

## ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОЕ ТРАЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАНИПУЛЯТОРАМИ С ИЗБЫТОЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

С. А. КОЛЮБИН, О. Д. ЗАВODOВСКИЙ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: s.kolyubin@corp.ifmo.ru*

Исследованы алгоритмы оптимизации траекторий манипулятора с избыточным числом степеней свободы. Целью оптимизации является повышение энергоэффективности движения. Траектории параметризуются сплайн-функциями по заданным точкам, а поиск оптимальных параметров выполняется на основе метода градиентного спуска с дроблением шага, что позволяет найти глобальный экстремум. Выбираемая целевая функция одновременно должна учитывать влияние электрических компонентов системы и обеспечивать минимизацию отклонений от заданной траектории в декартовом пространстве. Представлены результаты имитационного моделирования в среде MatLab на примере оптимизации траекторий мобильного манипулятора Kuka youBot.

*Ключевые слова:* избыточные манипуляторы, энергоэффективность, оптимизация траекторий, метод градиентного спуска, обратная кинематика

**Введение.** Избыточные манипуляторы имеют больше степеней свободы, чем необходимо для выполнения задачи. Это позволяет повышать качественные показатели движения либо его энергоэффективность. В работе [1] для сбережения энергии используются энергоэффективные моторы. Однако недостаток такого метода очевиден — необходимо изменять конструкцию робота. Чаще всего энергоэффективность избыточных манипуляторов повышается за счет траекторного управления [2—11]. Методы управления роботом с кинематической избыточностью представлены в [2]. В частности, рассмотрены методы „виртуального звена“ для избавления от избыточных степеней свободы и метод, при котором избыточные степени свободы используются для удовлетворения специфическим требованиям. В работе [5] представлен метод оптимального планирования траектории с использованием параметрической функции пути, при этом подбор оптимальных коэффициентов позволяет минимизировать энергию. Однако недостаток метода заключается в малой экономии энергии, а также в сложной адаптации алгоритма к препятствиям.

В настоящей работе для решения обратной задачи кинематики используется метод вычисления псевдообратной матрицы от якобиана системы. Преимуществом метода является то, что его можно использовать как для избыточных, так и неизбыточных манипуляторов.

**Постановка задачи.** Уравнение движения манипулятора записывается следующим образом [12]:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + N(q), \quad (1)$$

где  $q(t)$ ,  $\dot{q}(t)$ ,  $\ddot{q}(t)$  — обобщенные координаты, скорость и ускорение манипулятора соответственно, а крутящий момент  $\tau$  манипуляторов с числом звеньев  $n$  определяется матрицей

инерции  $M \in R^{n \times n}$ , кориолисовой матрицей  $C \in R^{n \times n}$  и вектором внешних сил  $N \in R^n$ , включающим силы гравитации.

В работе необходимо:

— при заданных начальных и конечных координатах позиции рабочего органа манипулятора найти такие  $q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t)$ , что

$$\int_{t_0}^{t_f} F(t, q, \dot{q}, \ddot{q}) dt \rightarrow \min,$$

где  $F$  — целевая функция, эквивалентная потребляемой электрическими компонентами манипулятора энергии;

— синтезировать закон управления, обеспечивающий решение задачи слежения по заданной траектории:

$$|q_d^i(t) - q^i(t)| \leq 2^\circ, \quad 0,1 \leq \dot{q}^i(t) \leq 0,5 \text{ рад/с},$$

где  $q_d^i$  и  $q^i$  — желаемая и реальная траектории  $i$ -го звена манипулятора.

**Решение обратной задачи кинематики для избыточного манипулятора.** Обратная задача кинематики в общем случае может быть сформулирована следующим образом: необходимо вычислить обобщенные координаты, обеспечивающие заданное положение рабочего органа манипулятора в пространстве

$$q_l = g(x, y, z, \varphi, \theta, \psi), \quad m \leq 6, \quad m \leq n, \quad (2)$$

где  $q_l, l = \overline{1, n}$  — обобщенные координаты, а  $(x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$  — положение и ориентация рабочего органа в системе координат основания.

Для поиска обобщенных координат  $q(t)$  при заданном радиус-векторе положения манипулятора

$$r_d(t) = [x, y, z, \varphi, \theta, \psi]^T \quad (3)$$

следует решить задачу [2] при условии:

$$\frac{1}{2} \dot{q}(t)^T M \dot{q}(t) \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$J(q(t)) \dot{q}(t) = \dot{r}_d(t), \quad (5)$$

где  $J(q(t))$  — якобиан манипулятора.

