ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-9-834-842

СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ СИСТЕМ ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В. Ф. Шишлаков, Е. Ю. Ватаева, Н. В. Решетникова, Д. В. Шишлаков

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
190000, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: 89217450004@bk.ru*

Рассматривается задача синтеза параметров законов управления импульсными системами автоматического управления при полиномиальной аппроксимации нелинейностей. В качестве математического аппарата для решения задачи применяется метод, обратный прямому вариационному методу анализа — обобщенному методу Галеркина, что позволяет полностью алгебраизировать решение задачи для исследуемого класса САУ, динамика которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями произвольного порядка.

Ключевые слова: *полиномиальная аппроксимация, импульсные системы, обобщенный метод Галеркина, синтез САУ, нелинейные системы*

Синтез параметров законов управления импульсными системами, содержащими элементы и устройства с нелинейными статическими и динамическими характеристиками, представляет собой сложную научную и инженерно-техническую задачу. Этот вопрос является актуальным в связи с усложнением электромеханических, электроэнергетических и робототехнических систем и комплексов, разрабатываемых и внедряемых в различных областях науки и техники [1, 2].

Поскольку речь идет о киберфизических системах, в состав которых входят нелинейные элементы, то разработка законов управления непосредственно связана со способом аппроксимации характеристики. Так как универсальных подходов к проблеме аппроксимации не существует, то для каждого конкретного случая требуется учитывать специфические режимы работы системы [3—6].

Наиболее широко используемой является кусочно-линейная аппроксимация, однако не всегда точность получаемого результата при такой математической модели оказывается достаточной. Существующие методы синтеза нелинейных систем управления либо ограничены в использовании довольно узким классом систем, либо применимы только к системам, описываемым дифференциальными уравнениями невысокого порядка, также ограничения могут быть связаны со способом аппроксимации нелинейной характеристики [6—8].

Для решения поставленной задачи предлагается использовать в качестве математического аппарата обобщенный метод Галеркина, применение которого позволяет синтезировать законы управления САУ разных классов (непрерывные САУ и системы с различными видами модуляции сигналов, динамика которых описывается как линейными уравнениями, так и нелинейными произвольно высокого порядка). Кроме того, предлагаемый подход может быть применен для нелинейных систем, содержащих произвольное число элементов с нелинейными характеристиками. Метод показал свою эффективность при решении сложных научных и инженерных технических задач, поскольку использовался для разработки законов управления большими наземными антенными установками, электроэнергетическими и электромеханическими системами и комплексами, в том числе со сверхпроводниковым оборудованием, а также процессами торможения колес тяжелых самолетов.

Для расширения возможностей обобщенного метода Галеркина рассмотрим особенности его применения для импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик (для непрерывных систем эта задача решена ранее) [8].

Кратко рассмотрим общую схему решения задачи синтеза обобщенным методом Галеркина (подробная методика изложена в работах [9—11]). Для простоты изложения будем рассматривать импульсный элемент в качестве идеального, сигнал на выходе может быть представлен выражением

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT)\delta(t-nT), \qquad (1)$$

где $x(nT) = \int\limits_0^{\infty} x(t)\delta(t-nT)dt$ — n-я дискретная величина; δ — задержанная импульсная функция, существующая при $t = nT$; T — период прерывания, интервал времени между соседними импульсами.

Задача синтеза нелинейных импульсных САУ рассматривается в предположении, что структура синтезируемой САУ и параметры объекта управления известны. Также накладываются ограничения на значения варьируемых параметров исходя из условия их технической реализуемости:

$$c_k^- \le c_k \le c_k^+, \; k = 1, 2, \ldots, m,$$

где c_k^+ и c_k^- — максимально и минимально допустимые значения варьируемых параметров соответственно.

Ограничения на грубость системы по варьируемым параметрам характеризуются выражением

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \le \Delta^0,$$

где Δ^0 — заданное значение грубости системы; δc_k — вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость системы; c_k — искомые параметры оператора управления.

