
ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ

УДК 681.586
DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-6-534-541

РАСЧЕТ УГЛОВОЙ ЖЕСТКОСТИ УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

М. Е. КАЛИНКИНА, А. С. КОЗЛОВ, Р. Я. ЛАБКОВСКАЯ,
О. И. ПИРОЖНИКОВА, В. Л. ТКАЛИЧ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: maria_kalinkina@mail.ru*

Современные микромеханические приборы содержат механические и электрические компоненты, которые изготавливаются по единой передовой нано- и микротехнологии. Поэтому преобразователи, содержащие упругие элементы, образуют микроструктуры с полностью воспроизводимыми параметрами, благодаря единому техпроцессу их производства. Разработана математическая модель сложнопрофильного упругого элемента подвеса механического акселерометра. Проанализированы математические модели расчета балочных (стержневых) упругих элементов подвесов микромеханических приборов, а также построены эпюры для различных схем нагружения, учтены опорные реакции, моменты и перезывающие силы, действующие на упругий элемент при деформациях изгиба. На основе проведенного анализа построена математическая модель расчета угловой жесткости нового сложнопрофильного чувствительного элемента, учитывающая модуль упругости первого рода материала упругого элемента, коэффициент Пуассона, радиус цилиндрических отверстий в упругом элементе, ширину элемента, толщину упругого элемента в его наиболее узкой части, а также отношение толщины к ширине с учетом максимального и минимального допусков.

Ключевые слова: жесткость, микромеханический акселерометр, упругий элемент, микромеханические приборы

Введение. В настоящий момент необходимо совершенствовать подходы к моделированию интегрированных микромеханических акселерометров (ММА), которые обеспечивают измерения линейных ускорений по нескольким осям чувствительности и позволяют уменьшить вес и размеры микросистем [1—3]. При проектировании акселерометров используются упругие чувствительные элементы (ЧЭ). В настоящей работе выполнен расчет угловой жесткости упругого ЧЭ ММА.

Упругие элементы упругого подвеса акселерометра обуславливают основные свойства последнего.

В микромеханических приборах упругие элементы как конструктивные единицы, аналогичные используемым в макроприборостроении, из которых может быть собран прибор, отсутствуют, так как формируются в едином техпроцессе создания тонкопленочной и гетероструктур. Компоненты микроэлектромеханического устройства изготавливаются по единой технологии. В некоторых случаях допускается гибридная микроструктура при исполнении электронных средств (в виде отдельных компонентов и микросхем) [4—7].

Упругие подвесы ММА обеспечивают подвижность подвеса инерционной массы (ИМ) с учетом требуемого числа степеней свободы и заданных кинематических параметров. Роль УЭ микродатчиков давления играет мембрана, воспринимающая измеряемое давление [8, 9].

Подвесы инерционной массы ММА могут быть реализованы в виде различных комбинаций балочных упругих элементов, чаще всего, испытывающих воздействия деформаций изгиба.

На рис. 1 приведены принципиальные схемы типовых ЧЭ осевых ММА: *a, б* — с крестообразным упругим подвесом; *в, г* — с *z*-образным кососимметричным упругим подвесом; *д* — с *z*-образным симметричным упругим подвесом; *е* — с параллельным упругим подвесом; *1* — ИМ, *2* — упругие элементы, *3* — структурная опорная рамка.

