

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭФФУЗИОННОГО АНАЛИЗАТОРА ВЯЗКОСТИ ГАЗОВ С УБЫВАЮЩИМ ДАВЛЕНИЕМ ИСТЕЧЕНИЯ

С. Ю. Жигулин, Л. В. Илясов

*Тверской государственный технический университет, 170026, Тверь, Россия  
E-mail: shtazig@mail.ru*

Принцип действия эффузионного анализатора вязкости газов с убывающим давлением истечения основан на измерении времени истечения определенного объема анализируемого газа через капилляр. Приведена обобщенная схема анализатора и описаны принципы его работы. Приведены исходные уравнения, на основании которых разработана математическая модель эффузионного анализатора. Создана экспериментальная установка для проверки разработанной математической модели для ряда газов. Представлены результаты проверки разработанной математической модели, полученные при экспериментальных исследованиях на установке. Данные, полученные с помощью математической модели, сопоставлены с данными, полученными в ходе экспериментальных исследований. Определена погрешность математической модели, сделаны выводы о ее адекватности и возможности дальнейшего использования для проектирования и расчетов эффузионных анализаторов вязкости газов с убывающим давлением истечения.

**Ключевые слова:** эффузионный анализатор, вязкость газов, математическая модель

Сведения о вязкости газов и газовых смесей необходимы для решения ряда конструктивных и технологических задач как в промышленной практике (для расчетов многочисленных процессов, протекающих при атмосферном и при высоких давлениях), так и в разработке новых технологических процессов и аппаратов, поскольку в формулы расчета гидравлического сопротивления и теплообмена коэффициент вязкости входит как один из основных параметров [1]. При исследованиях разработанного на кафедре автоматизации технологических процессов Тверского государственного технического университета компьютерного эффузионного анализатора плотности газов с убывающим давлением истечения [2, 3] выявлена возможность создания на его основе компьютерного эффузионного анализатора динамической вязкости газов [4, 5].

Как показал анализ научно-технической литературы [6—16], известные решения в области анализа вязкости газов нуждаются в совершенствовании.

Принцип действия эффузионных анализаторов вязкости газов основан на измерении времени истечения определенного объема анализируемого газа через капилляр при убывающем давлении истечения [4]. Обобщенная схема таких анализаторов представлена на рис. 1 (1 — измерительная камера; 2 — вентили; 3 — капилляр; 4 — устройство для создания избыточного давления; 5 — датчик давления; 6 — устройство отсчета времени).

Измерение динамической вязкости газов такими анализаторами происходит следующим образом. Измерительная камера при всех открытых вентилях промывается анализируемым газом, затем все вентили закрываются. С помощью устройства 4 в измерительной камере газ несколько сжимается, после чего открывается вентиль, соединяющий измерительную камеру через капилляр с атмосферой, и начинается истечение анализируемого газа, которое происходит при изменяющемся (убывающем) давлении в измерительной камере. Для определения

вязкости анализируемого газа измеряется время, за которое давление в измерительной камере уменьшается от некоторого максимального значения до минимального — время истечения анализируемого газа  $\tau_a$ . Для достижения более высокой точности измерения вязкости дополнительно при идентичных условиях осуществляется измерение времени истечения  $\tau_s$  газа с известной вязкостью (например, осушенного воздуха). По результатам обоих измерений времени вычисляется динамическая вязкость анализируемого газа.

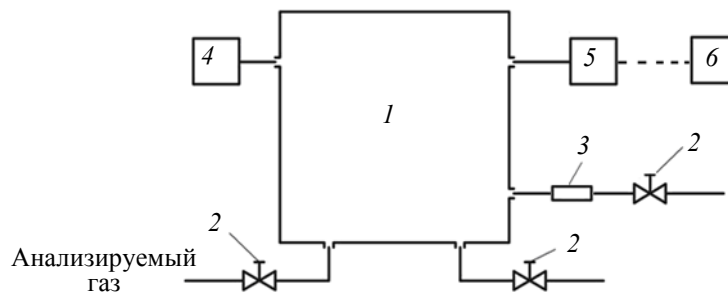


Рис. 1

Для расчета конструктивных параметров компьютерного эффузионного капиллярного анализатора динамической вязкости газов с убывающим давлением истечения, оценки погрешностей измерения разработана его математическая модель. При этом приняты следующие допущения: вместимость камеры постоянна, сжимаемостью газа можно пренебречь, ввиду малого перепада давления на капилляре средняя плотность газа в капилляре постоянна  $\rho = \text{const}$ .

