде:

$$\forall h = 1, 2, \ldots, H: \omega_{h,p_h(1)} \leq \omega_{h,p_h(2)} \leq \ldots \leq \omega_{h,p_h(N)}, \qquad (3)$$

где H — количество методов для принятия решений.

В полученных строках (3) для каждого элемента найдем число его дублирующих значений:

$$t_{h,p_h(n)} = \sum_{l=1}^{N} \begin{cases} 1, \text{ если } \omega_{h,p_h(n)} = \omega_{h,p_h(l)} \wedge l \neq n \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}, \quad (4)$$

а также суммарное число дублей:

$$T_h = \sum_{n=1}^{N} t_{h,p_h(n)}, \quad (5)$$

где l — индекс критерия ($l = 1, 2, \ldots, N$).

Если суммарное число дублей $T_h = 0$, то осуществим переход от количественной оценки критериев к качественной с помощью их расстановки в порядке возрастания значимости (ранжирования). Весовому коэффициенту в (3), имеющему минимальное значение, присвоим первое место (ранг) в расстановке, а последующим в порядке увеличения значения — места, возрастающие между собой на единицу. Таким образом, чем большее значение имеет весовой коэффициент, тем выше его место (ранг), занятое в расстановке. Элементам в h-й строке сопоставим ранги согласно:

$$r_{h,p_h(n)} = p_h(n), \ (n = 1, 2, \ldots, N). \quad (6)$$

Если $T_h \neq 0$, то получим такую перестановку индексов $p_h^*(1), p_h^*(2), \ldots, p_h^*(G_h)$ для $(1, 2, \ldots, G_h)$, после которой элементы h-й строки будут располагаться в порядке возрастания:

$$\omega_{h,p_h^*(1)} < \omega_{h,p_h^*(2)} < \ldots \leq \omega_{h,p_h^*(G_h)}, \quad (7)$$

при этом $G_h < N$. Символ «*» обозначает однозначную идентификацию перестановок, так как $p_h(1), p_h(2), \ldots, p_h(N)$ обеспечивает неубывание (3), а $p_h^*(1), p_h^*(2), \ldots, p_h^*(G_h)$ — возрастание (7) в h-й строке матрицы весовых коэффициентов (2).

Определим количество уникальных значений $\omega_{h,p_h(n)}$ в h-й строке (3):

$$G_h = 1 + \sum_{n=2}^{N} \begin{cases} 1, \text{ если } \omega_{h,p_h(n)} > \omega_{h,p_h(n-1)} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}. \quad (8)$$

Каждому уникальному элементу h-й строки (7) сопоставим количество его повторов:

$$z_{h,p_h^*(g)} = \sum_{n=1}^{N} \begin{cases} 1, \text{ если } \omega_{h,p_h^*(g)} = \omega_{h,p_h(n)} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}. \quad (9)$$

В связи с тем, что в выражении (3) имеются повторяющиеся значения весовых коэффициентов (присутствуют значения $z_{h,p_h^*(g)}$ не равные единице), то для элемента $\omega_{h,p_h^*(g)}$ в (7) вычислим среднее значение места (ранга) $r^*_{h,p_h^*(g)}$ как отношение суммы порядковых номеров в (3) к количеству дублей (9) согласно:

$$r^*_{h,p_h^*(g)} = \left(\sum_{n=1}^{N} \begin{cases} n, \text{ если } \omega_{h,p_h^*(g)} = \omega_{h,p_h(n)} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \right) \Big/ z_{h,p_h^*(g)}. \quad (10)$$

При выполнении условия:

$$\omega_{h,p_h^*(g)} = \omega_{h,p_h(n)}, \quad (11)$$

элементам h-й строки (3) сопоставим полученные ранги (10) следующим образом:

$$r_{h,p_h(n)} = r^*_{h,p_h^*(g)}, \ (n = 1, 2, \ldots, N), \ (g = 1, 2, \ldots, G_h) \quad (12)$$

Вместо матрицы значений весовых коэффициентов (2) сформируем матрицу рангов:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & \ldots & r_{1,N} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & \ldots & r_{2,N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ r_{H,1} & r_{H,2} & \ldots & r_{H,N} \end{pmatrix}_{H \times N}. \quad (13)$$

Для матрицы рангов (13) определим коэффициент согласованности Кендалла W, величину которого найдем в диапазоне от 0 до 1, причем от значения 0,7 и выше согласованность будем считать высокой. Значимость $\chi^2_{\text{расч}}$ для коэффициента согласованности W рассчитаем согласно критерию Пирсона. Табличное значение критерия Пирсона $\chi^2_{\text{расч}}(\alpha_{\text{зад}}, \nu)$ определим уровнем значимости $\alpha_{\text{зад}}$ и числом степеней свободы $\nu = N - 1$.

