УДК 519.71
DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-9-772-781

АДАПТИВНОЕ СЛЕЖЕНИЕ ЗА МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНЫМ СИГНАЛОМ В ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО СОСТОЯНИЮ

Д. Н. Герасимов, А. С. Милюшин, А. В. Парамонов, В. О. Никифоров

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: asmiliushin@mail.ifmo.ru

Рассматривается задача адаптивного слежения выходной переменной линейного стационарного объекта за мультигармоническим сигналом в условиях запаздывания по состоянию. Вектор состояния объекта недоступен прямым измерениям. Параметры сигнала задания (амплитуды, фазы и частоты гармоник) априори неизвестны. Решение задачи основано на использовании принципа внутренней модели и алгоритма адаптации с расширенной ошибкой. Показано, что, несмотря на наличие запаздывания, стандартная схема расширения ошибки позволяет сохранить свойства устойчивости замкнутой системы. Приведены результаты моделирования в программной среде MatLab/Simulink.

Ключевые слова: *адаптивное управление, система с запаздыванием по состоянию, внутренняя модель*

Введение. Задача слежения за мультисинусоидальными сигналами исследуется более 40 лет совместно с дуальной задачей компенсации мультисинусоидальных возмущений. Один из подходов к ее решению основан на использовании *принципа внутренней модели* [1, 2]. Согласно этому принципу сигнал задания/возмущения моделируется как выход автономного линейного генератора (экзосистемы), параметры и переменные которого интегрируются в закон управления в целях полной компенсации динамики задающего или возмущающего воздействия и достижения нулевой установившейся ошибки.

Изначально принцип внутренней модели был реализован в рамках задач управления линейными объектами [1, 2] и в дальнейшем был расширен для класса нелинейных объектов [3, 4] в предположении, что параметры генератора и объекта известны. В работе [5] сформулированы и в последующих работах [6—9] развиты подходы к адаптивной реализации принципа внутренней модели, параметры которой предполагались неизвестными, что позволило расширить класс задающих и возмущающих воздействий и впоследствии усовершенствовать этот принцип применительно к классам параметрически неопределенных объектов [10—12].

В последние годы особый интерес представляют задачи, в которых используется адаптивная реализация принципа внутренней модели в системах с запаздыванием, что вызвано множеством практических приложений [13, в том числе пристатейные ссылки]. Ряд решений задачи компенсации в системах с запаздыванием по входу был предложен в рамках идентификационного [14—16] и прямого [17—22] подходов к адаптивному управлению. Кроме того, решения задачи адаптивного слежения в системах с запаздыванием по входу отражены также в работах [23, 24].

В настоящей статье задача адаптивного слежения за мультисинусоидальным сигналом развивается для класса линейных объектов с запаздыванием по состоянию. Решение задачи основано на использовании специальной параметризации задающего воздействия [10, 12] и алгоритма адаптации с расширенной ошибкой [25, 26]. Для доказательства применимости алгоритма адаптации с расширенной ошибкой приводится модифицированный вариант леммы о перестановке (в иностранной литературе распространен термин „The Swapping Lemma“ [25, 26]).

Постановка задачи. Рассмотрим задачу управления объектом вида

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x} = A_1 x + A_2 x(t-\tau) + bu, \ \ x(0);\\ &y = c^T x, \end{aligned}\right\} \tag{1а}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — неизмеряемый вектор состояния, $u \in \mathbb{R}^1$ — управляющее воздействие, $y \in \mathbb{R}^1$ — регулируемая переменная, $\left(A_1, A_2, b, c\right)$ — четверка известных матриц соответствующих размерностей, τ — известное постоянное запаздывание.

Так как вектор x неизмеряем, то объект (1а) может быть представлен в форме „вход—выход“

$$y = \frac{b'(s) + b''(s)e^{-\tau s}}{a'(s) + a''(s)e^{-\tau s}}[u] = W(s)[u] \tag{1б}$$

с передаточной функцией $W(s) = c^T\left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2e^{-\tau s}\right)^{-1}b$, где $s = d/dt$ — оператор дифференцирования по времени, $I_{n\times n}$ — единичная $n\times n$-матрица; $b'(s), b''(s)$, $a'(s), a''(s)$ — полиномы передаточной функции.