В качестве исходных приняты три уравнения газовой динамики, а именно: частный случай уравнения движения, уравнение неразрывности и уравнение состояния газа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP}{\rho} + u du &= 0, \\ F u \rho &= \text{const}, \\ P \cdot V &= z \frac{m}{\mu} R_{\mu} T, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $F$  — площадь сечения капилляра;  $u$  — скорость истечения газа;  $P$  — абсолютное давление газа;  $\rho$  — плотность газа;  $T$  — абсолютная температура газа;  $V$  — объем камеры для сжатия газов;  $z$  — коэффициент сжимаемости газа;  $m$  — масса газа в камере;  $\mu$  — молекулярная масса газа;  $R_{\mu}$  — универсальная газовая постоянная.

Для анализа времени истечения газа через сужающее устройство использована зависимость массового расхода  $G$  от разности давлений на капилляре [1]:

$$G = \frac{\pi d^4}{256 \eta l R T} (P^2 - P_a^2), \quad (2)$$

где  $d$  — диаметр капилляра;  $\eta$  — динамическая вязкость газа;  $l$  — длина капилляра;  $P_a$  — атмосферное давление;  $R$  — удельная газовая постоянная.

В результате получена математическая модель эффузионных анализаторов вязкости газов с убывающим давлением истечения:

$$P = P_a \left[ \frac{\left( e^{\frac{P_a \tau}{\eta E}} (P_a - P_0) - (P_a + P_0) \right)}{\left( e^{\frac{P_a \tau}{\eta E}} (P_0 - P_a) - (P_a + P_0) \right)} \right], \quad (3)$$

где  $E = -\frac{128 l V \nu_{\mu} P_H}{R_{\mu} T_H \pi d^4}$  — безразмерная величина, постоянная для каждого конкретного анализатора;  $P_0$  — абсолютное давление газа в начале истечения;  $\tau$  — время, прошедшее с момента начала истечения газа.

Также получены выражение, описывающее зависимость времени истечения газа через капилляр  $\tau_{и}$  от уменьшения давления газа в камере для сжатия газов при его истечении от некоторого начального значения  $P_1$  до конечного значения  $P_2$ , а также формула для расчета вязкости анализируемого газа:

$$\tau_{и} = -\eta \frac{128lV \nu_{\mu} P_{н}}{R_{\mu} T_{н} \pi d^4} \cdot \frac{1}{P_a} \ln \left( \frac{P_0 + P_a}{P_0 - P_a} \cdot \frac{P - P_a}{P + P_a} \right), \quad (4)$$

$$\eta_a = \eta_{э} \cdot \frac{\tau_a}{\tau_{э}}, \quad (5)$$

где  $\eta_a$  и  $\eta_{э}$  — динамическая вязкость анализируемого газа и газа с известной вязкостью.

Выражение (5) справедливо для незначительного сжатия газов и постоянной их температуры.

Полученная математическая модель включает все основные анализируемые конструктивные и режимные параметры, что позволило провести проверку на разработанной авторами экспериментальной установке, схема которой представлена на рис. 2.