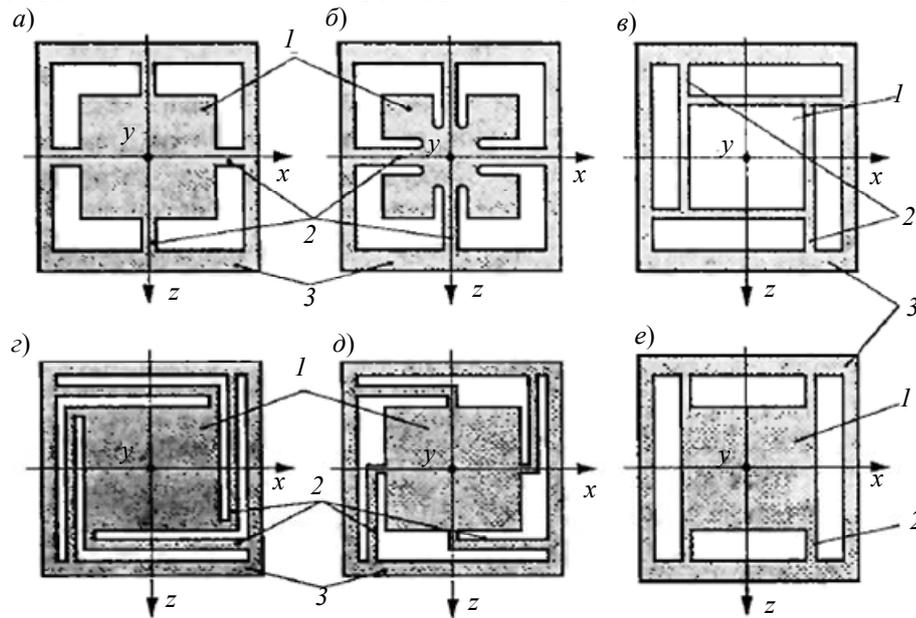


Рис. 1

ИМ чувствительна к ускорению элементов, вдоль любой из осей *X, Y, Z* соответственно возможно построение одно-, двух- и трехкомпонентных ММА на одном ЧЭ [10—13].

Когда точка приложения силы к инерционной массе ЧЭ (рис. 1, б) асимметрична относительно геометрического центра, в частности смещена вдоль оси *X*, нагружение упругого элемента, размещенного вдоль этой оси, совпадает с деформацией кручения вдоль оси *Z* [14—18].

Каждый торсион имеет закрепление (защемление) с двух концов: один конец жестко закреплен, второй работает на изгиб. Расчетная схема такой статически неопределимой задачи предложена в [19], она представлена на рис. 2 (*F* — сила, передаваемая от электростатического двигателя, *M_A* — реактивный момент в заделке, *R_A* — реакция (сила) в заделке, *l* — длина балки).

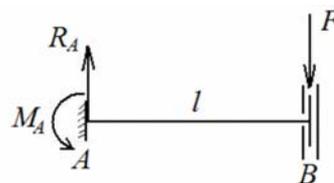


Рис. 2

Для того чтобы перейти к статически определимой задаче, которая будет иметь решение, заменим правую заделку балки реактивным моментом *M_B* (рис. 3).

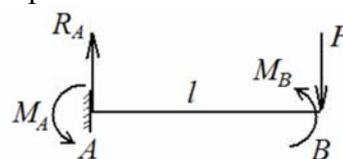


Рис. 3

По этой схеме выполним расчет неизвестных моментов и реакций опор:

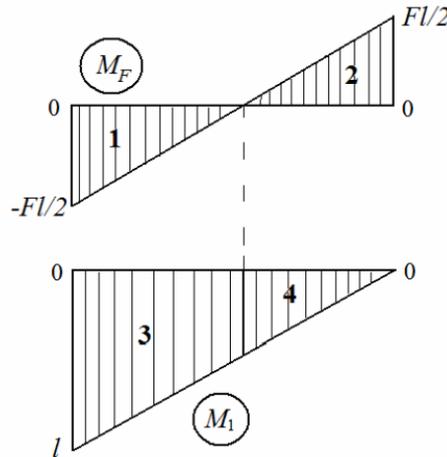
$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum F = 0,$$

$$\begin{cases} M_A + M_B - Fl = 0 \\ M_B + M_A - R_A l = 0 \\ R_A - F = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M_A + M_B = Fl \\ M_B = M_A = \frac{Fl}{2} \\ R_A = F \end{cases}. \quad (1)$$

Согласно формуле

$$M(x) = M_B - F(x) = F \frac{l}{2} - F(x) = F \left(\frac{l}{2} - x \right),$$

где M — момент силы, x — расстояние от начального положения до отклонения конца точки B балки, построим эпюру изгибающего момента от силы F и от единичной силы (рис. 4).