Для нахождения обратного оператора используется операция псевдообращения:

$$\dot{q} = W^{-1} J^T (JW^{-1} J^T)^{-1} \dot{r}_d, \quad (6)$$

где  $W > 0$  — симметричная весовая матрица.

**Планирование траекторий на основе вариационного подхода.** В общем виде предлагаемый алгоритм планирования траекторий может быть сформулирован следующим образом [1]:

$$E\{q(t)\} = \min \int_{t_0}^{t_f} F(t, q, \dot{q}, \ddot{q}) dt. \quad (7)$$

Введем граничные условия:

$$\dot{q}(t_0) = \dot{q}(t_f) = \ddot{q}(t_0) = \ddot{q}(t_f) = 0. \quad (8)$$

Для параметризации траектории обобщенных координат используем функцию времени В-сплайна 3-го порядка [13].

Подынтегральное выражение (7) может быть разделено на две функции:

$$E\{q(t)\} = \min \int_{t_0}^{t_f} \{f(q, t) + g(t, q, \dot{q}, \ddot{q})\} dt, \quad (9)$$

где  $f(q, t)$  и  $g(t, q, \dot{q}, \ddot{q})$  — показатели эффективности.

Функция  $f(q, t)$  называется главным показателем эффективности, она определяет отклонение рабочего органа манипулятора от желаемой траектории:

$$f(q, t) = [x_d(t) - x(q, t)]^T [x_d - x(q, t)], \quad (10)$$

где  $x_d(t)$  и  $x(q, t)$  — желаемое и реальное положение рабочего органа манипулятора.

Функция  $g(t, q, \dot{q}, \ddot{q})$  является дополнительным показателем эффективности. В предложенной постановке задачи в качестве этого показателя выбирается полная электрическая энергия, затрачиваемая на движение робота:

$$g(t, q, \dot{q}, \ddot{q}) = \dot{q}^T D(q) \ddot{q} + \ddot{q}^T E(q) \dot{q} + \dot{q}^T F(q) \dot{q} + H(q) \ddot{q} + K(q) \dot{q} + L(q), \quad (11)$$

$$D(q) = R_a (K_t K_t^T)^{-1} M(q)^T M(q),$$

$$E(q) = (R_a (K_t K_t^T)^{-1} C(q) + K_e K_t^{-1}) M(q),$$

$$F(q) = (R_a (K_t K_t^T)^{-1} C(q)^T + K_e K_t^{-1}) C(q),$$

$$H(q) = R_a (K_t K_t^T)^{-1} M(q) N(q),$$

$$K(q) = (R_a (K_t K_t^T)^{-1} C(q)^T + K_e K_t^{-1}) N(q),$$

$$L(q) = N(q)^T R_a (K_t K_t^T)^{-1} N(q),$$

где  $R_a = \text{diag}(R_{a1}, R_{a2}, \dots, R_{am})$  — матрица сопротивлений звена,  $K_t$  и  $K_e$  — матрицы постоянных крутящего момента и ЭДС.

Для поиска траекторий, минимизирующих значение целевой функции (9), используется метод градиентного спуска, который может быть сформулирован как:

$$\hat{q}_{il+1} = \hat{q}_{il} - k \frac{\partial E}{\partial q} \Big|_{q=\hat{q}_n}, \quad (12)$$

где  $\hat{q}_{(\cdot)}$  — контрольные точки В-сплайна.

Подробнее опишем принцип выбора вектора  $k > 0$ . Для нахождения глобального минимума целевой функции выберем метод дробления вектора  $k$ . При этом способе решения задачи градиентного спуска на каждой итерации величина  $k_l$  выбирается из условия:

$$F(q_{l+1}) = F(q_l) - k_l F'(q_l) \leq F(q_l) - \varepsilon k_l \|F'(q_l)\|^2, \quad (13)$$

где  $\varepsilon \in (0, 1)$  — некоторая заранее выбранная константа,  $F'(q_l) = \frac{\partial F(q_l)}{\partial q_l}$ .

Алгоритм нахождения  $k_l$  можно описать следующим образом.