Задача заключается в построении закона управления $u = u(y)$, обеспечивающего ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого равенства

$$\lim_{t\to\infty}\left(g(t) - y(t)\right) = 0, \tag{2}$$

где g — задающее воздействие.

В задаче приняты следующие допущения.

Допущение 1. Объект устойчив, т.е. корни $\lambda_i, i = \overline{1,n}$, характеристического полинома $\det\left(A_1 + A_2e^{-\tau\lambda} - \lambda I_{n\times n}\right)$ лежат в левой полуплоскости [13].

Допущение 2. Объект полностью управляем и наблюдаем, т.е. $\operatorname{rank}\left(A_1 + A_2e^{-\tau\lambda} - \lambda I_{n\times n}, b\right) = n$, $\operatorname{rank}\left(A_1 + A_2e^{-\tau\lambda} - \lambda I_{n\times n}, c^T\right) = n$ [27].

Допущение 3. Задающее воздействие может быть представлено как выход экзосистемы

$$\left.\begin{aligned} &\dot{z} = \Gamma z, \quad z(0),\\ &g = h^T z \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

с неизмеряемым вектором состояния $z \in \mathbb{R}^m$, неизвестной постоянной матрицей $\Gamma \in \mathbb{R}^{m\times m}$, собственные числа которой чисто мнимые и некратные, и неизвестным вектором $h \in \mathbb{R}^m$.

Допущение 4. Пара $\left(\Gamma, h^T\right)$ является полностью наблюдаемой, порядок экзосистемы m считается известным.

Допущение 5. Нули передаточной функции $W(s)$ не совпадают с собственными числами матрицы Γ.

Допущение 1 принято для изложения основной идеи адаптивного слежения выхода объекта с запаздыванием по состоянию и может быть ослаблено при помощи наблюдателя вектора состояния Люенбергера и стабилизирующего воздействия [28]. *Допущения 2, 4* и *5* являются стандартными для приведенной задачи слежения (см., например, [1, 2, 3, 7]). *Допущение 3* определяет класс задающих воздействий g, представляющих собой сумму гармоник с априори неизвестными частотами, амплитудами и фазами. *Допущением 4* предполагается, что количество гармоник мультисинусоидальной функции g известно. Таким образом, по сравнению с классической задачей неадаптивного слежения, класс задающих воздействий, генерируемых моделью (3), может быть существенно расширен. Наряду с этим проблема негативного влияния запаздывания в условиях неизмеримости вектора x, как правило, ограничивает применение известных в литературе адаптивных подходов.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать широко известный в литературе по адаптивному управлению принцип непосредственной компенсации (в иностранной литературе принят термин „Certainty Equivalence Principle“ [25, 26]), в совокупности с которым синтезируются настраиваемый регулятор и базовый алгоритм адаптации с расширенной ошибкой. В статье доказывается, что применение данного стандартного решения может быть распространено на класс объектов с запаздыванием по состоянию.

В целях применения принципа непосредственной компенсации на первом этапе решения задачи модель задающего воздействия (3) параметризуется в виде линейной регрессионной модели.

Параметризация задающего воздействия. Модель (3), с учетом *допущения 4*, позволяет представить функцию g в качестве выхода линейной регрессии [10, 12]

$$g = \theta^T \xi + \varsigma, \tag{4}$$

где $\theta \in \mathbb{R}^m$ — постоянный вектор неизвестных параметров, зависящих от элементов матриц Γ и h; ς — экспоненциально затухающая величина, обусловленная ненулевыми начальными условиями модели (3); $\xi \in \mathbb{R}^m$ — вектор измеряемых функций, генерируемый фильтром

$$\dot{\xi} = G\xi + l\,g \tag{5}$$

с произвольной гурвицевой матрицей G и вектором l, выбираемым из условия полной управляемости пары (G, l); отметим, что вектор ξ измеряем, так как фильтр (5) содержит известные параметры и измеряемую входную переменную g.

После подстановки формулы (4) в (5) и исключения слагаемого ς * получаем модель (3) в альтернативном, так называемом каноническом базисе:

$$\dot{\xi} = \left(G + l\theta^T\right)\xi. \tag{6}$$

Замечание 1. Модели (3), (4) и (6) являются эквивалентными. Следовательно, алгебраические спектры матриц Γ и $G + l\theta^T$ совпадают.