Если $\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}(\alpha_{\text{зад}}, \nu)$, то с вероятностью $(1 - \alpha_{\text{зад}})$ коэффициент согласованности признается значимым, и возможно сформировать окончательные значения весовых коэффициентов важности критериев:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = (\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2, \ldots. \tilde{\omega}_N), \quad (14)$$

где n-ое значение коэффициента $\tilde{\omega}_n$ определяется как отношение суммы рангов n-го критерия к общей сумме рангов всех N критериев у всех H методов количественного подхода:

$$\tilde{\omega}_n = \left(\sum_{h=1}^{H} r_{h,n} \right) \Big/ \left(\sum_{h=1}^{H} \sum_{n=1}^{N} r_{h,n} \right), \quad (15)$$

что обеспечивает выполнение условия нормировки (сумма весовых коэффициентов должна равняться единице).

Так как применение всех методов из множества $\mathbf{F}$ не гарантирует обеспечение заданных значений согласованности $W_{\text{зад}}$ и уровня значимости $\alpha_{\text{зад}}$, то необходимо сформулировать задачу оптимизации. Для этого множество методов $\mathbf{F}$ расширим до мультимножества следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \{b_1 F_1, b_2 F_2, \ldots, b_H F_H\}, \quad (16)$$

где b_h — кратность вхождения метода F_h в мультимножество $\tilde{\mathbf{F}}$.

Кратность вхождения b_h принимает следующие значения:

$$b_h = \begin{cases} 1, \text{ если } F_h \in \tilde{\mathbf{F}} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}, \quad (17)$$

которые определяют наличие «1» или отсутствие «0» строки h в матрице (2).

Таким образом, задача оптимизации будет звучать следующим образом. Необходимо найти такие кратности вхождения методов $\mathbf{b}^* = (b_1^*, b_2^*, \ldots, b_H^*)$ из мультимножества $\tilde{\mathbf{F}}$ и соответствующие им весовые коэффициенты $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^* = (\tilde{\omega}_1^*, \tilde{\omega}_2^*, \ldots. \tilde{\omega}_N^*)$, для которых значение отклонения расчетного W^* от заданного $W_{\text{зад}}$ минимальное:

$$\Delta W^* = \min(W^* - W_{\text{зад}}), \tag{18}$$

при уравнениях связи (1)–(17) и ограничениях:

$$0 < W_{\text{зад}} < 1, \tag{19}$$

$$W^* \geq W_{\text{зад}}, \tag{20}$$

$$\chi^2_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}(\alpha_{\text{зад}}, \nu). \tag{21}$$

Задача (18) представляет собой случай задачи бинарного нелинейного программирования, когда необходимо выбрать или отказаться от выбора отдельных методов для получения весовых коэффициентов с заданной степенью согласованности. Гарантированное оптимальное решение такой задачи получим при использовании метода сканирования.

Экспериментальная часть

Рассмотрим применение предложенного метода на примере принятия решения в многокритериальной задаче выбора наилучшей альтернативы.

Пусть имеется множество критериев $\mathbf{K} = \{K_1, K_2, K_3, K_4\}$, где критерии: K_1 — равномерность распределения толщины гальванического покрытия на поверхности детали (безразмерное значение от 0 до 1); K_2 — производительность гальванической ванны (значение больше 0); K_3 — электроэнергия, затрачиваемая на нанесение гальванического покрытия (значение больше 0); K_4 — стоимость реализации гальванического процесса (значение больше 0). Критерии K_1 и K_2 стремятся к максимуму, а критерии K_3 и K_4 — к минимуму.

