
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 004.056.53
DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-12-1128-1132

ПОВЫШЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕКРЫТИЯ В ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧЕ

Б. П. ТИМОФЕЕВ, ЧАН МИНЬ ХУАН

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: tranminhhuank31@gmail.com*

Исследованы возможности повышения коэффициента торцового перекрытия в эвольвентных цилиндрических передачах внешнего зацепления.

Ключевые слова: коэффициент торцового перекрытия, эвольвентная прямо-зубая передача, исходный контур, основные параметры

Введение. Леонард Эйлер предложил эвольвентное зацепление в 1783 г. Еще порядка ста лет ушло на установление того факта, что прямая — вырожденная эвольвента, и для формообразования зубьев колес можно использовать инструмент, очерченный по прямой. В дальнейшем это привело к понятию стандартного исходного контура как профиля зубьев инструментальной рейки. При этом имелось в виду формообразование методом огибания (обкатки), когда поверхность зуба получается как огибающая семейства поверхностей инструмента в относительном движении.

Ранее для ограничения типоразмеров режущего и мерительного инструмента предусматривался один стандартный исходный контур*.

В настоящее время нормативный документ предусматривает несколько стандартных контуров, различающихся значением основных параметров. Кроме того, предполагается, что изготовитель свободен в выборе параметров модификации профиля**.

Как эвольвентное зацепление, так и метод огибания, до сих пор доминируют в формировании зубьев. В настоящей работе показаны возможности повышения коэффициента перекрытия в прямозубых эвольвентных цилиндрических передачах внешнего зацепления при использовании исходных контуров с различными значениями угла профиля исходного контура α , при варьировании числа зубьев шестерни Z_1 и передаточного числа u . Отметим, что зарубежные авторы используют термины „коэффициент контакта“ (contact ratio) или „число пар зубьев в контакте“ (number of pairs of teeth in contact) [1—4], что, как и „коэффициент торцового перекрытия“ в отечественной научно-технической литературе, соответствует отношению активного участка линии зацепления к шагу по нормали p_n , равному основному шагу p_{bt} .

Кроме изменений в параметрах исходного контура возможно варьирование числа зубьев шестерни Z_1 , также существенно влияющее на коэффициент торцового перекрытия. В [5] утверждается, что величина Z_1 в передачах с эвольвентным зацеплением изменяется в широких преде-

* Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Исходный контур. ГОСТ 13755–81.

** Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Исходные контуры. ГОСТ 13755-2015 (ISO 53:1998). ISO 53:1998 (E). Cylindrical gears for general and heavy engineering – Standard basic rack tooth profile. Second edition 1998-08-15, Printed in Switzerland. 10 p.

лах, начиная с 9, 10 (но встречаются передачи с $Z_1 < 9$) и заканчивая ~ 70 . Это безусловно верно для практики машиностроения, однако в приборостроении обычно $Z_{1\min} = 18\text{—}25$, многие авторы, например [6], рекомендуют для точных (особенно отсчетных передач) $Z_{1\min} = 21$. В статье исследуются возможности повышения коэффициента перекрытия при диапазоне изменения $Z_1 = 18\text{—}50$.

Следуя [5], рассмотрим определение коэффициента торцового перекрытия при вращении шестерни Z_1 по часовой стрелке (рис. 1), контакт между парой зубьев шестерни и колеса Z_2 начинается в точке A_2 и заканчивается в A_1 .