Замечание 2. Решение последнего уравнения позволяет определить связь между текущим значением вектора ξ и его предыдущим значением:

$$\xi(t+\tau) = e^{\left(G + l\theta^T\right)\tau}\xi(t). \tag{7}$$

Синтез настраиваемого регулятора. В целях формирования модели ошибки и дальнейшего применения принципа непосредственной компенсации в процессе синтеза адаптивного регулятора рассмотрим следующую лемму.

Лемма 1. Пусть справедливо *допущение 5*. Тогда ошибка управления по выходу

$$\varepsilon = g - y \tag{8}$$

может быть представлена в следующей параметризованной форме:

$$\varepsilon = W(s)\left[\psi^T \xi - u\right] + \varsigma, \tag{9}$$

* Слагаемое ς не влияет на конечный результат слежения и в дальнейших выводах, за исключением необходимых случаев, не используется.

где $\psi = R^T\theta$ — новый вектор неизвестных параметров; $R = \left(W\left(G + l\theta^T\right)\right)^{-1}$; $W\left(G + l\theta^T\right)$ — матрица, полученная путем подстановки в передаточную функцию $W(s)$ матрицы $G + l\theta^T$ вместо оператора дифференцирования s.

Доказательство. Рассчитаем ошибку (8), используя выражения (4), (1б) и решение уравнения (6) $\xi(t) = L^{-1}\left\{\left(I_{m\times m}s - G - l\theta^T\right)^{-1}\xi(0)\right\}$, где $L^{-1}\{\cdot\}$ — обратное преобразование Лапласа:

$$\varepsilon = g - y = W(s)\left[W^{-1}(s)\left[\theta^T\xi\right] - u\right] + \varsigma = W(s)\left[\theta^T f(t) - u\right] + \varsigma, \tag{10}$$

где

$$f(t) = W^{-1}(s)\left[\xi(t)\right] = L^{-1}\left\{\frac{\det\left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2e^{-\tau s}\right)}{\det\left(I_{m\times m}s - G - l\theta^T\right)}\frac{adj\left(I_{m\times m}s - G - l\theta^T\right)\xi(0)}{c^T adj\left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2e^{-\tau s}\right)b}\right\}.$$

Из принятого в условии леммы *допущения 5* следует, что сигнал $f(t)$ ограничен. Действительно, так как корни полинома $\det\left(I_{m\times m}s - G - l\theta^T\right) = \det\left(I_{m\times m}s - \Gamma\right)$ (см. *замечание 1*) не совпадают с корнями полинома знаменателя передаточной функции $W(s)$, равного $c^T adj\left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2e^{-\tau s}\right)b$, то функция $f(t)$, как результат применения обратного преобразования Лапласа, не возрастает при $t \to \infty$.

Далее докажем, что при соблюдении *допущения 5* вынужденная составляющая вектора $f(t)$ ($f(0) = 0$) совпадает с $R\xi$. Учитывая, что вектор ξ удовлетворяет выражению (6) и

$$f(t) = W^{-1}(s)\left[\xi(t)\right] = \frac{a'(s) + a''(s)e^{-\tau s}}{b'(s) + b''(s)e^{-\tau s}}\left[\xi(t)\right],$$

в силу линейности оператора $W^{-1}(s)$ имеем

$$\dot{f} = \left(G + l\theta^T\right)f. \tag{11}$$

Применяя операторы дифференцирования в полиномах $a'(s)$, $a''(s)e^{-\tau s}$, $b'(s)$, $b''(s)e^{-\tau s}$ к векторам ξ и f с учетом (11), (6) и свойства (7) (которое также справедливо для f), последовательно получаем

$$\left(b'(s) + b''(s)e^{-\tau s}\right)\left[f(t)\right] = \left(a'(s) + a''(s)e^{-\tau s}\right)\left[\xi(t)\right],$$

$$\left(b'(G + l\theta^T) + b''(G + l\theta^T)e^{-\left(G + l\theta^T\right)\tau}\right)f = \left(a'(G + l\theta^T) + a''(G + l\theta^T)e^{-\left(G + l\theta^T\right)\tau}\right)\xi.$$

Из последнего выражения следует, что $f = R\xi$. Подставив $f = R\xi$ в (10), получим выражение (9) и доказательство леммы. ■

Выражение (9) позволяет применить *принцип непосредственной компенсации* и синтезировать настраиваемый закон управления в виде

$$u = \hat{\psi}^T\xi, \tag{12}$$

где $\hat{\psi} \in \mathbb{R}^m$ — вектор настраиваемых параметров.