Дано множество альтернатив $\mathbf{A} = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7\}$, где гальванические ванны: A_1 — с анодами, работающими различное время [14]; A_2 — с анодами, работающими в циклическом режиме [15]; A_3 — с отключаемыми при реверсировании тока анодами [16]; A_4 — с защитными катодами [17]; A_5 — с токонепроводящими экранами [18]; A_6 — с биполярными электродами [19]; A_7 — с фигурными анодами [20]. Полученные значения на основании матрицы решений (1) представлены в табл. 1.

Пусть дано множество методов $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9, F_{10}\}$, где методы: F_1 — равнозначный; F_2 — энтропийный; F_3 — стандартного отклонения; F_4 — основанный на эффектах удаления; F_5 — корреляции; F_6 — потери влияния; F_7 — комплексный; F_8 — угловой; F_9 — основанный на коэффициенте Джини; F_{10} — статистической дисперсии.

Многокритериальную задачу выбора наилучшей альтернативы m^* сведем к однокритериальной с использованием максиминного подхода:

$$m^* = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \min_{n} \tilde{\omega}_n \bar{k}_{m,n}, \tag{22}$$

где $\bar{k}_{m,n}$ — нормализованное значение m-й альтернативы по n-му критерию.

Нормализацию значений $k_{m,n}$ осуществим по методу Вейтендорфа [21]. Весовые коэффициенты $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^*$ для (22) определим с помощью решения задачи (18) при заданном значении согласованности $W_{\text{зад}} = 0{,}85$ согласно (19) и уровне значимости $\alpha_{\text{зад}} = 0{,}05$ с помощью разработанного программного обеспечения на языке Python, использующего модули scipy.stats и pymcdm.weights [22].

Результаты и их обсуждение

Нормализованная матрица решений на основании полученных результатов из табл. 1, представлена в табл. 2.

Сформируем значения матрицы весовых коэффициентов (2), используя выбранное множество методов $\mathbf{F}$ (табл. 3).

В матрице весовых коэффициентов рассматриваемые критерии $\mathbf{K}$ имеют наибольшие значения следующее количество раз: K_1 — 2, K_2 — 1, K_3 — 4, K_4 — 2 и $K_1 \sim K_2 \sim K_3 \sim K_4$ — 1.

Применение предлагаемого метода ранжирования весовых коэффициентов формирует значения матрицы рангов $\mathbf{r}$ (13), которая представлена в табл. 4.

Из табл. 4 следует, что методы F_2, F_8 и F_9, а также F_3 и F_4 обеспечивают одинаковую ранжировку весовых коэффициентов.

Таблица 1. Матрица решений

Table 1. Decision matrix

Индекс альтернативы m	Критерии			
	$k_{m,1}$	$k_{m,2}$, 1/ч	$k_{m,3}$, Вт·ч	$k_{m,4}$, руб.
1	0,86845	0,833	126,3	10994,19
2	0,86939	0,727	358,7	9212,17
3	0,85274	0,856	382,9	11456,55
4	0,82814	0,800	284,4	9372,79
5	0,80668	0,500	220,2	10512,34
6	0,86132	0,593	152,2	5567,23
7	0,77248	0,941	290,1	16903,02

Таблица 2. Нормализованная матрица решений
Table 2. Normalized decision matrix

Индекс альтернативы m	Нормализованные критерии			
	$\bar{k}_{m,1}$	$\bar{k}_{m,2}$	$\bar{k}_{m,3}$	$\bar{k}_{m,4}$
1	0,990	0,755	1,000	0,521
2	1,000	0,515	0,094	0,678
3	0,828	0,807	0,000	0,480
4	0,574	0,680	0,384	0,664
5	0,353	0,000	0,634	0,564
6	0,917	0,211	0,899	1,000
7	0,000	1,000	0,362	0,000

Таблица 3. Матрица весовых коэффициентов
Table 3. Weight coefficients matrix

Индекс метода h	Весовые коэффициенты			
	$\omega_{h,1}$	$\omega_{h,2}$	$\omega_{h,3}$	$\omega_{h,4}$
1	0,250	0,250	0,250	0,250
2	0,006	0,150	0,502	0,342
3	0,000	0,000	0,028	0,972
4	0,053	0,277	0,313	0,357
5	0,376	0,187	0,232	0,205
6	0,720	0,191	0,036	0,053
7	0,067	0,413	0,257	0,263
8	0,047	0,221	0,393	0,338
9	0,045	0,222	0,411	0,322
10	0,284	0,247	0,290	0,179

Таблица 4. Матрица рангов
Table 4. Rank matrix

Индекс метода h	Ранги			
	$r_{h,1}$	$r_{h,2}$	$r_{h,3}$	$r_{h,4}$
1	2,5	2,5	2,5	2,5
2	1	2	4	3
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	4	1	3	2
6	4	3	1	2
7	1	4	2	3
8	1	2	4	3
9	1	2	4	3
10	3	2	4	1

Решение задачи (20) получим среди всевозможных сочетаний без повторений $C_H{}^d$ для (d = 2, 3, …, H) с суммарным количеством элементов 1013.