Перемножив эпюры по правилу Верещагина [20], находим смещение конца балки Δ под действием силы F

$$M_F \cdot M_1 = 1 \times 3 + 2 \times 4 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{Fl}{2} \right) \cdot \frac{5l}{6} - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{Fl}{2} \right) \cdot \frac{l}{6} = \frac{5Fl^3}{48} - \frac{Fl^3}{48} = \frac{Fl^3}{12}, \quad (2)$$

$$\Delta = \frac{Fl^3}{12EJ}. \quad (3)$$

Колебания упругих элементов подвеса микромеханического гироскопа возникают благодаря приведению в движение по заданному закону их концевых участков. Такое возбуждение называют жестким (кинематическим). Возможна методическая ошибка, когда за причину колебаний принимают заданные силы — такое возбуждение называют мягким (силовым). Таким образом, за основу расчета необходимо принимать перемещения, а не силы:

$$F = \frac{\Delta 12EJ}{l^3}. \quad (4)$$

После дальнейшего преобразования получается, что максимальный момент, возникающий в заделке при смещении противоположного конца балки на величину Δ , равен [20]:

$$M_{\max} = \frac{Fl}{2} = \frac{\Delta 12EJl}{l^3 2} = \frac{6\Delta JE}{l^2}, \quad (5)$$

где E — модуль упругости материала балки (Н/м^2), а J — момент инерции поперечного сечения балки.

Если центр масс (ЦМ) и геометрический центр пластины ИМ совпадают, и сила приложена по оси y в ЦМ, то жесткость подвеса, состоящего из четырех балок, для схем ЧЭ по рис. 1, a, e при действии силы вдоль оси x определяется формулой:

$$G_y = 4k_{11} = \frac{48EI}{l^3}, \tag{6}$$

где I — момент инерции поперечного сечения балки.

Если ЦМ и геометрический центр пластины ИМ не совпадают, то для рис. 1, $a, б$, когда две балки подвеса работают на изгиб, а две на кручение, жесткость подвеса рассчитывается по формуле:

$$G_\alpha = G_\beta = 2k_{22} + 2G_{кр} = \frac{8EI}{l} + 2G_{кр}, \tag{7}$$

где $G_{кр}$ — жесткость одной балки подвеса на кручение.

Для балки прямоугольного сечения $b_n \times c_n$ (ширина \times высота) жесткость рассчитывается по формуле [1]:

$$G_{кр} = \frac{Ck'b_n c_n^3}{l}, \tag{8}$$

где C — модуль сдвига в соответствующей кристаллографической плоскости, а коэффициент $k' = f(b_n/c_n)$ (табл. 1) [5].

Таблица 1

b_n/c_n	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
k'	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,321	0,333

Отсюда следует, что силы и моменты, действующие со стороны одного упругого элемента подвеса на пластину ИМ, определяются формулами (6)—(8), в которых жесткость зависит от вида деформации элемента.

Для параллельно и последовательно соединенных упругих элементов суммарная жесткость составляет:

$$G_\Sigma = \sum_{i=1}^n G_i; 1/G_\Sigma = 1/G_1 + 1/G_2 + \dots + 1/G_n, \tag{9}$$

где G_i — жесткость i -го упругого элемента; n — число упругих элементов.

В работе рассчитана жесткость сложнопрофильного упругого элемента ММА с переменными соотношениями геометрических параметров (рис. 5, b — ширина упругого элемента; h_0 — его толщина в наиболее узкой части; ρ — радиус цилиндрических отверстий, образующих УЭ).

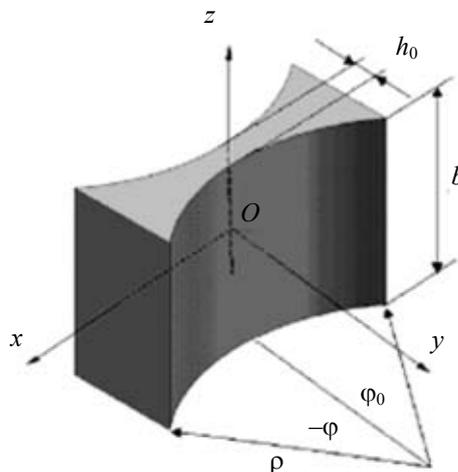


Рис. 5

Была выведена формула для расчета угловой жесткости сложнопрофильного упругого элемента по координатной оси Oy :

$$G = \frac{2}{9\pi} E_1 b \rho^2 d^{2,5}, \quad (10)$$

где E — модуль упругости первого рода (продольный) материала сложнопрофильного упругого элемента; $E_1 = \frac{E}{1-\mu^2}$ — модуль упругости материала, учитывающий сложный профиль упругого элемента; $d = \frac{h}{\rho}$; μ — коэффициент Пуассона.