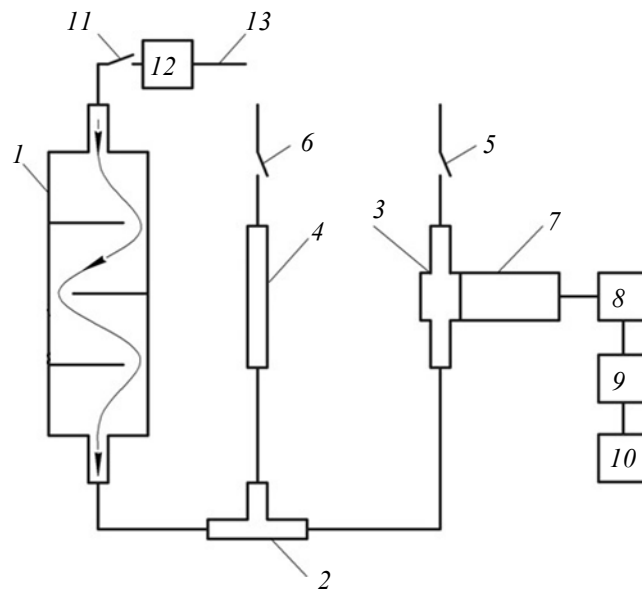


Рис. 2

Установка состояла из камеры для сжатия газов 1, представляющей собой стальной цилиндр с внутренним объемом 400 мл, разделенный перегородками на несколько сообщающихся камер. Выход камеры для сжатия газов 1 соединен через тройник 2 со входами измерительной камеры 3 и капилляра 4. На выходах измерительной камеры датчика давления 3 и капилляра 4, изготовленной из тонкой алюминиевой фольги, расположены пневмотумблеры 5 и 6. К измерительной камере датчика давления 3 подключен пьезорезистивный датчик давления 7 типа МИДА ПИ-51, сигнал с которого после усиления усилителем 8 и преобразования аналого-цифровым преобразователем (АЦП) 9 поступал на персональный компьютер (ПК) 10. Ко входу камеры для сжатия газов 1 через пневмотумблер 11 подключен микрокомпрессор 12, соединенный с линией для подачи газов 13.

На установке экспериментально проверена математическая модель эффузионного анализатора вязкости газов, при этом предварительно адекватность математической модели подтверждена по критерию Фишера.

Работа на данной установке происходила следующим образом. Емкость с анализируемым газом подсоединялась к линии подачи газов 13. Затем микрокомпрессор 12 с помощью пневмотумблера 11 сообщался со входом камеры для сжатия газов 1, а выходы измерительной камеры 3 и капилляра 4 с помощью пневмотумблеров 5 и 6 соединялись с атмосферой.

Далее включался микрокомпрессор 11, и анализируемый газ из емкости прокачивался через емкость 1, камеру 3 и капилляр 4 в атмосферу, промывая их. По истечении достаточного для промывки времени (в рассматриваемом случае 2—3 минуты) пневмотумблеры 5 и 6 перекрывались, при этом в 1 и 3 с помощью микрокомпрессора 12 начинало создаваться избыточное давление. Давление в измерительной камере 3 непрерывно измерялось пьезорезистивным датчиком давления 7, сигнал которого после усиления 8 и преобразования АЦП 9 поступал на ПК 10 и отображался на его мониторе в виде графика зависимости давления от времени. При достижении в измерительной камере давления 25 кПа с помощью пневмотумблера 11 она отключалась от микрокомпрессора 12. На этом завершалась подготовка к измерению.

По окончании некоторого отрезка времени, за которое в камере 1 устанавливалась постоянная температура анализируемого газа, начиналось измерение. Для этого на ПК 10 начиналась запись данных, поступающих с датчика 7, после чего капилляр 4 с помощью пневмотумблера 5 соединялся с атмосферой и начиналось истечение газа через него. Давление в измерительной камере 3 при этом начинало уменьшаться. Информация о давлении в камере для сжатия газов, полученная с помощью пьезорезистивного датчика давления 7, непрерывно поступала на компьютер 10, где сохранялась.

Исследования проводились для следующих газов: природный газ, углекислый газ, азот и аргон.

Для оценки коэффициента  $E$  в выражении (3) в расчетах приняты следующие значения:  $T_n=273,15$  К;  $P_n=101325$  Па;  $v_m=22,41 \cdot 10^{-3}$  м<sup>3</sup>/моль;  $R_m=8,31$  Дж/(моль·К);  $V=450 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>;  $l=0,38$  м;  $d=0,32 \cdot 10^{-3}$  м.

На основании данных значений рассчитан  $E = -664 \cdot 10^9$ .

Поскольку точно определить полный объем всех внутренних емкостей и соединительных линий анализатора не представляется возможным, было произведено экспериментальное уточнение коэффициента  $E$ , являющегося постоянной величиной для каждого анализатора, на основе экспериментальных данных, полученных для газа с известной динамической вязкостью. В ходе экспериментальных исследований получено:

$$E = (-665,9 \pm 7,0) \cdot 10^9.$$

Как видно, экспериментально полученное значение коэффициента  $E$  хорошо согласуется с его расчетной оценкой, приведенной выше.