Значения согласованности и критерия Пирсона для возможных сочетаний показаны на рис. 1.

Количество выполнений ограничений (20) и (21) представлено на рис. 2.

На рис. 1 видно, что с увеличением количества методов d: снижается среднее значение коэффициента согласованности Кендалла, что объясняется добавлением

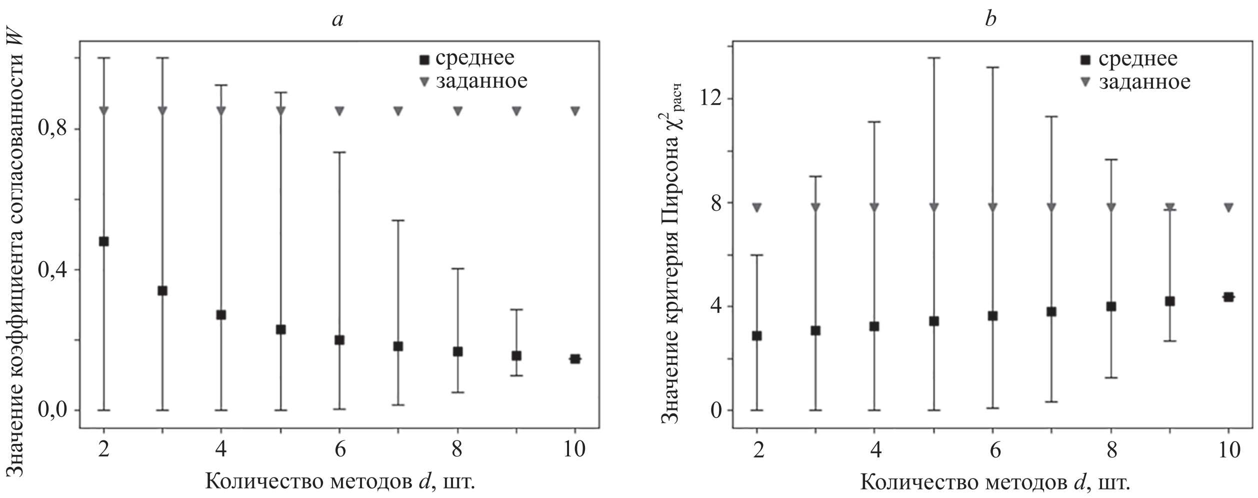

Рис. 1. Значение коэффициента согласованности W (a) и критерия Пирсона $\chi^2_{расч}$ (b) для d-го сочетания

Fig. 1. The consistency coefficient W (a) and Pearson criterion χ^2_{calc} (b) for the d-th combination