Запишем дифференциальное уравнение, описывающее движение системы, содержащей модулятор и нелинейный элемент, с учетом полиномов оператора дифференцирования p с вещественными постоянными коэффициентами степеней h, u, v соответственно:

$$\sum_{i=0}^{h} a_i(c_k) p^i x(t) + \sum_{i=0}^{h^*} a_i^*(c_k) p^i x^*(t) + \sum_{i=0}^{u} b_i(c_k) p^i y(t) + \sum_{i=0}^{u^*} b_i^*(c_k) p^i y^*(t) =$$

$$= \sum_{i=0}^{v} e_i(c_k) p^i f(t) + \sum_{i=0}^{v^*} e_i^*(c_k) p^i f^*(t), \; y(t) = F[x(t)], \; y^*(t) = F\left[x^*(t)\right], \qquad (2)$$

где $y(t) = F[x(t)], \; y^*(t) = F\left[x^*(t)\right]$ — сигналы на выходе нелинейного элемента при непрерывном $x(t)$ и импульсном $x^*(t)$ входных сигналах.

При синтезе нелинейных САУ n-го порядка программное движение целесообразно задать выражением

$$x^0(t)=\left(x_y+H^* e^{-\alpha t}\cos\left(\beta t-\varphi_0\right)\right)1(t), \quad (3)$$

где x_y — желаемый процесс $x^0(t)$ при $t\to\infty$, H^* и φ_0 определяются следующими соотношениями:

$$H^*=\sqrt{\left(x_0-x_y\right)^2+\left[\frac{\alpha\left(x_0-x_y\right)+\dot{x}_0}{\beta}\right]^2};\quad \varphi_0=\operatorname{arctg}\left[\frac{\alpha\left(x_0-x_y\right)+\dot{x}_0}{\beta\left(x_0-x_y\right)}\right],$$

здесь $x_0,\dot{x}_0$ — начальные значения исследуемой координаты, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ и ее производной в момент времени $t\geq 0$; показатель затухания α определяется соотношением $\alpha=3\div 4/T_{\text{ПП}}$.

Следовательно, согласно выражению (1) сигнал на выходе идеального модулятора

$$x^{0*}(t)=\left[x_y+H^* e^{-\alpha t}\cos\left(\beta nt-\varphi_0\right)\right]\delta(t-nT).$$

После того как задано желаемое программное движение и определены его параметры, формируется невязка

$$\psi(c_k,t)=Q(c_k,D)x^0(t)+Q^*(c_k,D)x^{0*}(t)+R(c_k,D)F\left[x^0(t),D\left(x^0(t)\right)\right]+$$
$$+R^*(c_k,D)F^*\left[x^{0*}(t),D\left(x^{0*}(t)\right)\right]-S(c_k,D)f(t)-S^*(c_k,D)f^*(t), \quad (4)$$

где D — оператор обобщенного дифференцирования.

Искомые параметры c_k определяются из условий ортогональности невязки (4) координатным функциям:

$$\int_0^\infty \psi(c_k,t)\varphi_q(t)\,dt=0;\ k,q=1,2,\ldots,m, \quad (5)$$

где $\varphi_q(t)$ — система из m непрерывно дифференцируемых линейно независимых координатных функций $\varphi_1(t),\varphi_2(t),\ldots,\varphi_q(t),\ldots,\varphi_m(t)$.

Подставляя значение желаемого программного движения (3) в уравнение движения САУ (2) и решая уравнение (5), получаем следующую систему из m линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=0}^{h}a_i(c_k)A_{qi}+\sum_{i=0}^{h^*}a_i^*(c_k)A_{qi}^*+\sum_{i=0}^{u}b_i(c_k)B_{qi}+\sum_{i=0}^{u^*}b_i^*(c_k)B_{qi}^*-$$
$$-\sum_{i=0}^{v}e_i(c_k)C_{qi}-\sum_{i=0}^{v^*}e_i^*(c_k)C_{qi}^*=0,\quad q=1,2,\ldots,m, \quad (6)$$

