

## МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

Ю. В. ЗАГАШВИЛИ, В. Г. РУДЕНКО

ООО „Силициум“, 192029, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: y.zagashvili@yandex.ru

Представлена инженерная методика оценивания динамического сопротивления пьезоэлементов косвенным способом по экспериментально получаемым импульсным переходным функциям — реакциям пьезоэлементов на импульсные усилия механической нагрузки. На основе эквивалентных электротехнических схем замещения разработаны и исследованы динамические модели пьезоэлементов. Получена зависимость длительности импульсной переходной функции от сопротивления пьезоэлементов при различных сопротивлениях нагрузки. Предложена формула для приближенной оценки динамического сопротивления пьезоэлементов в режимах, близких к режимам холостого хода. Результаты теоретического анализа подтверждаются примерами и экспериментальными осциллограммами импульсной переходной функции, полученными при различных параметрах электрической нагрузки пьезоэлементов.

**Ключевые слова:** динамическое сопротивление пьезоэлемента, пьезокерамика, импульсная переходная функция, длительность переходного процесса

**Введение.** Освоение промышленного производства высококачественных и дешевых керамических пьезоматериалов обеспечило их широкое и динамично увеличивающееся применение в различных областях техники [1—7]. Однако при использовании пьезокерамических элементов (ПЭ) в интегрированных электромеханических изделиях возникают проблемы электронного согласования, связанные с высоким электрическим сопротивлением ПЭ, которое может изменяться в широких пределах и не указывается в паспортных данных производителей. Согласно данным каталога [8], объемное сопротивление керамических пьезоматериалов изменяется в диапазоне  $10^8$ — $10^{13}$  Ом·м, что обуславливает необходимость корректной оценки динамического сопротивления ПЭ для оптимальной передачи мощности электрического сигнала. Эта проблема особенно актуальна для пьезогенераторов, обеспечивающих преобразование первичной механической энергии в генерируемую электрическую энергию и конструктивно состоящих из многослойных ПЭ [5—7].

Технические сложности определения сопротивления ПЭ обусловлены рядом причин: во-первых, распределенным объемно-поверхностным характером сопротивления материала диэлектрика, анизотропией материала и наличием дефектов кристаллической решетки; во-вторых, зависимостью сопротивления от условий нагружения и спектра механических воздействий; в-третьих, зависимостью сопротивления от влияния окружающей среды — температуры, наличия поверхностных загрязнений и оксидных пленок; в-четвертых, малыми габаритами (толщина пьезокерамического слоя типового ПЭ составляет 100—300 мкм) и расположением электродов ПЭ. Указанные причины затрудняют возможность применения традиционных способов определений сосредоточенных электротехнических элементов и обуславливают перспективность косвенных методов параметрической идентификации на основе анализа динамических характеристик ПЭ. Такие подходы широко используются в технической диагностике, в том числе при определении параметров ПЭ [1, 3, 4, 9—11]. В настоящей статье предложена инженерная методика идентификации динамического сопротивления ПЭ по экспериментально получаемым импульсным переходным функциям (ИПФ) пьезоэлементов.

**Основные результаты.** Существует большое количество различных подходов к анализу процессов, протекающих в пьезоэлектрических устройствах, среди которых в настоящее время наибольшее распространение получили аналитические методы модального анализа и методы математического моделирования в пакетах ANSYS, ACELAN, FlexPDE, COMSOL Multiphysics и др. [5, 12—15]. Для инженерного анализа математических моделей ПЭ широко применяют электромеханические аналогии с использованием эквивалентных схем замещения [1—5, 14, 16]. Рассмотрим электротехническую схему замещения ПЭ, представленную на рис. 1, где  $r, C, L$  — эквивалентные сопротивление, емкость и индуктивность ПЭ;  $R_{пр}$  — сопротивление проводников,  $R_H$  — сопротивление нагрузки;  $I_{ПЭ}, I_H$  — сила тока ПЭ и нагрузки;  $F(t)$  — вектор усилия нагрузки на ПЭ.

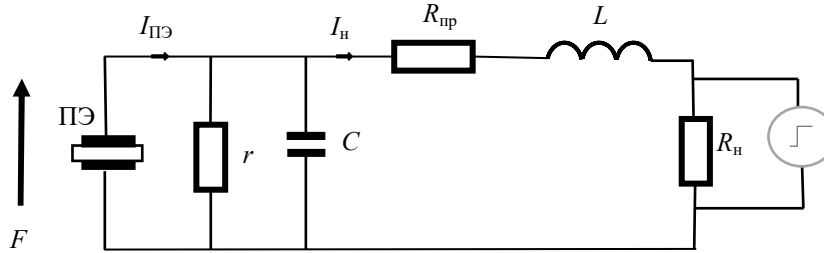


Рис. 1

Полагая параметры сосредоточенными, запишем систему линейных уравнений, описывающую эквивалентную схему замещения:

$$I_{ПЭ}(t) = k_1(dQ(t)/dt) = k_2(dF(t)/dt), \tag{1}$$

где  $Q$  — заряд, генерируемый ПЭ;  $k_1, k_2$  — коэффициенты пропорциональности, зависящие от свойств пьезокерамического материала, геометрических размеров и формы ПЭ, способов расположения электродов (пространственной энергосиловой структуры ПЭ) и их размеров;

$$I_{ПЭ}(t) = I_r(t) + I_C(t) + I_H(t), \tag{2}$$

электрические напряжения во внутреннем контуре эквивалентной схемы:

$$U_C(t) = \int I_C(t) dt / C, \tag{3}$$

$$U_r(t) = rI_r(t), \tag{4}$$

$$U_r(t) - U_C(t) = 0; \tag{5}$$

баланс напряжений во внешнем контуре эквивалентной схемы:

$$-U_r(t) + I_H(t)(R_{н.эКВ} + R_{пр}) + LdI_H(t)/dt = 0, \tag{6}$$

где  $R_{н.эКВ} = R_H R_{вХ} / (R_H + R_{вХ})$  — эквивалентное сопротивление нагрузки с учетом входного сопротивления измерительного прибора  $R_{вХ}$ .