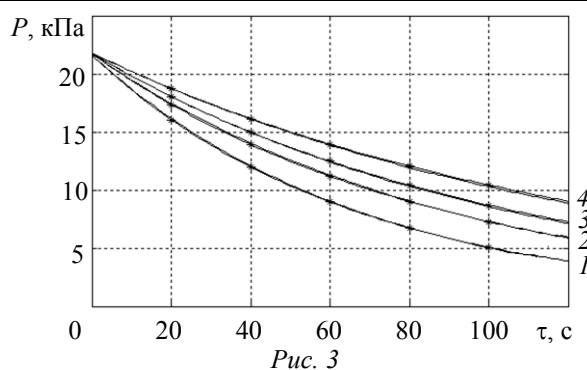
С учетом коэффициента  $E$  рассчитаны значения давления газов в камере для сжатия в различные моменты времени в процессе истечения. Эти значения сравнивались с полученными при экспериментальной проверке математической модели значениями давления.

На основании полученных значений давления определена относительная погрешность  $\Lambda$  математической модели:

$$\Lambda = \frac{P_p - \tilde{P}_и}{\tilde{P}_и} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где  $P_p$  — расчетное давление в камере для сжатия газов;  $\tilde{P}_и$  — среднее арифметическое значения измеренного давления в камере для сжатия газов по результатам трех экспериментов.

На рис. 3 в качестве примера приведены полученные при экспериментальных исследованиях графики зависимости давления в измерительной камере анализатора от времени в процессе истечения различных газов и графики, построенные по значениям, рассчитанным на основании математической модели (1 — природный газ; 2 — углекислый газ; 3 — азот; 4 — аргон).



Необходимо отметить, что точность математической модели высока, поэтому экспериментальная и расчетная кривые на рис. 3 для каждого из четырех исследованных газов сливаются в одну. Для предоставления информации о имеющейся погрешности в табл. 1 и 2 приведены значения расчетных и экспериментальных значений давления в различные моменты времени для природного газа и аргона ( $S_{\tilde{P}_и}$  — среднее квадратическое отклонение среднего арифметического значения измеренного давления по результатам трех измерений;  $\Delta P_и$  — абсолютная ошибка при доверительной вероятности 0,95).

Таблица 1

**Значения давления в камере для сжатия газов (природный газ)**

$\tau, с$	$P_p, кПа$	$\tilde{P}_и, кПа$	$S_{\tilde{P}_и}, кПа$	$\Delta P_и, кПа$	$\Lambda, \%$
20	16,07	16,20	0,38	1,64	-0,8
40	12,00	12,13	0,20	0,84	-1,0
60	9,01	9,07	0,43	1,87	-0,7
80	6,79	6,82	0,28	1,20	-0,5
100	5,13	5,08	0,45	1,93	0,9

Таблица 2

**Значения давления в камере для сжатия газов (аргон)**

$\tau, с$	$P_p, кПа$	$\tilde{P}_и, кПа$	$S_{\tilde{P}_и}, кПа$	$\Delta P_и, кПа$	$\Lambda, \%$
20	18,75	18,74	0,36	1,56	0,1
40	16,17	16,13	0,51	2,20	0,3
60	13,97	13,88	0,55	2,38	0,6
80	12,08	11,97	0,56	2,39	0,9
100	10,46	10,33	0,31	1,33	1,3

Как видно из приведенных в табл. 1 и 2 результатов исследования, погрешность математической модели на большей части кривой истечения не превышала  $\pm 1 \%$ , что подтверждает возможность ее использования для проектирования и расчета эффузионных анализаторов вязкости газов с убывающим давлением истечения, а также для оценки их погрешностей.

Произведенная экспериментальная проверка математической модели эффузионного анализатора плотности газов с убывающим давлением истечения позволяет говорить о возможности расчета с ее помощью вязкости газов с относительной погрешностью  $\pm 1 \%$ , что вполне соответствует точности, полученной при испытаниях макета разработанного анализатора.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев И. Ф. Вязкость газов и газовых смесей (Справочное руководство). М.: ГИФМЛ, 1959. 375 с.
2. Пат. 2676559 РФ, МПК G 01 N9/00. Лабораторный эффузионный анализатор плотности газов / Л. В. Илясов, С. Ю. Жигулин. Заявл. 14.02.2018, опубл. 09.01.2019. Бюл. № 1.
3. Пат. 2677926 РФ, МПК G 01 N9/00. Лабораторный анализатор плотности газов / Л. В. Илясов, С. Ю. Жигулин. Заявл. 14.02.2018, опубл. 22.01.2019. Бюл. № 3.