где

$$A_{qi}=\int_0^\infty D^i\left\{x^0(t)\right\}e^{-\rho_q t}dt=A_q\rho_q^{i-1};\ i=1,2,\ldots,h;$$

$$A_{qi}^{*}=\int_{0}^{\infty}D^{i}\left\{x^{0*}(t)\right\}e^{-\rho_{q}t}dt=A_{q}^{*}\rho_{q}^{i};\ i=1,2,\ldots,h^{*};$$

$$B_{qi}=\int_{0}^{\infty}D^{i}\left\{F\left[x^{0}(t)\right]\right\}e^{-\rho_{q}t}dt=B_{q}\rho_{q}^{i-1};\ i=0,1,\ldots,u;$$

$$B_{qi}^{*}=\int_{0}^{\infty}D^{i}\left\{F\left[x^{0*}(t)\right]\right\}e^{-\rho_{q}t}dt=B_{q}^{*}\rho_{q}^{i};\ i=0,1,\ldots,u^{*};$$

$$C_{qi}=\int_{0}^{\infty}D^{i}\left\{f(t)\right\}e^{-\rho_{q}t}dt=C_{q}\rho_{q}^{i-1};\ i=0,1,\ldots,v,$$

$$C_{qi}^{*}=\int_{0}^{\infty}D^{i}\left\{f^{*}(t)\right\}e^{-\rho_{q}t}dt=C_{q}^{*}\rho_{q}^{i};\ i=0,1,\ldots,v^{*}.$$

Рекуррентные аналитические выражения $A_{qi}, A_{qi}^{*}, C_{qi}, C_{qi}^{*}$ рассчитаны в работе [11], расчеты и обобщения выражения B_{qi} для непрерывных систем при полиномиальной аппроксимации приведены в работе [12]. В настоящей статье представлен расчет аналитического выражения B_{qi}^{*} для процессов, записанных относительно сигнала ошибки САУ

$$x^{0}(t)=\left[H^{*}e^{-\alpha t}\cos(\beta t-\varphi_{0})\right]\delta(t-nT) \tag{7}$$

и относительно сигнала на выходе САУ

$$x^{0}(t)=\left[x_{y}-H^{*}e^{-\alpha t}\cos(\beta t-\varphi_{0})\right]\delta(t-nT). \tag{8}$$

В табл. 1 и 2 представлены результаты расчета рекуррентных аналитических выражений, определяющих интегралы B_{q}^{*}. Обобщая выражения, приведенные в табл. 1, для процесса (7) получаем:

— для нечетной степени

$$B_{q}^{*}=\frac{1}{2^{g-1}}H^{g}\sum_{k=0}^{\frac{g-1}{2}}C_{k}^{g}\,\frac{\cos\varphi_{0}\cdot(g-2k)\cdot e^{2(g\alpha+\rho q)T}-e^{(g\alpha+\rho q)T}\cos\left[(g-2k)(\beta T+\varphi_{0})\right]}{e^{2(g\alpha+\rho q)T}-e^{(g\alpha+\rho q)T}2\cos\left[(g-2k)\beta T\right]},$$

— для четной степени

$$B_{q}^{*}=H^{g}\left[\left(\sum_{n=0}^{\infty}e^{-(g\alpha+\rho q)T}\right)\frac{1}{2^{g-1}}\times\right.$$

$$\left.\times\sum_{k=0}^{\frac{g-1}{2}}C_{k}^{g}\,\frac{\cos\varphi_{0}\cdot(g-2k)\cdot e^{2(g\alpha+\rho q)T}-e^{(g\alpha+\rho q)T}\cos\left[(g-2k)(\beta T+\varphi_{0})\right]}{e^{2(g\alpha+\rho q)T}-e^{(g\alpha+\rho q)T}2\cos\left[(g-2k)\beta T\right]}\right].$$

Обобщая выражения, приведенные в табл. 2, для процесса (8) получаем:

$$B_{q}^{*}=\sum_{k=0}^{g}x_{y}^{g-k}H^{k}(-1)^{k}C_{g}^{k}\left[\frac{e^{2(k\alpha+\rho q)T}\cos k\varphi_{0}-e^{(k\alpha+\rho q)T}\cos k(\beta T+\varphi_{0})}{2^{k-1}(e^{2(k\alpha+\rho q)T}-2e^{(k\alpha+\rho q)T}\cos k(\beta T+1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{k\left(e^{2(k\alpha+\rho q)T}\cos(k-2)\varphi_{0}-e^{(k\alpha+\rho q)T}\cos\left[(k-2)(\beta T+\varphi_{0})\right]\right)}{2^{k-1}(e^{2(k\alpha+\rho q)T}-2e^{(k\alpha+\rho q)T}\cos k(\beta T+1)}\right].$$