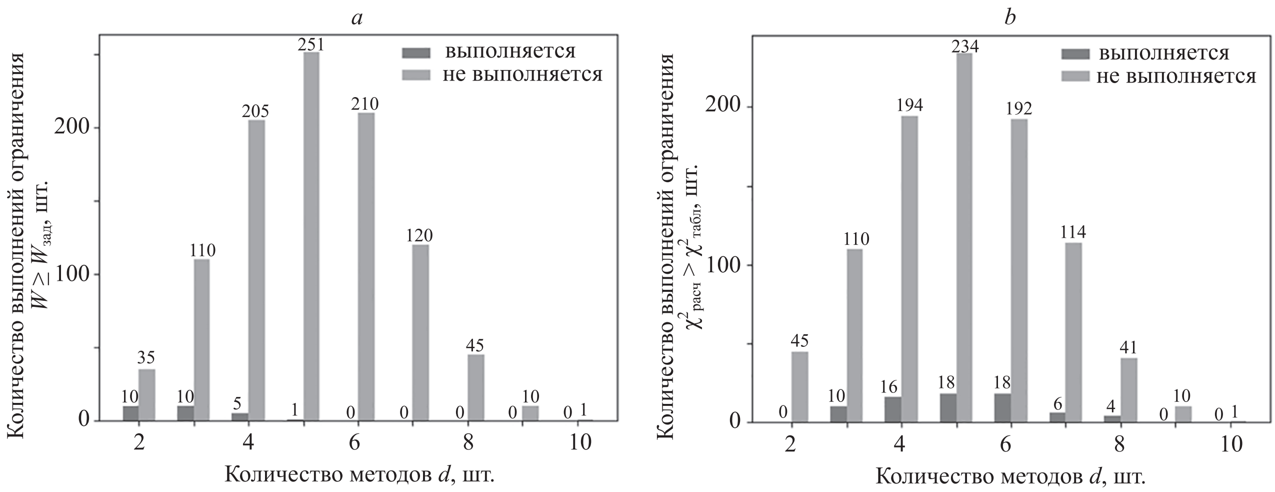

Рис. 2. Количество выполнений ограничения $W \geq W_{зад}$ (a) и $\chi^2_{расч} > \chi^2_{табл}(\alpha_{зад}, \nu)$ (b)

Fig. 2. Number of constraint executions $W \geq W_{given}$ (a) and $\chi^2_{calc} > \chi^2_{table}(\alpha_{given}, \nu)$ (b)

в матрицу (2) весовых коэффициентов и, как следствие, в матрицу (13) рангов, полученных с использованием методов, значения которых резко отличаются от остальных; увеличивается среднее значение значимости коэффициента согласованности по критерию Пирсона, что объясняется увеличением количества слагаемых числителя в (15).

Для различных сочетаний, начиная с $d = 6$, минимальные и максимальные значения выборок коэффициента согласованности и его значимости уменьшаются.

На рис. 2 показано, что: ограничение (20) выполняется только 26 раз при ($d = 2, 3, 4, 5$), что составляет 2,57 % от общего количества сочетаний методов; ограничение (21) выполняется только 72 раза при ($d = 3, 4, 5, 6, 7, 8$), что составляет 7,11 % от общего количества сочетаний методов. Получается, что количество используемых методов d должно быть больше 3 и не превышать 5, что сопоставимо с количеством критериев N.

Таким образом, область допустимых решений задачи оптимизации (18) находится среди 16 вариантов при ($d = 3, 4, 5$), что составляет 1,58 % от общего количества сочетаний методов. В результате решения задачи оптимизации (18) получено минимальное отклонение расчетного коэффициента согласованности от заданного $\Delta W^* = 0{,}05$ при найденном значении $W^* = 0{,}9$. Значение W^* статистически значимо, поскольку обеспечивает величину критерия $\chi^2_{расч} = 10{,}8$, которое превышает $\chi^2_{табл}(\alpha_{зад}, \nu) = 7{,}81$. Полученное значение ΔW^* обеспечивается следующими значениями кратностей вхождения методов $\mathbf{b}^* = (0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$, формирующих весовые коэффициенты $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^* = (0{,}1; 0{,}2; 0{,}35; 0{,}35)$. Значения нормализованной матрицы решений, с учетом найденных весовых коэффициентов $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^*$, приведены в табл. 5.

Согласно данным из табл. 5 задача выбора наилучшей альтернативы (22) имеет решение $m^* =$

$$= \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{0{,}099; 0{,}033; 0{,}000; 0{,}057; 0{,}000; 0{,}042; 0{,}000\} =$$

$= 1$, соответствующее гальванической ванне с анодами, работающими различное время.

Таблица 5. Нормализованная матрица решений с учетом весовых коэффициентов
Table 5. Normalized decision matrix with weight coefficients

Индекс альтернативы m	Нормализованные критерии с учетом весовых коэффициентов			
	$\tilde{\omega}_1\bar{k}_{m,1}$	$\tilde{\omega}_2\bar{k}_{m,2}$	$\tilde{\omega}_3\bar{k}_{m,3}$	$\tilde{\omega}_4\bar{k}_{m,4}$
1	0,099	0,151	0,350	0,182
2	0,100	0,103	0,033	0,237
3	0,083	0,161	0,000	0,168
4	0,057	0,136	0,134	0,233
5	0,035	0,000	0,222	0,197
6	0,092	0,042	0,315	0,350
7	0,000	0,200	0,127	0,000