4. Жигулин С. Ю., Илясов Л. В. Компьютерный эффузионный капиллярный анализатор вязкости газов // Вестн. Тверского гос. техн. ун-та. 2018. № 1(33). С. 18—22.
5. Жигулин С. Ю. Математическое описание работы эффузионного капиллярного анализатора динамической вязкости газов // Матер. I Молодеж. междунар. науч.-практ. конф. „Исследования и разработки молодых ученых: наука и практика“. Новосибирск, 2017. С. 34—39.
6. Фарзани Н. Г., Илясов Л. В., Азим-заде А. Ю. Технологические измерения и приборы: учеб. для вузов. М.: Высш. школа, 1989. 456 с.
7. Пат. 2393456 РФ, МПК G 01 N9/00. Датчик плотности и вязкости / Э. Донзье, А. Пермой. N 2007136714/28. Заявл. 24.02.2006, опубл. 27.06.2010. Бюл. № 18.
8. Мордасов Д. М., Мордасов М. М., Савенков А. П. Вискозиметрический газоанализатор капиллярного типа // Контроль. Диагностика. 2016. № 1. С. 50—54.
9. Badarlis A., Pfau A., Kalfas A. Measurement and Evaluation of the Gas Density and Viscosity of Pure Gases and Mixtures Using a Micro-Cantilever Beam // Sensors. 2015. Vol. 15, N 9. P. 24318—24342.
10. Sella J. K., Niedermayer A. O., Jakoby B. Simultaneous measurement of density and viscosity in gases with a quartz tuning fork resonator by tracking of the series resonance frequency // Procedia Engineering. 2011. Vol. 25. P. 1297—1300.
11. Сажин С. Г. Приборы контроля состава и качества технологических сред: учеб. пособие. СПб: Лань, 2012. 431 с.
12. Yusibani E., Nagahama Y., Kohno M., Takata Y., Woodfield P.L., Shinzato K., Fujii M. A Capillary Tube Viscometer Designed for Measurements of Hydrogen Gas Viscosity at High Pressure and High Temperature // Intern. J. of Thermophysics. 2011. Vol. 32, N 6. P. 1111—1124.
13. Fang X., Yue X., Fu J.Y., An W., Zou J., Feng X., Tian W. Experimental study on factors affecting the end effect in gas viscosity measurement using capillary-tube viscometer // Review of Scientific Instruments. 2019. Vol. 90, N 7.
14. Berg R. Simple flow meter and viscometer of high accuracy for gases // Metrologia. 2005. Vol. 42, N 1. P. 11
15. Berg R., May E. Viscosity Ratio Measurements with Capillary Viscometers // J. of Chemical & Engineering Data. 2013. Vol. 59, N 1. P. 116—124.
16. Potsch K., Gumpenberger T. Is It Sufficient to Calculate Gas Viscosities? // SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition. 2011. <https://doi.org/10.2118/143525-MS>.

**Сведения об авторах**

- Станислав Юрьевич Жигулин** — аспирант; ТвГТУ, кафедра автоматизации технологических процессов; E-mail: shtazig@mail.ru
- Леонид Владимирович Илясов** — д-р техн. наук, профессор; ТвГТУ, кафедра автоматизации технологических процессов

Поступила в редакцию  
18.09.19 г.

**Ссылка для цитирования:** Жигулин С. Ю., Илясов Л. В. Экспериментальная проверка математической модели эффузионного анализатора вязкости газов с убывающим давлением истечения // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 12. С. 1053—1059.

**EXPERIMENTAL VERIFICATION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR EFFUSION ANALYZER OF GAS VISCOSITY WITH DECREASING OUTCOMING PRESSURE**

**S. Yu. Zhigulin, L. V. Ilyasov**

*Tver State Technical University, 170026, Tver, Russia  
E-mail: shtazig@mail.ru*

Results of experimental checking a mathematical model of developed gas viscosity analyzer are presented. A generalized scheme and operation of the considered analyzer are described. The analyzer operation is based on measuring the time required for a fixed volume of the analyzed gas to expire through a capillary. Initial equations and theoretical assumptions used to develop the mathematical model

of the effusion analyzer are discussed. An experimental setup for testing the developed mathematical model and its operation is created. Data obtained with the mathematical model are compared to results of experimental studies. The errors of the mathematical model are determined, conclusions are made about its adequacy and the possibility of further use for the design and calculation of effusion analyzers of gas viscosity with decreasing outcoming pressure.