Таблица 1

Показатель степени g	B_q^* для процесса вида $x^0(t)=[H^* e^{-\alpha t}\cos(\beta t-\varphi_0)]\delta(t-nT)$
g=1	$B_q^* = H\left[\dfrac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=2	$B_q^* = \dfrac{1}{2}H^2\left[\dfrac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1}+\dfrac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=3	$B_q^* = \dfrac{1}{4}H^3\left[3\dfrac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}+\dfrac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=4	$B_q^* = \dfrac{1}{8}H^4\left[\dfrac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 4(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 4\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+4\dfrac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+3\dfrac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T}-1}\right]$
g=5	$B_q^* = \dfrac{1}{16}H^5\left[10\dfrac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}+5\dfrac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}+\right.$ $\left.+\dfrac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 5\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 5(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 5\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}\right]$

Таблица 2

Показатель степени g	B_q для процесса вида $x^0(t)=\left[x_y-H^*e^{-\alpha t}\cos(\beta t-\varphi_0)\right]\delta(t-nT)$
g=1	$B_q^*=x_y\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1}-H\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=2	$B_q^*=x_y^{\,2}\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1}-2x_yH\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]+\frac{H^2}{2}\left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1}+\frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=3	$B_q^*=x_y^{\,3}\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1}-3x_y^2H\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]+\frac{3H^2x_y}{2}\left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1}+\frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right]-$ $-\frac{1H^3}{4}\left[3\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}+\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}\right]$
g=4	$B_q^*=x_y^4\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1}-4x_y^3H\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]+\frac{6H^2x_y^2}{2}\left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1}+\frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right]-$ $-\frac{4x_yH^3}{4}\left[3\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}+\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}\right]+$ $+\frac{1}{8}H^4\left[\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 4\varphi_0-e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 4(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 4\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+4\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+3\frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T}-1}\right]$
g=5	$B_q^*=x_y^5\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1}-5x_y^4H\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right]+5x_y^3H^2\left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1}+\frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right]-$ $-\frac{5x_y^2H^3}{2}\left[3\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}+\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0-e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}\right]+$ $+\frac{5}{8}x_yH^4\left[\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 4\varphi_0-e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 4(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 4\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+4\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0-e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1}+3\frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T}-1}\right]-$ $-\frac{1}{16}H^5\left[\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 5\varphi_0-e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 5(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 5\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}+5\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0-e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}+\right.$ $\left.+10\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0-e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}\right]$

Продолжение таблицы 2

Показатель степени g	B_q для процесса вида $x^0(t)=\left[x_y - H^* e^{-\alpha t}\cos(\beta t-\varphi_0)\right]\delta(t-nT)$
g=6	$\begin{aligned} B_q^* = {} & x_y^6\frac{e^{\rho qT}}{e^{\rho qT}-1} - 6x_y^5H\left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(\alpha+\rho q)T}+1}\right] + \frac{15x_y^4H^2}{2}\left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T}-1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(2\alpha+\rho q)T}+1}\right] - \\ & -\frac{20x_y^3H^3}{4}\left[3\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1} + \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(3\alpha+\rho q)T}+1}\right] + \\ & +\frac{15}{8}x_y^2H^4\left[\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 4(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 4\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1} + 4\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(4\alpha+\rho q)T}+1} + 3\frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T}-1}\right] - \\ & -\frac{6}{16}x_yH^5\left[\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 5\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 5(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 5\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1} + 5\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos 3\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos 3(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos 3\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1} + \right. \\ & \left. +10\frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T}\cos\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T}\cos(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T}-2\cos\beta T\cdot e^{(5\alpha+\rho q)T}+1}\right] + \frac{H^6}{32}\left[10\frac{e^{(6\alpha+\rho q)T}}{e^{(6\alpha+\rho q)T}-1} + 15\frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T}\cos 2\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T}\cos 2(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T}-2\cos 2\beta T\cdot e^{(6\alpha+\rho q)T}+1} + \right. \\ & \left. +6\frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T}\cos 4\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T}\cos 4(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T}-2\cos 4\beta T\cdot e^{(6\alpha+\rho q)T}+1} + \frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T}\cos 6\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T}\cos 6(\beta T+\varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T}-2\cos 6\beta T\cdot e^{(6\alpha+\rho q)T}+1}\right] \end{aligned}$

