УДК 621.396:681.323
DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-5-424-432

СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ МЕТОДАМИ ИНВАРИАНТНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

С. И. Зиатдинов

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 190000, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: kaf53@guap.ru

Рассмотрено проектирование дискретных фильтров на основе инвариантных дифференциальных и интегральных уравнений непрерывных фильтров-аналогов. Метод инвариантных дифференциальных уравнений основан на замене дифференциальных уравнений конечными разностями. При синтезе на основе инвариантных интегральных уравнений осуществляется замена интегральных уравнений суммами. Предложенные методы позволяют синтезировать разнообразные дискретные фильтры нижних и верхних частот, полосовые и режекторные фильтры. При правильном выборе периода дискретности частотные свойства синтезированных дискретных фильтров достаточно хорошо совпадают с частотными свойствами непрерывных фильтров-аналогов. Выбор метода синтеза дискретных фильтров по их непрерывным аналогам определяется тем, каким параметром задан непрерывный фильтр — частотной передаточной функцией, импульсной или переходной характеристикой, дифференциальным или интегральным уравнением.

Ключевые слова: *дискретный фильтр, дифференциальное и интегральное уравнения, разностное уравнение*

Введение. При разработке цифровых устройств обработки сигналов широкое применение находят разнообразные фильтры нижних и верхних частот, полосовые и режекторные фильтры, другие линейные системы. В настоящее время методика синтеза дискретных фильтров по заданным непрерывным аналогам достаточно хорошо отработана.

На практике используют два основных метода — синтез дискретных фильтров в частотной и временной областях [1—5]. Синтез в частотной области заключается в использовании билинейного z-преобразования, при котором осуществляется формальная замена параметра $j\omega$ в частотной передаточной функции непрерывного фильтра $W(j\omega)$ на функцию

$$j\omega = \frac{2}{T}\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}},$$

где $z = e^{j\omega T}$, T — период дискретности.

В результате передаточная функция дискретного фильтра n-го порядка в z-плоскости записывается в общем виде следующим образом:

$$W(z) = \sum_{i=0}^{n} a_i z^{-i} \Bigg/ 1 + \sum_{j=1}^{n} b_j z^{-j},$$

где a_i, b_j — весовые коэффициенты нерекурсивной и рекурсивной частей передаточной функции.

Данная передаточная функция определяет алгоритм работы дискретного фильтра в виде разностного уравнения

$$y[k]=\sum_{i=0}^{n}a_i x[k-i]-\sum_{j=1}^{n}b_j y[k-j],$$

где $x[k]$, $y[k]$ — дискретные входной и выходной сигналы фильтра.

При синтезе дискретных фильтров во временной области используют методы инвариантных импульсной или переходной характеристик [6—8]. Метод инвариантной импульсной характеристики заключается в использовании последовательности отсчетов импульсной характеристики $h(t)$ непрерывного фильтра-аналога. Для нерекурсивного дискретного фильтра выходной сигнал определяется соотношением

$$y[k]=T\sum_{i=0}^{k}h[k-i]x[i],$$

где $h[i]$ — отсчеты импульсной характеристики непрерывного фильтра.

В случае применения метода инвариантной переходной характеристики используются приращения переходной характеристики непрерывного фильтра-аналога. Тогда для нерекурсивного дискретного фильтра выходной сигнал определяется как

$$y[k]=\sum_{i=0}^{k}\Delta g[k-i]x[i],$$

где $\Delta g[i]=g[i]-g[i-1]$ — приращения переходной характеристики $g(t)$ непрерывного фильтра в двух соседних отсчетах.

Фильтры как линейные системы могут описываться дифференциальными и интегральными уравнениями; проблемам разработки дискретных фильтров на их базе в литературе не уделяется должного внимания.

Рассмотрим задачу синтеза дискретных фильтров на основе известных дифференциальных и интегральных уравнений непрерывных фильтров-аналогов. Аналогично вышеописанным методам возможны два подхода — синтез во временной и частотной областях. Рассмотрение данных вопросов составляет основную часть настоящей статьи.