1. Выбирается число  $\Delta \in (0, 1)$  и задается некоторое начальное  $k_0$ .
2. Для каждого  $l$  инициализируются  $k_l = k_0$ .
3. Если с таким шагом условие (13) выполняется, то  $l = l + 1$ , если (13) не выполняется, то вычисляется  $k_l = \Delta k_{l-1}$ .

Алгоритм повторяется до тех пор, пока условие (13) не будет выполняться (в [10] доказано, что этот метод линейно сходится). На выходе предложенного алгоритма оптимальные углы, скорости и ускорения звеньев получаются как функции времени.

**Система управления манипулятором.** Одним из наиболее распространенных законов управления движением манипуляторов является ПД<sub>+</sub> регулятор [1—4, 7—9, 14, 15]. Запишем закон управления, полученный на основе данного подхода:

$$\tau = M(q)(\ddot{q}_d - K_v \dot{e} - K_p e) + C(q, \dot{q})\dot{q}_d + N(q), \quad (14)$$

где  $q_d$  — желаемые позиции звеньев,  $e = q - q_d$  — ошибка позиционирования звеньев,  $K_p$  и  $K_v$  — матрицы коэффициентов пропорционального и дифференциального усиления обратной связи соответственно.

При выборе закона ускорения (14) с учетом  $M > 0$  динамическая ошибка позиционирования составит:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0. \quad (15)$$

Поскольку модель (15) линейна, для расчета регуляторов может быть использован метод характеристических полиномов. Матрицы положительных коэффициентов  $K_p$  и  $K_v$  в регуляторе (14) выбираются таким образом, чтобы обеспечить устойчивость замкнутой системы, а также и соответствующие показатели качества. Если матрицы  $K_p$  и  $K_v$  диагональные, то можно разделить систему и настраивать коэффициенты усиления независимо для каждого звена.

**Результаты моделирования.** Апробация предложенного алгоритма оптимизации проведена на манипуляторе Kuka youBot, который имеет пять звеньев. Была поставлена задача позиционирования схвата робота в декартовом пространстве по координатам  $[x, y, z, \varphi]$ , где  $x, y, z$  определяют позицию схвата манипулятора в трехмерном пространстве, а  $\varphi$  — угол поворота относительно оси  $z'$  (см. рис. 1). Поскольку по двум угловым координатам разрешается свободное перемещение схвата, кинематика манипулятора становится избыточной.

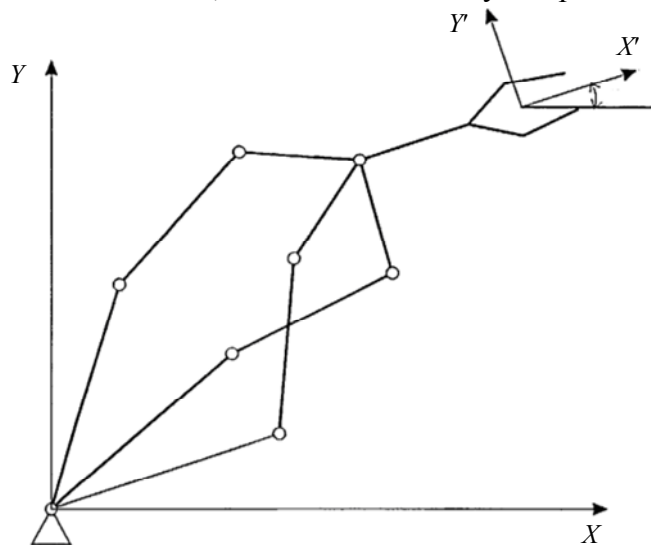


Рис. 1

Применим предложенный алгоритм оптимизации траекторий с параметрами  $\varepsilon=0,1$ ;  $\Delta=0,9$ ;  $k_0=0,1$  и законом управления (14). Начальные координаты схвата  $x_0=0$ ;  $y_0=0,0330$ ;  $z_0=0,6552$  м соответствуют конфигурации манипулятора, при которой все звенья направлены строго вверх. Было проведено два эксперимента, в среде моделирования были заданы конечные координаты:

- 1)  $x_f=0,3$ ,  $y_f=0,25$ ,  $z_f=0$  м;
- 2)  $x_f=0,25$ ,  $y_f=0,4$ ,  $z_f=0,25$  м.