В ходе решения задачи обобщенный метод Галеркина был распространен на решение задачи синтеза нелинейных импульсных систем автоматического управления при полиномиальной аппроксимации. Используя полученные рекуррентные соотношения для вычисления интегралов B_q^*, можно значительно упростить процесс решения задачи параметрического синтеза для нелинейных импульсных систем произвольно высокого порядка и свести все вычисления к выполнению лишь простых математических операций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Borgul A., Bobtsov A., Kolyubin S., Zimenko K., Rabyish E.,Pyrkin A.* Mechatronic and robotic setups for modern control theory workshops // Preprints of ACE2012: 9th IFAC Symp. on Advances in Control Education. 2012. P. 348—353.
2. *Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M.* Output controller for uncertain nonlinear systems with structural, parametric, and signal disturbances // IEEE Multi-Conference on Systems and Control. 2012.
3. *Bazylev D., Vukosavic S., Bobtsov A., Pyrkin A., Stankovic A., Ortega R.* Sensorless control of PM synchronous motors with a robust nonlinear observer // Proc. IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). 2018. P. 304—309.
4. *Шишлаков В. Ф., Криволапчук И. Г., Ватаева Е. Ю.* Моделирование динамики работы систем экстремального регулирования (СЭР) // Мехатроника, автоматика и робототехника: Материалы междунар. науч.-практ. конф. Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. Вып. 1. С. 130—132.
5. *Pyrkin A., Isidori A.* Adaptive output regulation of right-invertible MIMO LTI systems, with application to vessel motion control // European Journal of Control. 2019. Vol. 46. P. 63—79.
6. *Шишлаков В. Ф., Шишлаков А. В., Тимофеев С. С.* Синтез САУ при различных видах аппроксимации нелинейных характеристик: теория и практика: Монография / Под ред. *В. Ф. Шишлакова*. СПб: СПбГУАП, 2017.
7. *Pyrkin A. A., Vedyakov A. A., Ortega R., Bobtsov A. A.* A robust adaptive flux observer for a class of electromechanical systems // Intern. Journal of Control. 2018. DOI: 10.1080/00207179.2018.1521995.
8. *Wang J., Aranovskiy S. V., Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Kolyubin S. A.* A method to provide conditions for sustained excitation // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, N 2. P. 258—264.
9. *Shishlakov V., Vataeva E., Reshetnikova N., Shishlakov D.* Synthesis of control lawsof electromechanical systems under polynomial approximation of characteristics of nonlinear elements // Proc. of the 13th Intern. Scientific-Technical Conf. on Electromechanics and Robotics “Zavalishin’s Readings”: MATEC Web Conf. 2018. Vol. 161.
10. *Никитин А. В., Шишлаков В. Ф.* Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления: Монография / Под ред. *В. Ф. Шишлакова*. СПб: СПбГУАП, 2003. 358 с.
11. *Шишлаков В. Ф.* Синтез нелинейных САУ с различными видами модуляции: Монография. СПб: СПбГУАП, 1999. 267 с.
12. Синтез параметров законов управления нелинейных САУ при полиномиальной аппроксимации / *В. Ф. Шишлаков, Д. В. Шишлаков, Е. Ю. Ватаева, Н. В. Решетникова* // Завалишинские чтения’18: Сб. докл. СПб: СПбГУАП, 2018. С. 114—118.

Сведения об авторах

Владислав Федорович Шишлаков — д-р техн. наук, профессор; СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; E-mail: svfmail@yandex.ru

Елизавета Юрьевна Ватаева — СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; ассистент; E-mail: 89217450004@bk.ru

Наталия Викторовна Решетникова — СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; ст. преподаватель; E-mail: kaf31guap@gmail.com

Дмитрий Владиславович Шишлаков — канд. техн. наук; СПбГУАП, кафедра управления в технических системах; E-mail: shishlakoff@yandex.ru

Поступила в редакцию
21.05.19 г.

Ссылка для цитирования: *Шишлаков В. Ф., Ватаева Е. Ю., Решетникова Н. В., Шишлаков Д. В.* Синтез нелинейных импульсных систем при полиномиальной аппроксимации // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 9. С. 834—842.