Значения параметров упругих элементов подвеса акселерометра представлены в табл. 2.

Таблица 2

E , Па	$1,225 \cdot 10^{11}$
μ	0,25
ρ , м	$(4,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-3}$
b , м	$(1,2) \cdot 10^{-3}$
h_0 , м	$(0,015) \cdot 10^{-3}$
Отношение толщины к ширине (d) с учетом максимального и минимального допуска	$d_{\min} = 0,003125$ $d_{\max} = 0,003571$

Подставив данные табл. 2 в формулу (10), получим угловую жесткость чувствительного элемента относительно координатной оси (с учетом допусков): $G_{\Pi_{\min}} = 1,068634 \cdot 10^{-4}$; $G_{\Pi_{\max}} = 1,9482 \cdot 10^{-4}$ Н·м/рад.

Таким образом, разработана математическая модель для расчета угловой жесткости упругого ЧЭ ММА.

Эксперименты подтвердили корректность и адекватность построенной расчетной математической модели угловой жесткости ЧЭ упругого подвеса ММА.

Расчет осуществлялся для сложнопрофильного упругого элемента с переменной величиной отношений толщины элемента к ширине от d_{\min} до d_{\max} , что соответствует диапазону изменения жесткости от $2,98275 \cdot 10^{-4}$ до $4,13311 \cdot 10^{-4}$ Н·м/рад.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tkalic V. L., Labkovskaia R. I., Pirozhnikova O. I., Kalinkina M. E., Kozlov A. S. Analysis of errors in micromechanical devices // Proc. of the 14th Intern. Sci.-Techn. Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2018). 2018. Vol. 1, N 6. P. 272—276.
2. Калинин М. Е. Перспективные направления развития современных микромеханических акселерометров // Перспективные информационные технологии (ПИТ-2018): Тр. Междунар. науч.-техн. конф. Самара, 14—16 апреля 2018. С. 77—79 [Электронный ресурс]: <<http://repo.ssau.ru/handle/Perspektivnyye-informacionnyye-tehnologii/PERSPEKTIVNYE-NAPRAVLENIYA-RAZVITIYA-SOVREMENNYH-MIKROMECHANICHESKIH-AKSELEROMETROV-70568>>.
3. Козлов А. С., Калинин М. Е., Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л., Романова А. Разработка математической модели погрешностей акселерометра // Сб. тез. докл. конгр. молодых ученых. 2018 [Электронный ресурс]: <<https://openbooks.itmo.ru/ru/file/7178/7178.pdf>>.
4. Каплун В. А., Браммер Ю. А., Лохова С. П., Шостак И. В. Радиотехнические устройства и элементы радиосистем. М.: Высш. школа, 2005. 296 с.
5. Распопов В. Я. Микромеханические приборы. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.

6. Техническая механика микросистем / Под ред. В. Н. Тимофеева и др. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. 176 с.
7. Ачильдиев В. М., Грузевич Ю. К., Солдатенков В. А. Информационные измерительные и оптико-электронные системы на основе микро- и наномеханических датчиков угловой скорости и линейного ускорения. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. 264 с.
8. Покровский Б. С., Евстигнеев Н. А. Технические измерения в машиностроении. М.: Академия, 2012. 80 с.
9. Аунг Т., Симонов Б. М., Тимошенко С. П. Исследование коэффициента жесткости кремниевых балок микромеханических резонансных акселерометров // Изв. вузов. Электроника. 2017. Т. 22, № 3. С. 276—284.
10. Кузьмин М. А., Лебедев Д. Л., Попов Б. Г. Прочность, жесткость, устойчивость элементов конструкций. Теория и практикум. Расчеты на прочность элементов многослойных композитных конструкций. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. 344 с.
11. Логвинов В. Б., Евтушенко С. И., Петров И. А. Сопротивление материалов. Практические занятия. Ростов-на-Дону: Феникс, 2012. 288 с.
12. Липовцев Ю. В., Третьякова О. Н. Механика для инженеров. М.: Вузовская книга, 2005. 384 с.
13. Кривошапко С. Н. Сопротивление материалов. М.: Юрайт, 2013. 416 с.
14. Кашкаров А. П. Микроэлектромеханические системы и элементы. М.: ДМК Пресс, 2017. 114 с.
15. Туснин А. Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2009. 144 с.
16. Дроздова Н. А., Какурина С. К. Расчеты на прочность и жесткость статически определимых и статически неопределимых систем. М.: Инфра-М, СФУ, 2013. 224 с.
17. Богомаз И. В. Механика. Учеб. пособие. М.: Инфра-М, СФУ, 2018. 348 с.
18. Михайлов А. М. Техническая механика. М.: Инфра-М, 2017. 376 с.
19. Мусалимов В. М., Ротц Ю. А., Астафьев С. А., Амвросьева А. В. Расчет надежности упругих элементов микромеханических гироскопов. СПб: СПбГУ ИТМО, 2012. 127 с.
20. Дарков А. В., Шпиро Г. С. Сопротивление материалов. М.: Высш. школа, 1975. 656 с.