**Keywords:** effusion analyzer, gas viscosity, mathematical model

#### REFERENCES

1. Golubev I.F. *Vyazkost' gazov i gazovyykh smesey (Spravochnoye rukovodstvo)* (Viscosity of Gases and Gas Mixtures (Reference Guide)), Moscow, 1959, 375 p. (in Russ.)
2. Patent RU 2676559, G 01 N9/00, *Laboratornyy effuzionnyy analizator plotnosti gazov* (Laboratory Effusion Gas Density Analyzer), Ilyasov L.V., Zhigulin S.Yu., Patent application no. 2018105639, Priority 14.02.2018, Published 09.01.2019, Bulletin 1. (in Russ.)
3. Patent RU 2677926, G 01 N9/00, *Laboratornyy analizator plotnosti gazov* (Laboratory Gas Density Analyzer), Ilyasov L.V., Zhigulin S.Yu., Patent application no. 2018105638, Priority 14.02.2018, Published 22.01.2019, Bulletin 3. (in Russ.)
4. Zhigulin S.Yu., Ilyasov L.V. *Vestnik TSTU*, 2018, no. 1(33), pp. 18–22. (in Russ.)
5. Zhigulin S.Yu. *Materialy I Molodezhnoy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii: issledovaniya i razrabotki molodykh uchonykh: nauka i praktika* (Materials of the I Youth International Scientific and Practical Conference: Research and Development of Young Scientists: Science and Practice), Novosibirsk, 2017, pp. 34–39. (in Russ.)
6. Farzane N.G., Ilyasov L.V., Azim-zade A.Yu. *Tekhnologicheskkiye izmereniya i pribory* (Technological Measurements and Instruments), Moscow, 1989, 456 p. (in Russ.)
7. Patent RU 2393456, G 01 N9/00, *Datchik plotnosti i vyazkosti* (Density and Viscosity Sensor), Donzier E., Permuy A. Patent application no. 2007136714, Priority 24.02.2006, Published 27.06.2010, Bulletin 18. (in Russ.)
8. Mordasov D.M., Mordasov M.M., Savenkov A.P. *Kontrol'. Diagnostika* (Testing. Diagnostics), 2016, no. 1, pp. 50–54. (in Russ.)
9. Badarlis A. *Sensors*, 2015, no. 9(15), pp. 24318–24342.
10. Sella J.K., Niedermayer A.O., Jakoby B. *Procedia Engineering*, 2011, vol. 25, pp. 1297–1300.
11. Sazhin S.G. *Pribory kontrolya sostava i kachestva tekhnologicheskikh sred* (Instruments for Monitoring the Composition and Quality of Process Media), St. Petersburg, 2012, 431 p. (in Russ.)
12. Yusibani E., Nagahama Y., Kohno M., Takata Y., Woodfield P.L., Shinzato K., Fujii M. *International Journal of Thermophysics*, 2011, no. 6(32), pp. 1111–1124.
13. Fang X., Yue X., Fu J.Y., An W., Zou J., Feng X., Tian W. *Review of Scientific Instruments*, 2019, no. 7(90).
14. Berg R. *Metrologia*, 2005, no. 1(42), pp. 11.
15. Berg R. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 2013, no. 1(59), pp. 116–124.
16. Pötsch K., Gumpenberger T. *SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition*, 2011, <https://doi.org/10.2118/143525-MS>.

#### Data on authors

- Stanislav Yu. Zhigulin** — Post-Graduate Student; Tver State Technical University, Department of Automation of Technological Processes; E-mail: shtazig@mail.ru
- Leonid V. Ilyasov** — Dr. Sci., Professor; Tver State Technical University, Department of Automation of Technological Processes

**For citation:** Zhigulin S. Yu., Ilyasov L. V. Experimental verification of a mathematical model for effusion analyzer of gas viscosity with decreasing outcoming pressure. *Journal of Instrument Engineering*. 2019. Vol. 62, N 12. P. 1053–1059 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-12-1053-1059