Синтез дискретных фильтров на основе инвариантных дифференциальных уравнений во временной области. Суть метода заключается в том, что в известном дифференциальном уравнении, описывающем работу непрерывного фильтра [6—9],

$$a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+...+a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+a_n y(t)=b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_1\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+...$$
$$...+b_{m-1}\frac{dx(t)}{dt}+b_m x(t), \tag{1}$$

где $m\le n$; a_i, b_i — весовые коэффициенты, производные входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов заменяются конечными разностями:

$$\frac{dy(t)}{dt}\approx\frac{y(t)-y(t-T)}{T};\ \frac{dx(t)}{dt}\approx\frac{x(t)-x(t-T)}{T};$$
$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}\approx\frac{y(t)-2y(t-T)+y(t-2T)}{T^2};\ \frac{d^2x(t)}{dt^2}\approx\frac{x(t)-2x(t-T)+x(t-2T)}{T^2}; \tag{2}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}\approx T^{-n}\sum_{i=0}^{n}c_i y(t-iT);\ \frac{d^m x(t)}{dt^m}\approx T^{-m}\sum_{i=0}^{m}c_i x(t-iT).$$

Значения весовых коэффициентов c_i разностных уравнений, соответствующих производным различных порядков, представлены в таблице.

n	c_i									
	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
1	1	–1								
2	1	–2	1							
3	1	–3	3	–1						
4	1	–4	6	–4	1					
5	1	–5	10	–10	5	–1				
6	1	–6	15	–20	15	–6	1			
7	1	–7	21	–35	35	–21	7	–1		
8	1	–8	28	–56	70	–56	28	–8	1	
9	1	–9	36	–84	126	–126	84	–36	9	–1

С учетом соотношений (2) дифференциальное уравнение линейной системы (1) записывается в виде конечных разностей:

$$a_0T^{-n}\sum_{i=0}^{n}s_iy(t-iT)+a_1T^{-(n-1)}\sum_{i=0}^{n-1}p_iy(t-iT)+...+a_ny(t)=$$

$$=b_0T^{-m}\sum_{i=0}^{m}k_ix(t-iT)+b_1T^{-(m-1)}\sum_{i=0}^{m-1}d_ix(t-iT)+...+b_mx(t). \quad (3)$$

В выражении (3) весовые коэффициенты s_i соответствуют n-й производной; p_i — n–1-й производной; k_i — m-й производной; d_i — m–1-й производной и т. д.

Из соотношения (3) находим выходной сигнал фильтра

$$y(t)=a_n^{-1}\Bigg[b_0T^{-m}\sum_{i=0}^{m}k_ix(t-iT)+b_1T^{-(m-1)}\sum_{i=0}^{m-1}d_ix(t-iT)+...+b_mx(t)-$$

$$-a_0T^{-n}\sum_{i=0}^{n}s_iy(t-iT)-a_1T^{-(n-1)}\sum_{i=0}^{n-1}p_iy(t-iT)-...-a_{n-1}T^{-1}\sum_{i=0}^{1}l_iy(t-iT)\Bigg]. \quad (4)$$

При дискретном представлении входного и выходного сигналов фильтра, когда $t=nT$, работа дискретного фильтра на основании (4) определяется выражением

$$y[n]=a_n^{-1}\Bigg\{b_0T^{-m}\sum_{i=0}^{m}k_ix[n-i]+b_1T^{-(m-1)}\sum_{i=0}^{m-1}d_ix[n-i]+...+b_mx[n]-$$

$$-a_0T^{-n}\sum_{i=0}^{n}s_iy[n-i]-a_1T^{-(n-1)}\sum_{i=0}^{n-1}p_iy[n-i]-...-a_{n-1}T^{-1}\sum_{i=0}^{1}l_iy[n-i]\Bigg\}. \quad (5)$$

Данное соотношение определяет алгоритм работы дискретного фильтра n-го порядка. Рассмотрим ряд конкретных примеров.

1. Фильтр нижних частот третьего порядка. Частотная передаточная функция непрерывного фильтра и его дифференциальное уравнение имеют следующий вид [6, 10]:

$$W(j\omega)=1/[1+(j\omega\tau)^3];\ \ \tau^3\frac{d^3y(t)}{dt^3}+y(t)=x(t),$$

где τ — постоянная времени фильтра.

После замены в дифференциальном уравнении третьей производной ее разностным эквивалентом (третья строка в таблице) получим следующее разностное уравнение дискретного фильтра нижних частот третьего порядка:

$$y[n]=\frac{1}{1+a}x[n]+\frac{a}{1+a}\{3y[n-1]-3y[n-2]+y[n-3]\}, \quad (6)$$

где $a=(\tau/T)^3$.