Сведения об авторах

- Мария Евгеньевна Калинин** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru
- Алексей Сергеевич Козлов** — аспирант; Университет ИТМО; кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: zz.kozlov@gmail.com
- Римма Яновна Лабковская** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО; кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: studsovet_itmo@mail.ru
- Ольга Игоревна Пирожникова** — канд. техн. наук; Университет ИТМО; кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: cheezecake@mail.ru
- Вера Леонидовна Ткалич** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра проектирования и безопасности компьютерных систем; E-mail: studsovet_itmo@mail.ru

Поступила в редакцию
18.01.19 г.

Ссылка для цитирования: Калинин М. Е., Козлов А. С., Лабковская Р. Я., Пирожникова О. И., Ткалич В. Л. Расчет угловой жесткости упругого элемента микромеханического акселерометра // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 6. С. 534—541.

**CALCULATION OF ANGULAR RIGIDITY OF ELASTIC ELEMENT
FOR MICROMECHANICAL ACCELEROMETER**

M. E. Kalinkina, A. S. Kozlov, R. Ya. Labkovskaya, O. I. Pirozhnikova, V. L. Tklich

*ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru*

The problem of creating domestic-produced elements to be used as a base for microelectromechanical systems meeting all modern requirements of the global consumer market. A mathematical model of a new complex-profile elastic suspension element of a mechanical accelerometer is proposed. Various mathematical models for calculating beam (rod) elastic elements of suspensions of micromechanical devices are analyzed, plots for various loading schemes were constructed, supporting reactions, moments and calling forces acting on an elastic element during bending deformations were considered. Based on the analysis, a mathematical model is developed for calculating the angular rigidity of a new complex-sensitive element that takes into account the elastic modulus of the first kind of material of an elastic element, Poisson's ratio, the radius of cylindrical holes in the elastic element, the width of the element, the thickness of the elastic element in its narrowest part, and the ratio thickness to width with maximum and minimum tolerances.

Keywords: rigidity, micromechanical accelerometer, elastic element, micromechanical devices