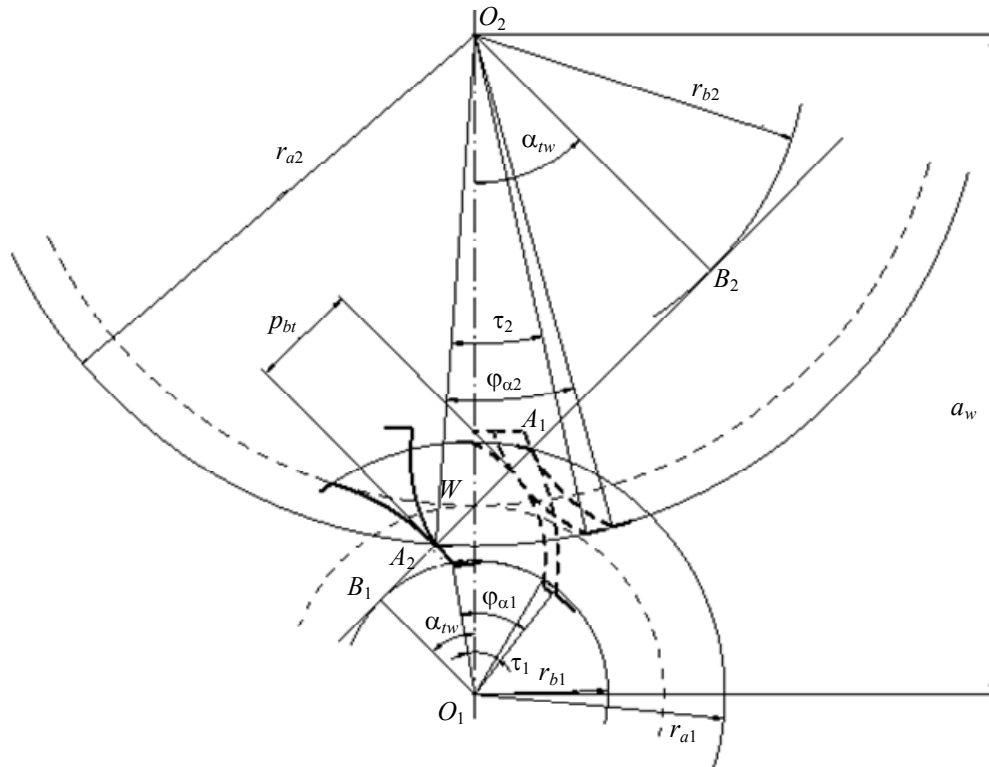


Рис. 1

Точка A_1 находится на пересечении окружности вершины зубьев шестерни радиусом r_{a1} с общей касательной к основным окружностям радиусом r_{b1} и r_{b2} (линией зацепления). Соответственно A_2 — точка пересечения окружности вершин зубьев колеса с общей касательной к основным окружностям.

Коэффициент торцового перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_{\alpha 1}}{\tau_1} = \frac{A_1 A_2}{p_{bt}} = \frac{A_1 A_2}{\pi m \cos \alpha},$$

где $\tau_1 = 2\pi/Z_1$ — угловой шаг шестерни; p_{bt} — основной окружной шаг зубьев.

Длина активного участка линии зацепления:

$$\begin{aligned} A_1 A_2 &= A_1 W + A_2 W = (A_1 B_1 - WB_1) + (A_2 B_2 - WB_2) = \\ &= \sqrt{(r_{a1})^2 - (r_1 \cos \alpha)^2} + \sqrt{(r_{a2})^2 - (r_2 \cos \alpha)^2} - (r_{w1} + r_{w2}) \sin \alpha_{tw}, \end{aligned} \quad (1)$$

где r_{bi} — радиус основной окружности, r_{wi} — начальной, r_{ai} — окружности вершин зубьев ($i = 1, 2$).

Рассмотрим прямозубую передачу без смещения $\alpha_{tw} = \alpha$. После несложных преобразований получим:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{Z_1}{2\pi \cos \alpha} \left[\sqrt{\left(u + \frac{2}{Z_1}\right)^2 - u^2 \cos^2 \alpha} + \sqrt{\left(1 + \frac{2}{Z_1}\right)^2 - \cos^2 \alpha} - (1 + u) \sin \alpha \right] \quad (2)$$

где $u = Z_2/Z_1$ — передаточное число.

Таким образом, в формуле (2) представим $\epsilon_\alpha = f(u, Z_1, \alpha)$, т.е. ϵ_α зависит от тех параметров, которые считаются переменными.

Во всех последующих расчетах u варьирует в пределах 1—8 с шагом 0,5 и Z_1 в пределах 18—50. Результаты расчетов в системе MathCAD при $\alpha=20^\circ$ приведены в табл. 1 и на рис 2.

Таблица 1

$\alpha = 20^\circ$

u	ϵ_α при Z_1										
	18	20	21	24	30	32	36	40	42	44	50
1	1,53	1,557	1,569	1,602	1,654	1,668	1,692	1,714	1,723	1,732	1,755
1,5	1,58	1,605	1,617	1,647	1,695	1,708	1,73	1,749	1,758	1,765	1,786
2	1,611	1,635	1,646	1,675	1,719	1,731	1,752	1,77	1,777	1,785	1,804
2,5	1,633	1,656	1,666	1,693	1,735	1,747	1,766	1,783	1,79	1,797	1,815
3	1,649	1,671	1,681	1,707	1,747	1,758	1,777	1,792	1,799	1,806	1,823
3,5	1,661	1,682	1,692	1,717	1,756	1,766	1,784	1,799	1,806	1,812	1,829
4	1,671	1,691	1,701	1,725	1,762	1,773	1,79	1,805	1,811	1,817	1,833
4,5	1,679	1,699	1,708	1,731	1,768	1,778	1,795	1,809	1,816	1,821	1,837
5	1,685	1,705	1,713	1,737	1,772	1,782	1,799	1,813	1,819	1,825	1,84
5,5	1,691	1,71	1,718	1,741	1,776	1,785	1,802	1,816	1,822	1,827	1,842
6	1,695	1,714	1,723	1,745	1,779	1,788	1,805	1,818	1,824	1,83	1,844
6,5	1,699	1,718	1,726	1,748	1,782	1,791	1,807	1,82	1,826	1,832	1,846
7	1,703	1,721	1,729	1,751	1,784	1,793	1,809	1,822	1,828	1,833	1,847
7,5	1,706	1,724	1,732	1,753	1,786	1,795	1,811	1,824	1,829	1,835	1,849
8	1,709	1,727	1,735	1,756	1,788	1,797	1,812	1,825	1,831	1,836	1,85