Выражение (6) позволяет записать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) рассматриваемого фильтра в виде

$$W(\omega)=\frac{1/1+a}{\sqrt{\left[1-\frac{a}{1+a}(3\cos\omega T-3\cos 2\omega T+\cos 3\omega T)\right]^2+\left[\frac{a}{1+a}(3\sin\omega T-3\sin 2\omega T+\sin 3\omega T)\right]^2}}.$$

Результаты расчета АЧХ рассматриваемых непрерывного и дискретного фильтров для случая $a=(\tau/T)^3=10^3$ показывают, что отклонение АЧХ фильтров не превышает 0,5 дБ.

2. Фильтр верхних частот третьего порядка. В данном случае частотная передаточная функция и дифференциальное уравнение описываются соотношениями [6, 10]

$$W(j\omega)=(j\omega\tau)^3/[1+(j\omega\tau)^3],\ \ \tau^3\frac{d^3y(t)}{dt^3}+y(t)=\tau^3\frac{d^3x(t)}{dt^3}.$$

Применяя ранее представленную методику, получаем для дискретного фильтра разностное уравнение вида

$$y[n]=\frac{a}{1+a}\{x[n]-3x[n-1]+3x[n-2]-x[n-3]-3y[n-1]+3y[n-2]-y[n-3]\}.$$

Тогда АЧХ рассматриваемого фильтра

$$W(\omega)=\frac{\frac{a}{1+a}\sqrt{(1-3\cos\omega T+3\cos 2\omega T-\cos 3\omega T)^2+(3\sin\omega T-3\sin 2\omega T+\sin 3\omega T)^2}}{\sqrt{\left[1-\frac{a}{1+a}(3\cos\omega T-3\cos 2\omega T+\cos 3\omega T)\right]^2+\left[\frac{a}{1+a}(3\sin\omega T-3\sin 2\omega T+\sin 3\omega T)\right]^2}}.$$

Как показывает анализ полученных данных, при $a=(\tau/T)^3=10^3$ отклонение АЧХ непрерывного и дискретного фильтров не превышает 0,7 дБ.

Синтез дискретных фильтров на основе инвариантных дифференциальных уравнений в частотной области. По-прежнему будем считать, что фильтр задан дифференциальным уравнением (1). Известно [11,12], что частотная передаточная функция идеального дифференцирующего звена имеет вид $W_1(j\omega)=j\omega$. Тогда частотная передаточная функция идеального дифференцирующего звена i-го порядка может быть представлена следующим образом:

$$W_i(j\omega)=[W_1(j\omega)]^i=(j\omega)^i.$$

С учетом данного соотношения дифференциальное уравнение (1) в частотной области приобретает вид

$$y(j\omega)[a_0(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+...+a_{n-1}(j\omega)+a_n]=$$
$$=x(j\omega)[b_0(j\omega)^m+b_1(j\omega)^{m-1}+...+b_{m-1}(j\omega)+b_m],$$

где $x(j\omega)$, $y(j\omega)$ — спектральные плотности входного и выходного сигналов фильтра.

В результате частотная передаточная функция непрерывного фильтра будет определяться выражением

$$W(j\omega)=\frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}=\frac{[b_0(j\omega)^m+b_1(j\omega)^{m-1}+...+b_{m-1}(j\omega)+b_m]}{[a_0(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+...+a_{n-1}(j\omega)+a_n]},\ \ m\le n. \quad (7)$$

Отношение полиномов с использованием билинейного z-преобразования трансформируется в z-плоскость и приобретает вид [13—15]

$$W(z)=\frac{[c_0z^{-m}+c_1z^{-(m-1)}+...+c_{m-1}z^{-1}+c_m]}{[d_0z^{-n}+d_1z^{-(n-1)}+...+d_{n-1}z^{-1}+d_n]},$$

позволяющий найти алгоритм работы дискретного фильтра в виде разностного уравнения

$$y[k]=\sum_{i=0}^{n}c_i x[k-i]-\sum_{j=1}^{n}d_i y[k-j]$$

с весовыми коэффициентами c_i и d_i.