Графики зависимости скорости и положения звеньев манипулятора приведены на рис. 2, координат схвата манипулятора — на рис. 3 (1 — оптимальная траектория, 2 — неоптимальная).

В таблице приведены значения энергии, затраченной при движении по оптимальной  $E_o$  и неоптимальной  $E_n$  траектории,  $\delta$  — процент сэкономленной энергии.

На рис. 2, а представлена зависимость угла поворота 2-го звена от времени, эксперимент 1 (1 — реальные позиции угла, 2 — расчетные позиции угла). На рис. 2, б представлена зависимость угла поворота 2-го звена от времени, эксперимент 1 (1 — неоптимальная скорость, 2 — оптимальная скорость).

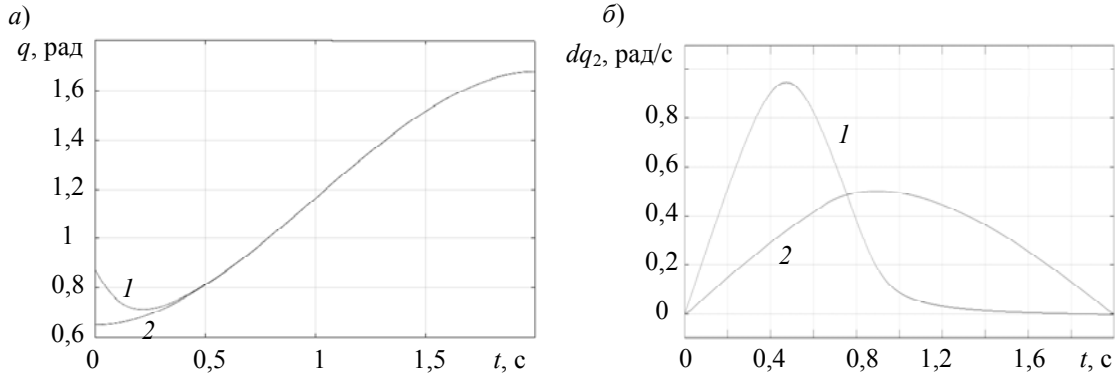


Рис. 2

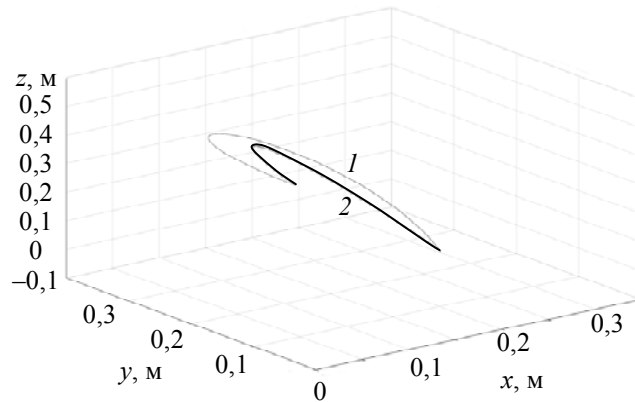


Рис. 3

Эксперимент	$E_o$ , Дж	$E_n$ , Дж	$\delta$ , %
1	131,5	152,3	14,6
2	158,06	179	11,7

**Заключение.** В работе предложен способ решения задачи планирования траектории движения избыточных манипуляторов в трехмерном пространстве, когда в качестве целевой функции, подлежащей минимизации, выбрана полная энергия, затрачиваемая на движение, коэффициенты ПД<sub>+</sub> регулятора которого рассчитывались на основе метода характеристических полиномов.

Для апробации предложенных алгоритмов было проведено имитационное моделирование на примере траекторного управления манипулятором Kuka youBot. По результатам экспериментов можно заключить, что энергетическая выгода от оптимизации траекторий в среднем составила 13,14 %, а отклонения в каждом звене от желаемой траектории не превышали 2°.