Подставляя (12) в (9), получаем модель ошибки выходной переменной:

$$\varepsilon = W(s)\left[\tilde{\psi}^T\xi\right],\ \tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}. \tag{13}$$

Если в системе отсутствует запаздывание ($\tau = 0$ или $A_2 = \mathrm{O}_{n\times n}$), то выражение (13) позволяет синтезировать алгоритм адаптации градиентного типа [25, 26]. Одним из наиболее распространенных решений в этом случае является метод расширенной ошибки [29] (см. также [25, 26]). Однако при наличии запаздывания и применении метода расширенной ошибки остается открытым вопрос о сохранении свойств устойчивости в замкнутой системе. Рассмотрим этот вопрос в рамках синтеза алгоритма адаптации и анализа его свойств.

Алгоритм адаптации. В соответствии с принципом расширенной ошибки определим переменную

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\psi}^T W(s)\left[\xi\right] + W(s)\left[\hat{\psi}^T \xi\right]. \tag{14}$$

Подстановка (13) в (14) позволяет получить статическую модель ошибки

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\psi}^T W(s)\left[\xi\right] \tag{15}$$

и, далее, на базе этой модели синтезировать алгоритм адаптации [25, 26]

$$\dot{\hat{\psi}} = \gamma W(s)\left[\xi\right]\tilde{\varepsilon}, \tag{16}$$

где γ — постоянная положительная величина.

С помощью функции Ляпунова $V = \tilde{\psi}^T \tilde{\psi} / 2\gamma$ и анализа ее производной $\dot{V} = -\tilde{\varepsilon}^2$, полученной согласно (16) и определению $\tilde{\psi}$, можно показать, что евклидова норма $\left\|\tilde{\psi}\right\|$ является невозрастающей функцией, $\tilde{\varepsilon} \in \mathcal{L}_2$, $\left\|\dot{\tilde{\psi}}\right\| = \left\|\dot{\hat{\psi}}\right\| \in \mathcal{L}_2$.

Для доказательства сходимости ошибки управления ε к нулю ($\varepsilon \in \mathcal{L}_2$) используем модификацию леммы о перестановке, охватывающую класс передаточных функций с элементами запаздывания.

Лемма 2 *(модифицированная лемма о перестановке).* Пусть

$$W(s) = c^T \left(Is - A_1 - A_2 e^{-\tau s}\right)^{-1} b\,.$$

Тогда справедливо равенство

$$\begin{gathered} W(s)\left[\hat{\psi}^T \xi\right] = \hat{\psi}^T W(s)\left[\xi\right] - \\ -W_c(s)\left[W_b(s)\left[\xi^T\right]\dot{\hat{\psi}} + A_2 W_b(s)\left[\xi^T(t-\tau)\right]\left(\hat{\psi} - \hat{\psi}(t-\tau)\right)\right], \end{gathered} \tag{17}$$

где $W_c(s) = c^T \left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2 e^{-\tau s}\right)^{-1}$, $W_b(s) = \left(I_{n\times n}s - A_1 - A_2 e^{-\tau s}\right)^{-1} b$ — передаточные матрицы размером $1\times n$ и $n\times 1$ соответственно.

Доказательство. Рассмотрим две системы:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= A_1 x + A_2 x(t-\tau) + b\hat{\psi}^T \xi, \\ y &= c^T x; \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{z} &= A_1 z + A_2 z(t-\tau) + b\xi^T, \\ y_z &= c^T z\hat{\psi}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Согласно (18), (19)

$$\frac{d\left(x-z\hat{\psi}\right)}{dt}=\dot{x}-\dot{z}\hat{\psi}-z\dot{\hat{\psi}}=$$

$$=A_1\left(x-z\hat{\psi}\right)+A_2\left(x(t-\tau)-z(t-\tau)\hat{\psi}(t-\tau)\right)-z\dot{\hat{\psi}}-A_2z(t-\tau)\left(\hat{\psi}-\hat{\psi}(t-\tau)\right).$$