Заключение

Весовые коэффициенты являются калибровочным инструментом в многокритериальных задачах принятия решений, и качество их определения напрямую влияет на получаемый результат. Каждый из качественных и количественных подходов определения значений весовых коэффициентов имеет свои преимущества и недостатки. В предлагаемом подходе качественные методы определения значений коэффициентов использованы для корректировки весов критериев, полученных с помощью количественных методов. Решение задачи оптимизации выбора среди количественных подходов обеспечило получение значений весовых коэффициентов с заданной согласованностью и статистической значимостью. Последнее обстоятельство повысило объективность сформированных значений весовых коэффициентов для критериев и, как следствие, степень доверия к принятым решениям.

Литература

1. Ионов М.В., Болгова Е.В., Звартау Н.Э., Авдонина Н.Г., Балахонцева М.А., Ковальчук С.В., Конради А.О. Внедрение системы поддержки принятия решений для повышения качества медицинских данных пациентов с артериальной гипертензией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22. № 1. С. 217–222. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-1-217-222
2. Зубкова Т.М., Тагирова Л.Ф., Тагиров В.К. Прототипирование адаптивных пользовательских интерфейсов прикладных программ с использованием методов искусственного интеллекта // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 4. С. 680–688. https://doi.org/10.17586/2226-1494-2019-19-4-680-688
3. Repetski E.J., Sarkani S., Mazzuchi T. Applying the analytic hierarchy process (AHP) to expert documents // International Journal of the Analytic Hierarchy Process. 2022. V. 14. N 1. https://doi.org/10.13033/ijahp.v14i1.919
4. Машунин К.Ю., Машунин Ю.К. Векторная оптимизация с равнозначными и приоритетными критериями // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2017. № 6. С. 80–99. https://doi.org/10.7868/S0002338817060075
5. Lotfi F.H., Fallahnejad R. Imprecise Shannon's entropy and multi attribute decision making // Entropy. 2010. V. 12. N 1. P. 53–62. https://doi.org/10.3390/e12010053
6. Wang Y.M., Luo Y. Integration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making // Mathematical and Computer Modelling. 2010. V. 51. N 1–2. P. 1–12. https://doi.org/10.1016/j.mcm.2009.07.016
7. Keshavarz-Ghorabaee M., Amiri M., Zavadskas E.K., Turskis Z., Antucheviciene J. Determination of objective weights using a new method based on the removal effects of criteria (MEREC) // Symmetry. 2021. V. 13. N 4. P. 525. https://doi.org/10.3390/sym13040525
8. Krishnan A.R., Kasim M.M., Hamid R., Ghazali M.F. A modified CRITIC method to estimate the objective weights of decision criteria // Symmetry. 2021. V. 13. N 6. P. 973. https://doi.org/10.3390/sym13060973
9. Zavadskas E.K., Podvezko V. Integrated determination of objective criteria weights in MCDM // International Journal of Information Technology & Decision Making. 2016. V. 15. N 2. P. 267–283. https://doi.org/10.1142/S0219622016500036

References

1. Ionov M.V., Bolgova E.V., Zvartau N.E., Avdonina N.G., Balakhontceva M.A., Kovalchuk S.V., Konradi A.O. Implementation of a clinical decision support system to improve the medical data quality for hypertensive patients. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 217–222. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2022-22-1-217-222
2. Zubkova T.M., Tagirova L.F., Tagirov V.K. Prototyping of adaptive user application programming interfaces by artificial intelligence methods. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 4, pp. 680–688. (in Russian). https://doi.org/10.17586/2226-1494-2019-19-4-680-688
3. Repetski E.J., Sarkani S., Mazzuchi T. Applying the analytic hierarchy process (AHP) to expert documents. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 2022, vol. 14, no. 1. https://doi.org/10.13033/ijahp.v14i1.919
4. Mashunin K.Y., Mashunin Y.K. Vector optimization with equivalent and priority criteria. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2017, vol. 56, no. 6, pp. 975–996. https://doi.org/10.1134/S1064230717060119
5. Lotfi F.H., Fallahnejad R. Imprecise Shannon's entropy and multi attribute decision making. *Entropy*, 2010, vol. 12, no. 1, pp. 53–62. https://doi.org/10.3390/e12010053
6. Wang Y.M., Luo Y. Integration of correlations with standard deviations for determining attribute weights in multiple attribute decision making. *Mathematical and Computer Modelling*, 2010, vol. 51, no. 1–2, pp. 1–12. https://doi.org/10.1016/j.mcm.2009.07.016
7. Keshavarz-Ghorabaee M., Amiri M., Zavadskas E. K., Turskis Z., Antucheviciene J. Determination of objective weights using a new method based on the removal effects of criteria (MEREC). *Symmetry*, 2021, vol. 13, no. 4, pp. 525. https://doi.org/10.3390/sym13040525
8. Krishnan A.R, Kasim M.M, Hamid R., Ghazali M.F. A modified CRITIC method to estimate the objective weights of decision criteria. *Symmetry*, 2021, vol. 13, no. 6, pp. 973. https://doi.org/10.3390/sym13060973
9. Zavadskas E.K., Podvezko V. Integrated determination of objective criteria weights in MCDM. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 2016, vol. 15, no. 2, pp. 267–283. https://doi.org/10.1142/S0219622016500036