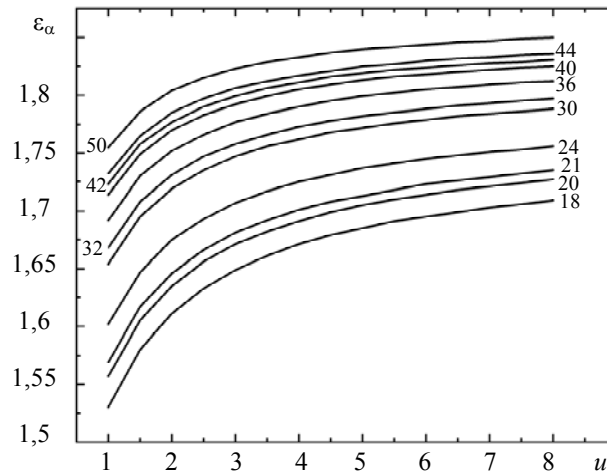


Рис. 2

Результаты расчетов при $\alpha=14^\circ 30'$ (часто используемом в зарубежных стандартах значении) приведены в табл. 2 и на рис. 3.

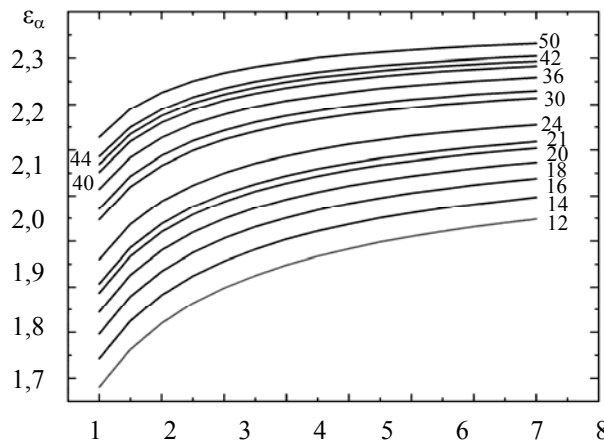


Рис. 3

$$\alpha=14^{\circ}30', Z_1=12-50$$

u	ε_{α} при Z_1													
	12	14	16	18	20	21	24	30	32	36	40	42	44	50
1	1,581	1,643	1,697	1,745	1,787	1,807	1,86	1,947	1,971	2,015	2,052	2,069	2,086	2,128
1,5	1,663	1,725	1,779	1,826	1,867	1,886	1,937	2,02	2,043	2,084	2,119	2,135	2,15	2,19
2	1,72	1,782	1,834	1,88	1,92	1,938	1,988	2,066	2,088	2,127	2,16	2,175	2,189	2,226
2,5	1,764	1,824	1,875	1,919	1,958	1,976	2,023	2,099	2,12	2,157	2,188	2,203	2,216	2,251
3	1,798	1,856	1,906	1,949	1,987	2,004	2,05	2,123	2,143	2,178	2,209	2,222	2,235	2,269
3,5	1,825	1,882	1,931	1,973	2,01	2,026	2,071	2,141	2,161	2,195	2,224	2,237	2,25	2,282
4	1,848	1,904	1,951	1,992	2,028	2,044	2,087	2,156	2,175	2,208	2,236	2,249	2,261	2,292
4,5	1,867	1,922	1,968	2,008	2,043	2,059	2,101	2,168	2,186	2,218	2,246	2,259	2,27	2,301
5	1,883	1,937	1,983	2,022	2,056	2,071	2,113	2,178	2,196	2,227	2,254	2,266	2,278	2,308
5,5	1,898	1,951	1,995	2,033	2,067	2,082	2,122	2,186	2,204	2,235	2,261	2,273	2,284	2,313
6	1,91	1,962	2,006	2,043	2,076	2,091	2,131	2,193	2,211	2,241	2,267	2,279	2,289	2,318
6,5	1,921	1,972	2,015	2,052	2,084	2,099	2,138	2,2	2,216	2,246	2,272	2,283	2,294	2,322
7	1,931	1,981	2,024	2,06	2,092	2,106	2,144	2,205	2,222	2,251	2,276	2,287	2,298	2,326
7,5	1,94	1,989	2,031	2,067	2,098	2,112	2,15	2,21	2,226	2,255	2,28	2,291	2,302	2,329
8	1,948	1,997	2,038	2,073	2,104	2,118	2,155	2,214	2,23	2,259	2,283	2,294	2,305	2,332