С учетом последнего выражения получаем

$$y-y_z=c^T\left(x-z\hat{\psi}\right)=-W_c(s)\left[z\dot{\hat{\psi}}+A_2z(t-\tau)\left(\hat{\psi}-\hat{\psi}(t-\tau)\right)\right],$$

откуда в силу (19) имеем

$$y-W(s)\left[\xi^T\right]\hat{\psi}=-W_c(s)\left[W_b(s)\left[\xi^T\right]\dot{\hat{\psi}}+A_2W_b(s)\left[\xi^T(t-\tau)\right]\left(\hat{\psi}-\hat{\psi}(t-\tau)\right)\right].$$

Далее, перенося слагаемое $W(s)\left[\xi^T\right]\hat{\psi}$ в правую часть, получаем выражение (17). ■

Используя лемму 2, сформулируем основной результат статьи, определяющий свойства адаптивной системы управления объектом с запаздыванием по состоянию.

Утверждение. Алгоритм адаптации (16) совместно с настраиваемым регулятором (12) и фильтром (5) обеспечивают следующие свойства в замкнутой системе управления.

I. Ограниченность всех сигналов в системе.

II. Ошибка $\varepsilon=g-y$ стремится к нулю асимптотически.

III. $\left\|\dot{\hat{\psi}}\right\|\in\mathcal{L}_2$, $\left\|\tilde{\varepsilon}\right\|\in\mathcal{L}_2$, функция $\left\|\tilde{\psi}\right\|$ невозрастающая.

IV. Существует оптимальное значение коэффициента адаптации, при котором скорость настройки регулятора максимальна.

Доказательство. Свойства I, III, IV доказываются с помощью функции Ляпунова $V=\tilde{\psi}^T\tilde{\psi}/2\gamma$ и ее производной $\dot{V}=-\tilde{\varepsilon}^2$ (см. формулу (16)) [24, 25].

Для доказательства свойства II воспользуемся результатом леммы 2. Подставим (17) в выражение для расширенной ошибки (14) и получим

$$\tilde{\varepsilon}=\varepsilon-W_c(s)\left[W_b(s)\left[\xi^T\right]\dot{\hat{\psi}}+A_2W_b(s)\left[\xi^T(t-\tau)\right]\left(\hat{\psi}-\hat{\psi}(t-\tau)\right)\right].$$

Так как норма $\left\|\tilde{\psi}\right\|$ не возрастает, то из свойств I, III и *допущения 1* следует, что $\left\|\hat{\psi}-\hat{\psi}(t-\tau)\right\|$ стремится к нулю асимптотически и, как следствие, выполняется свойство II. ■

Моделирование. Рассмотрим объект (1) в форме „вход—состояние—выход“ с матрицами

$$A_1=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -5 & -7\end{bmatrix},\qquad A_2=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1{,}5\end{bmatrix},\qquad b=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},\qquad c^T=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}.$$

Выберем задающее воздействие в виде $g(t)=\sin 2t$, предполагая, что амплитуда, частота и фазовый сдвиг воздействия априори неизвестны.

Алгоритм управления, обеспечивающий выполнение условия (2), состоит из настраиваемого регулятора (12), фильтра (5) с матрицами

$$G=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -100 & -20\end{bmatrix},\quad l=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

и алгоритма адаптации (16). Начальные условия для модели объекта, фильтра и алгоритма адаптации приняты нулевыми.

Результаты моделирования замкнутой системы адаптивного управления при $\tau=1$ с и различных значениях коэффициента адаптации γ приведены на рис. 1. Анализ графиков показывает, что ошибка управления ε сходится к нулю в условиях ограниченности $\hat{\psi}$ (и, как следствие, сигнала управления u), а увеличение параметра γ не влияет на конечный результат сходимости ошибки. При существенном увеличении запаздывания (τ=500 с) сохраняется устойчивость замкнутой системы и достигается цель управления (рис. 2).