10. Podvezko V., Zavadskas E.K., Podviezko A. An extension of the new objective weight assessment methods CILOS and IDOCRIW to fuzzy MCDM // Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research. 2020. N 2. P. 59–75. https://doi.org/10.24818/18423264/54.2.20.04
11. Shuai D., Zongzhun Z., Yongji W., Lei L. A new angular method to determine the objective weights // Proc. of the 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC). 2012. P. 3889–3892. https://doi.org/10.1109/CCDC.2012.6244621
12. Li G., Chi G. A new determining objective weights method-gini coefficient weight // Proc. of the First International Conference on Information Science and Engineering. 2009. P. 3726–3729. https://doi.org/10.1109/ICISE.2009.84
13. Rao R.V., Patel B.K. A subjective and objective integrated multiple attribute decision making method for material selection // Materials & Design. 2010. V. 31. N 10. P. 4738–4747. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.05.014
14. Соловьев Д.С., Соловьева И.А. Разработка и исследование системы оптимального управления гальваническими процессами в ваннах со многими анодами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23. № 9. С. 462–472. https://doi.org/10.17587/mau.23.462-472
15. Solovjev D.S., Solovjeva I.A., Konkina V.V., Litovka Y.V. Improving the uniformity of the coating thickness distribution during electroplating treatment of products using multi anode baths // Materials Today: Proceedings. 2019. V. 19. N 5. P. 1895–1898. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.036
16. Соловьев Д.С., Потлов А.Ю., Литовка Ю.В. Снижение неравномерности распределения толщины гальванического покрытия с использованием отключаемых анодных секций при реверсировании тока // Теоретические основы химической технологии. 2019. Т. 53. № 1. С. 102–111. https://doi.org/10.1134/S0040357118060155
17. Solovjev D.S., Solovjeva I.A., Konkina V.V. Software development for the optimal parts location in the bath space with the purpose to reduce the non-uniformity of the coating thickness // Proc. of the 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020). 2021. P. 85–93. https://doi.org/10.1007/978-3-030-54817-9_10
18. Пчелинцева И.Ю., Литовка Ю.В. Система автоматизированного управления процессом нанесения гальванического покрытия в ванне с токонепроводящим экраном // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23. № 4. С. 188–196. https://doi.org/10.17587/mau.23.188-196
19. Karimian N., Hashemi P., Afkhami A., Bagheri H. The principles of bipolar electrochemistry and its electroanalysis applications // Current Opinion in Electrochemistry. 2019. V. 17. P. 30–37. https://doi.org/10.1016/j.coelec.2019.04.015
20. Volgin V.M., Lyubimov V.V., Gnidina I.V., Kabanova T.B., Davydov A.D. Effect of anode shape on uniformity of electrodeposition onto resistive substrates // Electrochimica Acta. 2017. V. 230. P. 382–390. https://doi.org/10.1016/j.electacta.2017.02.015
21. Gardziejczyk W., Zabicki P. Normalization and variant assessment methods in selection of road alignment variants — case study // Journal of Civil Engineering and Management. 2017. V. 23. N 4. P. 510–523. https://doi.org/10.3846/13923730.2016.1210223
22. Соловьев Д.С., Соловьева И.А.. Определение весовых коэффициентов с заданной согласованностью в многокритериальных задачах принятия решений. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU2022665895. 23.08.22.