SYNTHESIS OF NONLINEAR PULSE SYSTEMS WITH POLYNOMIAL APPROXIMATION

V. F. Shishlakov, E. Yu. Vataeva, N. V. Reshetnikova, D. V. Shishlakov

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
190000, St. Petersburg, Russia
E-mail: 89217450004@bk.ru

Solution to the problem of synthesis of the parameters of the control laws for pulsed automatic control systems with polynomial approximation of nonlinearities is considered. As a mathematical apparatus, the inversion of the direct variational method of analysis — the generalized Galerkin method — is applied. This makes it possible to completely algebraize the solution of the problem for the studied class of automated control system, the dynamics of which are described by nonlinear differential equations of arbitrary order.

Keywords: polynomial approximation, impulse systems, generalized Galerkin method, ACS synthesis, nonlinear systems

REFERENCES

1. Borgul A., Bobtsov A., Kolyubin S., Zimenko K., Rabyish E., Pyrkin A. *Preprints of ACE2012: 9th IFAC Symposium on Advances in Control Education*, 2012, pp. 348–353.
2. Pyrkin A., Bobtsov A., Kolyubin S., Faronov M. *IEEE Multi-Conference on Systems and Control*, 2012.
3. Bazylev D., Vukosavic S., Bobtsov A., Pyrkin A., Stankovic A., Ortega R. *Proceedings 2018 IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS)*, IET, 2018, pp. 304–309.
4. Shishlakov V.F., Krivolapchuk I.G., Vatayeva E.Yu. *Mekhatronika, avtomatika i robototekhnika* (Mechatronics, Automation and Robotics), Materials of the International Scientific and Practical Conference), Novokuznetsk, 2017, no. 1, pp. 130–132 (in Russ.)
5. Pyrkin A., Isidori A. *European Journal of Control*, IET - 2019, vol. 46, pp. 63–79.
6. Shishlakov V.F., Shishlakov A.V., Timofeyev S.S. *Sintez SAU pri razlichnykh vidakh approksimatsii nelineynykh kharakteristik: teoriya i praktika* (Synthesis of Self-Propelled Guns for Various Types of Approximation of Nonlinear Characteristics: Theory and Practice), St. Petersburg, 2017. (in Russ.)
7. Pyrkin A.A., Vedyakov A.A., Ortega R., Bobtsov A.A. *Intern. Journal of Control,* IET - 2018, DOI: 10.1080/00207179.2018.1521995.
8. Wang J., Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A. *Automation and Remote Control*, IET - 2018, no. 2(79), pp. 258–264.
9. Shishlakov V., Vataeva E., Reshetnikova N., Shishlakov D. *MATEC Web Conf., 13th Intern. Scientific-Technical Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*, 2018, vol. 161.
10. Nikitin A.V., Shishlakov V.F. *Parametricheskiy sintez nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Parametric Synthesis of Nonlinear Automatic Control Systems), St. Petersburg, 2003, 358 p. (in Russ.)
11. Shishlakov V.F. *Sintez nelineynykh SAU s razlichnymi vidami modulyatsii* (Synthesis of Non-Linear Self-Propelled Guns with Various Types of Modulation), St. Petersburg, 1999, 267 p. (in Russ.)
12. Shishlakov V.F., Shishlakov D.V., Vatayeva E.Yu., Reshetnikova N.V. *Zavalishin's Readings – 2018*, St. Petersburg, 2018, pp. 114–118. (in Russ.)

Data on authors

Vladislav F. Shishlakov	—	Dr. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; E-mail: svfmail@yandex.ru
Elizaveta Yu. Vataeva	—	St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; Assistant; E-mail: 89217450004@bk.ru
Natalia V. Reshetnikova	—	St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; Senior Lecturer; E-mail: kaf31guap@gmail.com
Dmitry V. Shishlakov	—	PhD; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Control in Technical Systems; E-mail: shishlakoff@yandex.ru

For citation: Shishlakov V. F., Vataeva E. Yu., Reshetnikova N. V., Shishlakov D. V. Synthesis of nonlinear pulse systems with polynomial approximation. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 9. P. 834—842 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-9-834-842