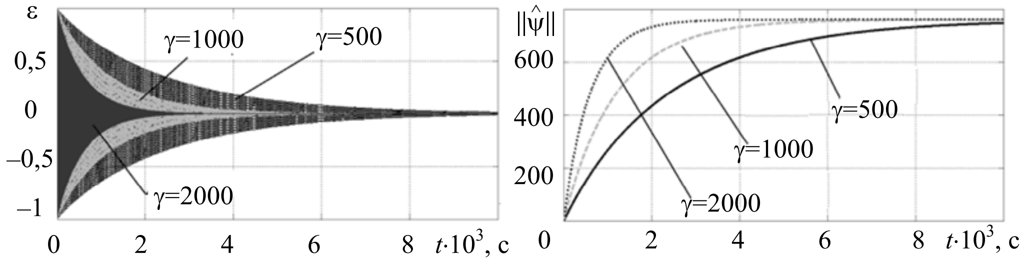

Рис. 1

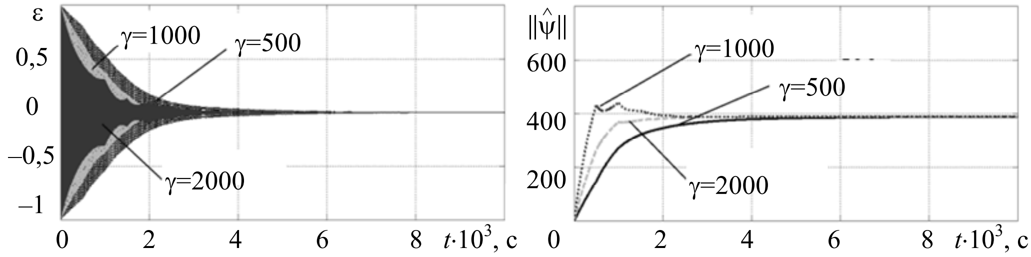

Рис. 2

Заметим, что длительность переходных процессов в обоих экспериментах значительно превышает как величину запаздывания, так и время переходного процесса объекта, т.е. является достаточно высокой. Это объясняется свойствами алгоритма адаптации (16), генерирующего настраиваемые параметры с произвольно медленной скоростью [25, 26]. В целях ускорения настройки регулятора предлагается использовать альтернативные алгоритмы адаптации, рассматриваемые в работах [22, 23].

Заключение. Приведено решение задачи адаптивного слежения выхода линейного объекта с запаздыванием по состоянию за мультисинусоидальным сигналом с неизвестными амплитудами, частотами и фазами гармоник. Решение задачи базируется на совместном использовании специальной параметризации задающего воздействия и алгоритма адаптации с расширенной ошибкой. Доказательство свойств замкнутой системы строится с помощью модифицированной леммы о перестановке.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Davison E. J.* The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // IEEE Transact. on Automatic Control. 1976. Vol. 21, N 1. P. 25—34.

2. *Francis D. A., Wonham W. N.* The internal model principle for linear multivariable regulators // Appl. Mathematics and Optimization. 1975. Vol. 2, N 4. P. 170—194.

3. *Isidori A., Byrnes C. I.* Output regulation of nonlinear systems // IEEE Transact. on Automatic Control. 1990. Vol. 25. P. 131—140.

4. *Khalil H. K.* On the design of robust servomechanisms for minimum phase nonlinear systems // Intern. Journal of Robust and Nonlinear Control. 2000. Vol. 10, N 5. P. 339—361.

5. *Elliot H., Goodwin G. C.* Adaptive implementation of the internal model principle // Proc. of the 23rd IEEE CDC. 1984. P. 1292—1297.

6. *Bodson M., Douglas S. C.* Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequency // Automatica. 1997. Vol. 33, N 12. P. 2213—2221.

7. *Marino R., Santosuosso G. L., Tomei P.* Robust adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency // Automatica. 2003. Vol. 39. P. 1755—1761.

8. *Marino R., Tomei P.* Output regulation for linear systems via adaptive internal model // IEEE Transact. on Automatic Control. 2003. Vol. 48. P. 2199—2202.

9. *Marino R., Santosuosso G. L.* Regulation of linear systems with unknown exosystems of uncertain order // IEEE Transact. on Automatic Control. 2007. Vol. 52. P. 352—359.

10. *Nikiforov V. O.* Adaptive servomechanism controller with an implicit reference model // Intern. Journal of Control. 1997. Vol. 68, N 2. P. 277—286.