Предложенный подход является универсальным для избыточных манипуляторов и может быть эффективно внедрен в промышленность.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Andreas J. C.* Energy-Efficient Electric Motors. NY: Marcel Dekker, 1992. 200 p.
2. *Chen C., Lin C.* Motion planning of redundant robot manipulators using constrained optimization: A parallel approach // J. of Systems and Control Eng. 1998. P. 281—294. DOI: 10.1243/0959651981539460

3. Hsu P., Hauser J., Sastry S. Dynamic Control of Redundant Manipulators // J. of Robotic Systems. 1989. Vol. 6. P. 133—148.
4. Barili A., Ceresa M., Parisi C. Energy-Saving Motion Control for an Autonomous Mobile Robot // Intern. Symp. on Industrial Electronics. Pavia, 1995. P. 674—676.
5. Katoh R., Ichiyama O., Yamahoto T., Okhama F. A Real-time Path Planning of Space Manipulator Saving Consumed Energy // Intern. Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. 1994. P. 1064—1067.
6. Yamasaki F., Hosoda K., Asada M. An Energy Consumption Based Control for Humanoid Walking // Proc. of the IEEE Intern. Conf. on Intelligent Robots and Systems. Lausanne, 2002. P. 2473—2477.
7. Duleba I., Sasiadek J. Z. Nonholonomic Motion Planning Based on Newton Algorithm with Energy Optimization // IEEE Trans. on Control Systems Technology. 2003. Vol. 11, N 3. P. 355—363.
8. Urrea C., Kern J. Modeling simulation and control of a Redundant SCARA-Type Manipulator Robot // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. 2012. Vol. 9, N 58. P. 220—234. DOI: 10.5772/51701
9. Хомченко В. Г., Соломин В. Ю. Мехатронные и робототехнические системы. Омск: Изд-во ОмскГТУ, 2008. 160 с.
10. Глебов Н. И., Кочетов Ю. А., Плясунов А. В. Методы оптимизации. Новосибирск: Изд-во НГУ, 2000. 105 с.
11. Wang J., Li Y., Zhao X. Inverse Kinematics and Control of 7-DOF Redundant Manipulator Based on the Closed-Loop Algorithm // Intern. J. of Advanced Robotic Systems. 2010. Vol. 7, N 4. P. 150—159.
12. Siciliano B. Kinematic Control of Redundant Robot Manipulators: A Tutorial // J. of Intelligent and Robotic Systems. 1990. Vol. 3. P. 201—212.
13. Kagan K. A. Optimum Trajectory Planning for Redundant Manipulators through Inverse Kinematics: PhD Dissertation. Bath: University of Bath, 2012. 211 p.
14. Zhang Y., Li Y., Xiao X. A novel kinematics analysis for a 5-DOF manipulator based on KUKA Youbot // Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Biometrics. Zhuhai, 2015. P. 1477—1482.

**Сведения об авторах**

- Сергей Алексеевич Колюбин** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; E-mail: s.kolyubin@corp.ifmo.ru
- Олег Дмитриевич Заводовский** — студент; Университет ИТМО; кафедра систем управления и информатики; инженер; E-mail: oleg6034zav@gmail.com

Поступила в редакцию  
21.11.17 г.

**Ссылка для цитирования:** Колюбин С. А., Заводовский О. Д. Энергоэффективное траекторное управление манипуляторами с избыточным числом степеней свободы // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 2. С. 141—147.

**ENERGY-EFFICIENT TRAJECTORY CONTROL OVER MANIPULATORS WITH REDUNDANT NUMBER OF DEGREES OF FREEDOM**

**S. A. Kolyubin, O. D. Zavodovsky**

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia  
E-mail: s.kolyubin@corp.ifmo.ru*

The algorithms for optimizing the manipulator trajectories with an excessive number of degrees of freedom are investigated. The goal of optimization is to improve the energy efficiency of traffic. Trajectories are parameterized by spline functions passing through given points, and the search for optimal parameters is performed with the use of the gradient descent method with step division, which allows finding the global extremum. The chosen objective function simultaneously accounts for the influence of the electrical components of the system and ensures minimization of deviations from a given trajectory in the Cartesian space. The results of simulation modeling in the MatLab environment are presented for the example of optimizing the trajectories of the mobile manipulator Kuka youBot.

**Keywords:** redundant manipulators, energy efficiency, optimization of trajectories, gradient descent method, reverse kinematics

**Data on authors**

- Sergey A. Kolyubin** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: s.kolyubin@corp.ifmo.ru
- Oleg D. Zavodovsky** — Student; ITMO University, Department of Computer Science and Control Systems; Engineer; E-mail: oleg6034zav@gmail.com

**For citation:** Kolyubin S. A., Zavodovsky O. D. Energy-efficient trajectory control over manipulators with redundant number of degrees of freedom. *Journal of Instrument Engineering*. 2018. Vol. 61, N 2. P. 141—147 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-2-141-147