Синтез дискретных фильтров на основе инвариантных интегральных уравнений во временной области. Фильтр как линейная система может быть задан интегральным уравнением. Для этого числитель и знаменатель передаточной функции (7) поделим на $(j\omega)^n$. В результате получим

$$W(j\omega)=\frac{b_0(j\omega)^{m-n}+b_1(j\omega)^{m-n-1}+...+b_{m-1}(j\omega)^{-n+1}+b_m(j\omega)^{-n}}{a_0+a_1(j\omega)^{-1}+...+a_{n-1}(j\omega)^{-n+1}+a_n(j\omega)^{-n}}. \qquad (8)$$

Частотная передаточная функция идеального интегрирующего звена i-го порядка определяется выражением $(j\omega)^{-i}$ [11, 12]. В результате частотная передаточная функция (8) может быть записана в виде

$$\begin{gathered}y(j\omega)[a_n(j\omega)^{-n}+a_{n-1}(j\omega)^{-n+1}+...+a_1(j\omega)^{-1}+a_0]=\\=x(j\omega)[b_m(j\omega)^{-n}+b_{m-1}(j\omega)^{-n+1}+...+b_1(j\omega)^{m-n-1}+b_0(j\omega)^{m-n}],\end{gathered} \qquad (9)$$

где, как и ранее, $x(j\omega)$, $y(j\omega)$ — спектральные плотности входного и выходного сигналов фильтра.

Во временной области соотношение (9) будет определяться интегральным уравнением, описывающим работу фильтра,

$$\begin{gathered}a_0 y(t)+a_1\int_0^t y(l)dl+a_2\int_0^t\int_0^t y(l)dldl+...+a_n\int_0^t...\int_0^t y(l)dl...dl=\\=b_0\int_0^t...\int_0^t x(l)dl...dl+b_1\int_0^t...\int_0^t x(l)dl...dl+...+b_m\int_0^t...\int_0^t x(l)dl...dl.\end{gathered} \qquad (10)$$

Аналогично предыдущим случаям синтез фильтров на базе интегральных уравнений возможен во временной и частотной областях.

Пусть непрерывный фильтр задан интегральным уравнением (10). Для реализации рассматриваемого метода в интегральном уравнении (10) заменим интегралы приближенными соотношениями в виде сумм отсчетов входных и выходных сигналов:

$$\begin{gathered}\int_0^t y(l)dl\approx T\sum_{i=0}^{k}y[i];\quad \int_0^t x(l)dl\approx T\sum_{i=0}^{k}x[i];\\ \int_0^t\int_0^t y(l)dldl\approx T^2\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{k}y[i,j];\quad \int_0^t\int_0^t x(l)dldl\approx T^2\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{k}x[i,j];\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \int_0^t...\int_0^t y(l)dl...dl\approx T^n\sum_{i=0}^{k}...\sum_{j=0}^{k}y[i,...,j];\quad \int_0^t...\int_0^t x(l)dl...dl\approx T^n\sum_{i=0}^{k}...\sum_{j=0}^{k}x[i,...,j].\end{gathered} \qquad (11)$$

После замены интегралов (10) суммами (11) для упрощенного случая $m=n$ получим инвариантное уравнение в дискретной форме:

$$a_0 y[k] + a_1 T\sum_{i=0}^{k} y[i] + \ldots + a_n T^n \sum_{i=0}^{k}\ldots\sum_{j=0}^{k} y[i,\ldots,j] =$$
$$= b_0 x[k] + b_1 T\sum_{i=0}^{k} x[i] + \ldots + b_n T^n \sum_{i=0}^{k}\ldots\sum_{j=0}^{k} x[i,\ldots,j]. \qquad (12)$$

Например, для двойного интеграла сумма $S = T^2\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{k} y[i,j]$ может быть представлена в виде $S = T^2\sum_{j=0}^{k} m_j$, где

$$m_0 = n_0;$$
$$m_1 = n_0 + n_1;$$
$$m_2 = n_0 + n_1 + n_2;$$
$$m_3 = n_0 + n_1 + n_2 + n_3;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$m_k = n_0 + n_1 + n_2 + \ldots + n_k.$$

В данном выражении параметр n_i определяется соотношениями

$$n_0 = y[0];$$
$$n_1 = y[0] + y[1];$$
$$n_2 = y[0] + y[1] + y[2];$$
$$n_3 = y[0] + y[1] + y[2] + y[3];$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_k = y[0] + y[1] + y[2] + \ldots + y[k].$$

Для заданного фильтра выражение (12) позволяет найти выходной сигнал $y[n]$. Рассмотрим пример.

Фильтр нижних частот Баттерворта первого порядка. Частотная передаточная функция, переходная характеристика и интегральное уравнение непрерывного фильтра определяются соотношениями [2, 12]

$$W(j\omega) = 1/(1 + j\omega\tau);$$
$$g(t) = 1 - \exp(-t/\tau);$$
$$\tau y(t) + \int_0^t y(l)dl = \int_0^t x(l)dl. \qquad (13)$$

После замены интегралов в (13) суммами (11) можно записать в дискретной форме

$$\tau y[k] + T\sum_{i=0}^{k} y[i] = T\sum_{i=0}^{k} x[i].$$

После несложных преобразований данное выражение приводится к виду

$$y[k] = a\left\{\sum_{i=0}^{k} x[i] - \sum_{i=0}^{k-1} y[i]\right\}, \qquad (14)$$

где $a = 1/(1 + \tau/T)$.