REFERENCES

1. Tklich V.L., Labkovskaya R.I., Pirozhnikova O.I., Kalinkina M.E., Kozlov A.S. *Proc. of the 14th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE-2018)*, 2018, no. 6(1), pp. 272–276.
2. <http://repo.ssau.ru/handle/Perspektivnye-informacionnye-tehnologii/PERSPEKTIVNYE-NAPRAVLENIYA-RAZVITIYA-SOVREMENNYH-MIKROMECHANICHESKIH-AKSELEROMETROV-70568> (in Russ.)
3. <https://openbooks.itmo.ru/ru/file/7178/7178.pdf>. (in Russ.)
4. Kaplun V.A., Brammer Yu.A., Lokhova S.P., Shostak I.V. *Radiotekhnicheskiye ustroystva i elementy radio-sistem* (Radio Devices and Elements of Radio Systems), Moscow, 2005, 296 p. (in Russ.)
5. Raspopov V.Ya. *Mikromekhanicheskiye pribory* (Micromechanical Devices), Moscow, 2007, 400 p. (in Russ.)
6. Timofeyev V.N. et al., ed., *Tekhnicheskaya mekhanika mikrosistem* (Technical Mechanics of Microsystems), Moscow, 2011, 176 p. (in Russ.)
7. Achil'diyev V.M., Gruzevich Yu.K., Soldatenkov V.A. *Informatsionnyye izmeritel'nyye i optiko-elektronnyye sistemy na osnove mikro- i nanomekhanicheskikh datchikov uglovoy skorosti i lineynogo uskoreniya* (Information Measuring and Opto-Electronic Systems Based on Micro-and Nanomechanical Sensors of Angular Velocity and Linear Acceleration), Moscow, 2016, 264 p. (in Russ.)
8. Pokrovskiy B.S., Evstigneyev N.A. *Tekhnicheskkiye izmereniya v mashinostroyenii* (Technical Measurements in Mechanical Engineering), Moscow, 2012, 80 p. (in Russ.)
9. Aung T., Simonov B.M., Timoshenkov S.P. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektronika*, 2017, no. 3(22), pp. 276–284. (in Russ.)
10. Kuz'min M.A., Lebedev D.L., Popov B.G. *Prochnost', zhestkost', ustoychivost' elementov konstruktsiy. Teoriya i praktikum. Raschety na prochnost' elementov mnogosloynnykh kompozitnykh konstruktsiy* (Durability, Rigidity, Stability of Structural Elements. Theory and Workshop. Strength Calculations of Elements of Multi-layer Composite Structures), Moscow, 2012, 344 p. (in Russ.)
11. Logvinov V.B., Evtushenko S.I., Petrov I.A. *Soprotivleniye materialov. Prakticheskiye zanyatiya* (Strength of Materials. Workshops), Rostov-na-Donu, 2012, 288 p. (in Russ.)
12. Lipovtsev Yu.V., Tret'yakova O.N. *Mekhanika dlya inzhenerov* (Mechanics for Engineers), Moscow, 2005, 384 p. (in Russ.)
13. Krivoshapko S.N. *Soprotivleniye materialov* (Strength of Materials), Moscow, 2013, 416 p. (in Russ.)
14. Kashkarov A.P. *Mikroelektromekhanicheskiye sistemy i elementy* (Microelectromechanical Systems and Elements), Moscow, 2017, 114 p. (in Russ.)
15. Tusnin A.R. *Chislenny raschet konstruktsiy iz tonkostennykh sterzhney otkrytogo profilya* (Numerical Calculation of Thin-Walled Structures of an Open Profile), Moscow, 2009, 144 p. (in Russ.)
16. Drozdova N.A., Kakurina S.K. *Raschety na prochnost' i zhestkost' staticheski opredelimykh i staticheski neopredelimykh sistem* (Strength and Stiffness Calculations of Statically Definable and Statically Indefinable Systems), Moscow, 2013, 224 p. (in Russ.)
17. Bogomaz I.V. *Mekhanika* (Mechanics), Moscow, 2018, 348 p. (in Russ.)
18. Mikhaylov A.M. *Tekhnicheskaya mekhanika* (Technical Mechanics), Moscow, 2017, 376 p. (in Russ.)
19. Musalimov V.M., Rotts Yu.A., Astaf'yev S.A., Amvros'yeva A.V. *Raschet nadezhnosti uprugikh elementov mikromekhanicheskikh giroskopov* (Calculation of the Reliability of Elastic Elements of Micromechanical Gyroscopes), St. Petersburg, 2012, 127 p. (in Russ.)
20. Darkov A.V., Shpiro G.S. *Soprotivleniye materialov* (Strength of Materials), Moscow, 1975, 656 p. (in Russ.)

Data on authors

- Mariia E. Kalinkina** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer System Design and Security; E-mail: mariia_kalinkina@mail.ru
- Aleksey S. Kozlov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Department of Computer System Design and Security; E-mail: zz.kozlov@gmail.com
- Rimma Ya. Labkovskaya** — PhD, Associate Professor; ITMO University, Department of Computer System Design and Security; E-mail: studsovet_itmo@mail.ru
- Olga I. Pirozhnikova** — PhD; ITMO University, Department of Computer System Design and Security; E-mail: cheezecake@mail.ru
- Vera L. Tkalich** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Computer System Design and Security; E-mail: studsovet_itmo@mail.ru

For citation: Kalinkina M. E., Kozlov A. S., Labkovskaya R. Ya., Pirozhnikova O. I., Tkalich V. L. Calculation of angular rigidity of elastic element for micromechanical accelerometer. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 6. P. 534—541 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-6-534-541