Заключение. Коэффициент торцового перекрытия в эвольвентной прямозубой передаче $1 \leq \varepsilon_{\alpha} < 2$. При $\varepsilon_{\alpha} < 1$ передача работает прерывисто, т.е. передача практически негодна. При изменении в указанном диапазоне за время поворота на угловой шаг дважды происходит удар — при переходе от двухпарного зацепления к однопарному и наоборот — от однопарного к двухпарному, из-за скачка изгибной жесткости. При этом возникают возмущения с частотой, вдвое большей частоты входа зубьев в зацепление, что существенно влияет на плавность работы. Обратим внимание, что в инженерной практике, как и стандарте*, нормируются лишь погрешности оборотной и зубцовой частоты, т.е. частоты входа зубьев в зацепление.

Нужно стремиться к получению целого числа коэффициента перекрытия, т.е. ≥ 2 , поскольку запас нужен для компенсации погрешностей изготовления и сборки. И в этом смысле для $\alpha = 14^{\circ}30'$ (см. табл. 2) поставленная цель достигается уже при $Z_1 \geq 21$ и $u \geq 3$, а также при $Z_1 \geq 24$ и $u \geq 2,5$.

Табл. 1, 2 и рис. 2, 3 позволяют оценить возможности повышения коэффициента торцового перекрытия в широком диапазоне изменения Z_1 и u при двух значениях угла профиля — 20° и $14^{\circ}30'$. Естественно ε_{α} растет с увеличением как Z_1 , так и u , но особенно велики перспективы использования $\alpha=14^{\circ}30'$ (возможны и другие значения $\alpha < 20^{\circ}$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Khurmi R. et al.* Theory of Machines. 14th ed. New Dehli: S. Chand & Co. Ltd., 2005. 1071 p.
2. *Jelaska D.* University of Split-Croatia. Gears and Gear Drives. A John Wiley & Sons Ltd., 2012. 462 p.
3. *Colbourne J. R.* The Geometry of Involute Gears. NY: Springer-Verlag Inc., 1987. 538 p.
4. *Radzevich S. P.* Theory of Gearing. Kinematics, Geometry, and Synthesis. CRC Press, 2018. 935 p.
5. Кудрявцев В. Н., Кузьмин И. С., Филипенков А. Л. Расчет и проектирование зубчатых редукторов. СПб: Политехника, 1993. 448 с.
6. Тимофеев Б. П. Передаточное отношение пары зубчатых колес // Изв. вузов. Машиностроение. 1980. № 6. С. 19—23.

Сведения об авторах

Борис Павлович Тимофеев

— д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники

* Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски ГОСТ 1643–81.

Минь Хуан Чан

— аспирант; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: tranminhhuank31@gmail.com

Поступила в редакцию
21.09.2020 г.**Ссылка для цитирования:** Тимофеев Б. П., Чан Минь Хуан. Повышение коэффициента перекрытия в эвольвентной передаче // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 12. С. 1128—1132.**INCREASING THE OVERLAP RATIO IN INVOLUTE TRANSMISSION****B. P. Timofeev, Tran Minh Huan***ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia*
E-mail: tranminhhuank31@gmail.com

Possibilities of increasing the end overlap coefficient in involute cylindrical gears of external engagement are investigated.

Keywords: transverse contact ratio, involute spur gear, initial contour, basic parameters**REFERENCES**

1. Khurmi R. et al. *Theory of Machines*, New Dehli, S. Chand & Co. Ltd., 2005, 1071 p.
2. Jelaska D. *University of Split-Croatia. Gears and Gear Drives*, A John Wiley & Sons Ltd., 2012, 462 p.
3. Colbourne J.R. *The Geometry of Involute Gears*, NY, Springer-Verlag Inc., 1987, 538 p.
4. Radzevich S.P. *Theory of Gearing. Kinematics, Geometry, and Synthesis*, CRC Press, 2018, 935 p.
5. Kudryavtsev V.N., Kuz'min I.S., Filipenkov A.L. *Raschet i proyektirovaniye zubchatykh reduktorov* (Calculation and Design of Gear Reducers), St. Petersburg, 1993, 448 p. (in Russ.)
6. Timofeev B.P. *Journal of Instrument Engineering*, 1980, no. 6, pp. 19–23. (in Russ.)

Data on authors***Boris P. Timofeev***

— Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics

Minh Huan Tran

— Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: tranminhhuank31@gmail.com

For citation: Timofeev B. P., Tran Minh Huan Increasing the overlap ratio in involute transmission. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. Vol. 63, N 12. P. 1128—1166 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-12-1128-1132