Найдем переходную характеристику $g[k]$ фильтра. Для этого в (14) положим $x[i]$=1. Тогда получим

$$g[k]=a\left\{k-\sum_{i=0}^{k-1} g[i]\right\}.$$

Расчеты показывают, что при $\tau/T=10$ переходные характеристики непрерывного и дискретного фильтров практически полностью совпадают.

Частотная передаточная функция синтезированного дискретного фильтра может быть определена соотношением [8]

$$W_{\text{д}}(j\omega)=\sum_{i=0}^{k}\{g[i]-g[i-1]\}\exp(-j\omega iT).$$

Для получения достоверных результатов время анализа $t=kT$ должно превышать длительность переходного процесса $kT>3\tau$.

Согласно расчетам, АЧХ непрерывного и дискретного фильтров практически совпадают: их отличие не превышает 0,5 дБ.

Синтез фильтров более высоких порядков сопряжен со значительными трудностями при расчетах. В этом случае можно предложить следующие решения.

Пусть непрерывный фильтр-аналог задан интегральным уравнением n-го порядка (10). Продифференцируем n раз его левую и правую части, в результате получим

$$a_n y(t)+a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+\ldots+a_0\frac{d^n y(t)}{dt^n}=b_m x(t)+b_{m-1}\frac{dx(t)}{dt}+\ldots+b_0\frac{d^m x(t)}{dt^m}.$$

Далее необходимо воспользоваться рассмотренным выше методом инвариантных дифференциальных уравнений, заменив в данном выражении производные их разностными эквивалентами.

Синтез дискретных фильтров на основе инвариантных интегральных уравнений в частотной области. Пусть непрерывный фильтр-аналог задан интегральным уравнением (10). Для проведения исследований запишем в общем случае частотную передаточную функцию интегрирующего звена i-го порядка следующим образом [3]:

$$W_i(j\omega)=[W_1(j\omega)]^i=(j\omega)^{-i}.$$

Тогда интегральное выражение (10) преобразуется к виду (9). В результате частотная передаточная функция непрерывного фильтра, заданного интегральным уравнением, будет определяться выражением (8).

Полученная частотная передаточная функция стандартными операциями с использованием билинейного z-преобразования, указанного ранее, преобразуется в передаточную функцию в z-плоскости, что позволяет определить алгоритм работы дискретного фильтра в виде рекуррентного уравнения.

Заключение. Рассмотренные методы инвариантных дифференциальных и интегральных уравнений позволяют синтезировать разнообразные дискретные фильтры нижних и верхних частот. Эти методы могут быть распространены на построение полосовых и режекторных фильтров. Синтез на базе инвариантных дифференциальных уравнений отличается наглядностью и простотой. В то же время использование метода инвариантных интегральных уравнений для создания дискретных фильтров высоких порядков связано со значительными вычислительными трудностями.

При правильном выборе периода дискретности частотные свойства дискретных фильтров, синтезированных на основе рассмотренных методов, достаточно хорошо совпадают с частотными свойствами непрерывных фильтров-аналогов. Выбор конкретного метода синтеза дискретных фильтров определяется тем, каким параметром задан непрерывный фильтр-аналог — частотной передаточной функцией, импульсной или переходной характеристикой, дифференциальным или интегральным уравнением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воробьев С. Н.* Цифровая обработка сигналов. СПб: Изд. дом „Академия“, 2013. 318 с.
2. *Голд Б., Рейдер Ч.* Цифровая обработка сигналов / Пер. с англ.; Под ред. *А. М. Трахтмана*. М.: Сов. радио, 1973. 367 с.
3. *Рабинер Л., Голд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов / Пер. с англ.; Под ред. *Ю. И. Александрова*. М.: Мир, 1980. 348 с.
4. *Рабинер Л., Шаффер Р.* Цифровая обработка речевых сигналов / Пер. с англ.; Под ред. *М. В. Назарова*. М.: Радио и связь, 1981. 412 с.
5. *Оппенгейм А., Шаффер Р.* Цифровая обработка сигналов / Пер. с англ.; Под ред. *А. Б. Сергиенко*. М.: Техносфера, 2007. 855 с.
6. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
7. *Бесекерский В. А.* Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 576 с.
8. *Зиатдинов С. И.* Анализ линейных систем на основе переходных характеристик // Информационно-управляющие системы. 2016. № 2. С. 104—106.
9. *Куприянов М. С., Матюшкин Б. Д.* Цифровая обработка сигналов. СПб: Политехника, 1999. 592 с.
10. *Деч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и *z*-преобразования: Пер. с нем. М.: Наука, 1971. 288 с.
11. *Хемминг Р. В.* Цифровые фильтры / Пер. с англ.; Под ред. *О. А. Потапова*. М.: Недра, 1987. 218 с.
12. *Лэм Г.* Аналоговые и цифровые фильтры. М.: Мир, 1982. 384 с.
13. *Oppenheim A., Schafer R.* Discrete-Time Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989. 572 c.
14. *Bellanger M.* Digital Processing of Signals. Theory and Practice. N. Y.: John Wiley and Sons, 1984. 421 c.
15. *Jackson L.* Digital Filters and Signal Processing. Klewer Academic Publ., 1989. 462 c.