11. *Marino R., Tomei P.* An adaptive learning regulator for uncertain minimum phase systems with undermodeled unknown exosystems // Automatica. 2011. Vol. 47. P.739—747.

12. *Никифоров В. О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003. С. 282.

13. *Richard J-P.* Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems // Automatica. 2003. Vol. 39, N 10. P. 1667—1694.

14. *Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M.* Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay // Proc. American Control Conf., San-Francisco, Baltimore, USA. 2010.

15. *Bobtsov A. A., Pyrkin A. A.* et al. Compensation of polyharmonic disturbance of state and output of a linear plant with delay in the control channel // Automation & Remote Control. 2015. Vol. 76, N 12. P. 2124—2142.

16. *Pyrkin A. A., Bobtsov A. A.* Adaptive controller for linear system with input delay and output disturbance // IEEE Transact. on Automatic Control. 2016. Vol. 61, N 12. P. 4229—4234.

17. *Basturk H. I., Krstic M.* State derivative feedback for adaptive cancelation of unmatched disturbances in unknown strict feedback LTI systems // Automatica. 2014. Vol. 50. P. 2539—2545.

18. *Basturk H. I., Krstic M.* Adaptive sinusoidal disturbance cancellation for unknown LTI systems despite input delay // Automatica. 2015. Vol. 58. P. 131—138.

19. *Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O.* Adaptive disturbance compensation in delayed linear systems: internal model approach // IEEE Conf. on Control Applications. 2015. P. 1692—1696.

20. *Герасимов Д. Н., Парамонов А. В., Никифоров В. О.* Алгоритм компенсации мультигармонических возмущений в линейных системах с произвольным запаздыванием: метод внутренней модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 6. С. 1023—1030.

21. *Basturk H. I.* Cancellation of unmatched biased sinusoidal disturbances for unknown LTI systems in the presence of state delay // Automatica. 2017. Vol. 76. P. 169—176.

22. *Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O.* Algorithms of disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay // Intern. Journal of Control. 2018. P. 1—9.

23. *Gerasimov D. N., Miliushin A. S., Nikiforov V. O.* Algorithms of adaptive tracking of unknown multi-sinusoidal signals in linear systems with arbitrary input delay // Intern. Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2019. Vol. 33, iss. 6. P. 900—912. DOI: 10.1002/acs.2999.

24. *Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O.* Adaptive tracking of unknown multi-sinusoidal signal in linear systems with arbitrary input delays and unknown sign of high frequency gain // IFAC-PapersOnLine. 2017. Vol. 50, N 1. P. 7052—7057.

25. *Narendra K., Annaswamy A.* Stable Adaptive Systems. NJ: Prentice Hall, 1989.

26. *Ioannou P., Sun J.* Robust Adaptive Control. NJ: Prentice–Hall, 1996.

27. *Olbrot A. W.* Stabilizability, detectability, and spectrum assignment for linear autonomous systems with general time delays // IEEE Transact. on Automatic Control. 1978. Vol. 23, N 5. P. 887—890

28. *Thowsen A.* Stabilization of a class of linear time delay systems // Intern. Journal of Systems Science. 1981. Vol. 12, N 12. P. 1485—1492.

29. *Monopoli R. V.* Model reference adaptive control with an augmented error signal // IEEE Transact. on Automatic Control. 1974. Vol. 19, N 5. P. 474—484.

Сведения об авторах

Дмитрий Николаевич Герасимов — канд. техн. наук; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: gerasimovdn@mail.ru

Александр Сергеевич Милюшин — аспирант; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: asmiliushin@ifmo.ru

Алексей Владимирович Парамонов — Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; ассистент; E-mail: avp.atrax@gmail.com

Владимир Олегович Никифоров — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; проректор по научной работе; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru

Поступила в редакцию
21.05.19 г.

Ссылка для цитирования: *Герасимов Д. Н., Милюшин А. С., Парамонов А. В., Никифоров В. О.* Адаптивное слежение за мультисинусоидальным сигналом в линейной системе с запаздыванием по состоянию // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 9. С. 772—781.