10. Podvezko V., Zavadskas E.K., Podviezko A. An extension of the new objective weight assessment methods CILOS and IDOCRIW to fuzzy MCDM. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 2020, no. 2, pp. 59–75. https://doi.org/10.24818/18423264/54.2.20.04
11. Shuai D., Zongzhun Z., Yongji W., Lei L. A new angular method to determine the objective weights. *Proc. of the 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, 2012, pp. 3889–3892. https://doi.org/10.1109/CCDC.2012.6244621
12. Li G., Chi G. A New Determining Objective Weights Method-Gini Coefficient Weight. *Proc. of the First International Conference on Information Science and Engineering*, 2009, pp. 3726–3729. https://doi.org/10.1109/ICISE.2009.84
13. Rao R.V., Patel B.K. A subjective and objective integrated multiple attribute decision making method for material selection. *Materials & Design*, 2010, vol. 31, no. 10, pp. 4738–4747. https://doi.org/10.1016/j.matdes.2010.05.014
14. Solovjev D.S., Solovjeva I.A. Development and research of the optimal control system of electroplated processes in multi-anode baths. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 9, pp. 462–472. (in Russian). https://doi.org/10.17587/mau.23.462-472
15. Solovjev D.S., Solovjeva I.A., Konkina V.V., Litovka Y.V. Improving the uniformity of the coating thickness distribution during electroplating treatment of products using multi anode baths. *Materials Today: Proceedings*, 2019, vol. 19, no. 5, pp. 1895–1898. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.07.036
16. Solovjev D.S., Potlov A.Y., Litovka Y.V. Reduction of nonuniformity in the thickness of a galvanic coating using disableable anode sections under current reversal conditions. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2019, vol. 53, no. 1, pp. 97–106. https://doi.org/10.1134/S004057951806012X
17. Solovjev D.S., Solovjeva I.A., Konkina V.V. Software development for the optimal parts location in the bath space with the purpose to reduce the non-uniformity of the coating thickness. *Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020)*, 2021, pp. 85–93. https://doi.org/10.1007/978-3-030-54817-9_10
18. PchelintsevaI.Yu., LitovkaYu.V. Automated control system for the process of electroplating in a bath with a non-conductive of electric current screen. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, vol. 23, no. 4, pp. 188–196. (in Russian). https://doi.org/10.17587/mau.23.188-196
19. Karimian N., Hashemi P., Afkhami A., Bagheri H. The principles of bipolar electrochemistry and its electroanalysis applications. *Current Opinion in Electrochemistry*, 2019, vol. 17, pp. 30–37. https://doi.org/10.1016/j.coelec.2019.04.015.
20. Volgin V.M., Lyubimov V.V., Gnidina I.V., Kabanova T.B., Davydov A.D. Effect of Anode Shape on Uniformity of Electrodeposition onto Resistive Substrates. *Electrochimica Acta*, 2017, vol. 230, pp. 382–390. https://doi.org/10.1016/j.electacta.2017.02.015
21. Gardziejczyk W., Zabicki P. Normalization and variant assessment methods in selection of road alignment variants — case study. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2017, vol. 23, no. 4, pp. 510–523. https://doi.org/10.3846/13923730.2016.1210223
22. Solovjev D.S., Solovjeva I.A. Determination of weight coefficients with a given consistency in multicriteria decision-making problems. *Computer program registration certificate RU2022665895*, 2022.

Автор

Соловьев Денис Сергеевич — кандидат технических наук, доцент, доцент, Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, Тамбов, 392036, Российская Федерация, 57201777025, https://orcid.org/0000-0001-6613-3218, solovjevdenis@mail.ru

Author

Denis S. Solovjev — PhD, Associate Professor, Associate Professor, Derzhavin Tambov State University, Tambov, 392036, Russian Federation, 57201777025, https://orcid.org/0000-0001-6613-3218, solovjevdenis@mail.ru

Статья поступила в редакцию 01.11.2022
Одобрена после рецензирования 15.12.2022
Принята к печати 31.01.2023

Received 01.11.2022
Approved after reviewing 15.12.2022
Accepted 31.01.2023