Сведения об авторе

Сергей Ильич Зиатдинов — д-р техн. наук, профессор; СПбГУАП, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf53@guap.ru

Поступила в редакцию
06.11.18 г.

Ссылка для цитирования: *Зиатдинов С. И.* Синтез дискретных фильтров методами инвариантных дифференциальных и интегральных уравнений // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 5. С. 424—432.

SYNTHESIS OF DISCRETE FILTERS BY METHODS OF INVARIANT DIFFERENTIAL AND INTEGRAL EQUATIONS

S. I. Ziatdinov

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
190000, St. Petersburg, Russia
E-mail: kaf53@guap.ru

Design of discrete filters on the base of invariant differential and integral equations of analogous continuous filters is considered. Method of invariant differential equations uses substitution of the differential equations by final differences. When synthesis based on invariant integral equations method is realized, integral equations are substituted by sums. The proposed methods make it possible to synthesize a variety of discrete low-pass and high-pass filters, bandpass and notch filters. With the correct choice of the discreteness period, the frequency properties of the synthesized discrete filters agree well enough with the frequency properties of the continuous analog filters. The choice of the method of synthesis of discrete filters by their continuous analogs is determined by the parameter specified by the continuous filter, e.g. frequency transfer function, pulse or transient response, differential or integral equation.

Keywords: discrete filter, differential and integral equations, difference equation

REFERENCES

1. Vorob'ev S. N. *Tsifrovaya obrabotka signalov* (Digital Signal Processing), Moscow, 2013, 317 p. (in Russ.)
2. Gold B., Rader C.M. *Digital processing of signals*, NY, McGraw-Hill, 1969.
3. Rabiner L.R., Gold B. *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, 1975, 762 p.
4. Rabiner L.R., Schafer R.W. *Digital processing of speech signals*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1978.
5. Oppenheim A.V. and Schafer R.W. *Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1975.
6. Gonorovskiy I.S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* (Radio Engineering Chains and Signals), Moscow, 1986, 512 p. (in Russ.).
7. Besekerskiy V.A. *Tsifrovye avtomaticheskie sistemy* (Digital Automatic Systems), 1976, 576 p. (in Russ.)
8. Ziatdinov S.I. *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* (Information and Control Systems), 2016, no. 2, pp. 104–106. (in Russ.)
9. Kupriyanov M.S., Matyushkin B.D. *Tsifrovaya obrabotka signalov* (Digital processing of signals), St. Petersburg, 1999, 592 p. (in Russ.)
10. Doetsch G. *Anleitug zum praktischen Gebrauch der Laplace-transformation und der Z-transformation*, München, 1956.
11. Hamming R.W. *Digital Filters*, Prentice-Hall, 1977, 224 p.
12. Lam H.Y.F. *Analog and Digital Filters: Design and realization*, Prentice-Hall, 1979, 645 p. .
13. Oppenheim A., Schafer R. *Discrete-Time Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1989, 572 p.
14. Bellanger M. *Digital Processing of Signals. Theory and Practice*, NY, John Wiley and Sons, 1984, 421 p.
15. Jackson L. *Digital Filters and Signal Processing*, Klewer Academic Publ., 1989, 462 p.

Data on author

Sergey I. Ziatdinov — Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Information and Network Technologies; E-mail: kaf53@guap.ru

For citation: Ziatdinov S. I. Synthesis of discrete filters by methods of invariant differential and integral equations. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 5. P. 424—432 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-5-424-432