ADAPTIVE TRACKING OF MULTIHARMONIC SIGNAL IN LINEAR SYSTEM WITH STATE DELAY

D. N. Gerasimov, A. S. Miliushin, A. V. Paramonov, V. O. Nikiforov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: asmiliushin@mail.ifmo.ru

The problem of output adaptive tracking of multiharmonic signal in linear time-invariant plant with state delay is considered. The plant state vector is supposed to be unavailable for direct measurement, and reference signal parameters (amplitudes, phases and frequencies of harmonics) are a priori unknown. The solution to the problem is based on internal model principle and adaptation algorithm with augmented error. It is shown that despite the delay, standard scheme of error augmentation preserves the stability properties of the closed-loop system. Results of simulation in the MATLAB / Simulink environment are presented.

Keywords: adaptive control, system with state delay, internal model

REFERENCES

1. Davison E.J. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1976, no. 1(21), pp. 25–34.
2. Francis D.A., Wonham W.N. *Applied Mathematics and Optimization,* 1975, no. 4(2), pp. 170–194.
3. Isidori A., Byrnes C.I. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 1990, vol. 25, pp. 131–140.
4. Khalil H.K. *Intern. J. of Robust and Nonlinear Control,* 2000, no. 5(10), pp. 339–361.
5. Elliot H., Goodwin G.C. *Proc. of the 23rd IEEE CDC*, 1984, pp. 1292–1297.
6. Bodson M., Douglas S.C. *Automatica*, 1997, no. 12(33), pp. 2213–2221.
7. Marino R., Santosuosso G.L., Tomei P. *Automatica,* 2003, vol. 39, pp. 1755–1761.
8. Marino R., Tomei P. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, vol. 48, pp. 2199–2202.
9. Marino R., Santosuosso G.L. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, vol. 52, pp. 352–359.
10. Nikiforov V.O. *Intern. J. of Control*, 1997, no. 2(68), pp. 277–286.
11. Marino R., Tomei P. *Automatica,* 2011, vol. 47, pp. 739–747.
12. Nikiforov V.O. *Adaptivnoye i robastnoye upravleniye s kompensaciey vozmushceniy* (Adaptive and Robast Control with Disturbance Compensation), St. Petersburg, 2003, 282 p. (in Russ.)
13. Richard J.-P. *Automatica*, 2003, no. 10(39), pp. 1667–1694.
14. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. *American Control Conf*., San-Francisco, Baltimore, USA, 2010.
15. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. et al. *Automation & Remote Control*, 2015, no. 12(76), pp. 2124–2142.
16. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, no. 12(61), pp. 4229–4234.
17. *Basturk H.I., Krstic M.* Automatica, 2014, vol. 50, pp. 2539–2545.
18. *Basturk H.I., Krstic M.* Automatica. 2015. Vol.58. P.131–138.
19. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *IEEE Conf. on Control Applications*, 2015, pp. 1692–1696.
20. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics,* 2016, no. 6(16), pp. 1023–1030. (in Russ.)
21. Basturk H.I. *Automatica,* 2017, vol. 76, pp. 169–176.
22. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Intern. J. of Control*, 2018, pp. 1–9.
23. Gerasimov D.N., Miliushin A.S., Nikiforov V.O. *Intern. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, no. 6(33), pp. 900–912. DOI: 10.1002/acs.2999.
24. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, no. 1(50), pp. 7052–7057.
25. Narendra K., Annaswamy A. *Stable Adaptive Systems*, NJ: Prentice Hall, 1989.
26. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*, NJ: Prentice Hall, 1996.

27. Olbrot A.W. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1978, no. 5(23), pp. 887–890.
28. Thowsen A. *Intern. J. of Systems Science*, 1981, no. 12(12), pp. 1485–1492.
29. Monopoli R.V. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, no. 5(19), pp. 474–484.

Data on authors

Dmitry N. Gerasimov	—	PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: gerasimovdn@mail.ru
Aleksander S. Miliushin	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: asmiliushin@mail.ifmo.ru
Alexey V. Paramonov	—	ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Assistant; E-mail: avp.atrax@gmail.com
Vladimir O. Nikiforov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University; Vice-Rector for Research; E-mail: nikiforov@mail.ifmo.ru

For citation: Gerasimov D. N., Miliushin A. S., Paramonov A. V., Nikiforov V. O. Adaptive tracking of multiharmonic signal in linear system with state delay. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 9. P. 772—781 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-9-772-781