Применяя к уравнениям (1)—(6) преобразование Лапласа [17], запишем итоговое выражение для напряжения на нагрузочном сопротивлении при нулевых начальных условиях:

$$A(s)U_H(s) = k_3 s F(s), \tag{7}$$

где  $A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2$ ,  $a_0 = 1 + (R_{н.эКВ} + R_{пр})/r$ ,  $a_1 = (R_{н.эКВ} + R_{пр})C + L/r$ ,  $a_2 = LC$ ,  $k_3 = k_2 R_H$ .

Рассмотрим методику определения сопротивления ПЭ по импульсной переходной функции — реакции ПЭ на импульсное усилие нагрузки. В качестве объекта будем рассматривать типовой дисковый ПЭ толщиной 0,220 мм и диаметром 12 мм, имеющий следующие параметры:  $C \approx 1,2 \cdot 10^{-8}$  Ф и частоту резонанса  $f = 5,8$  кГц, которой соответствует эквивалентная индуктивность резонансного контура  $L_H \approx 6,275 \cdot 10^{-2}$  Гн. Пусть электроды ПЭ подключены к осциллографу, тогда  $R_{н.эКВ} = R_{вХ}$  и согласно (7)  $a_0 \approx 1 + R_{вХ}/r$ ,  $a_1 \approx R_{вХ}C + L/r$ ,  $a_2 = LC$ . В режиме холостого хода, когда  $R_{вХ} \gg r$ , имеем  $a_0 \approx R_{вХ}/r$ ,  $a_1 \approx R_{вХ}C$  и  $A(s) = (R_{вХ}/r)(1 + rCs + rLCs^2/R_{вХ}) \approx (R_{вХ}/r)(1 + rCs)(1 + Ls/R_{вХ})$ . При импульсном усилии нагрузки на ПЭ  $F(t) = F_0 \delta(t)$ , где  $\delta(t)$  — дельта-функция, напряжение на клеммах осциллографа описывается выражением [17, с. 118]

$$U_H(t) \approx L^{-1} \{ k_2 r s F(s) / [(1 + rCs)(1 + Ls/R_{вХ})] \} = rk_2 F_0 (c_1 e^{\alpha_1 t} + c_2 e^{\alpha_2 t}), \tag{8}$$

$$T_1=rC, T_2=L/R_{\text{вх}}, \alpha_1=1/T_1, \alpha_2=1/T_2, c_1=[T_1(T_2-T_1)]^{-1}, c_2=[T_2(T_1-T_2)]^{-1}.$$

Поскольку  $T_1 \gg T_2$ , то  $\alpha_2 \gg \alpha_1$ ,  $c_1 \approx -T_1^{-2}$ ,  $c_2 \approx 1/(T_1 T_2)$  и  $|c_2/c_1| = T_1/T_2 \gg 1$ . Функция (8) характеризуется положительным импульсом с последующим резким снижением амплитуды до отрицательных значений, поскольку компонент  $c_2 e^{\alpha_2 t}$  быстро затухает, и дальнейшим аperiodическим затуханием процесса.

Известно, что длительность аperiodического переходного процесса  $T_{\text{п}}$  составляет 3—5 доминирующих постоянных времени [17], т.е.  $T_{\text{п}} \approx (3 \div 5)T_1$ . Поэтому, фиксируя на осциллограмме длительность переходного процесса, приближенно определяемую по моменту достижения ИПФ нулевой отметки, можно ориентировочно найти

$$r \approx T_{\text{п}} / [(3 \div 5)C]. \quad (9)$$

Пусть  $R_{\text{вх}} = kr$ , где  $k$  — неизвестный коэффициент, тогда из (7) получим:  $a_0 = 1 + (R_{\text{вх}} + R_{\text{пр}})/r \approx 1 + k$ ,  $a_1 = (R_{\text{н.экв}} + R_{\text{пр}})C + L/r \approx R_{\text{вх}}C = krC$ ,  $a_2 = LC$ , откуда

$$A(s) = (1+k)[1 + krCs / (1+k) + LCs^2 / (1+k)] \approx (1+k)[1 + krCs / (1+k)][1 + Ls / (kr)]. \quad (10)$$

Из (10) следует, что доминирующая постоянная времени  $T_1 = krC / (1+k)$  пропорциональна  $r$ , однако для оценки сопротивления необходимо знать величину  $k$ .

Возможность приближенного представления многочлена  $A(s)$  в виде произведения элементарных множителей (10) зависит от параметров ПЭ, однако при  $k < 0,2$  разложение (10) становится некорректным. Если  $R_{\text{н}} \ll R_{\text{вх}}$  и  $R_{\text{н}} \ll r$ , то  $R_{\text{н.экв}} \approx R_{\text{н}}$ , коэффициенты функции  $A(s)$  в (7) принимают вид  $a_0 \approx 1$ ,  $a_1 = R_{\text{н}}C + L/r$ ,  $a_2 = LC$  и при малых значениях сопротивления нагрузки корни характеристического многочлена становятся комплексно-сопряженными (для рассматриваемого ПЭ это происходит при  $R_{\text{н}} < 4,56$  кОм). Так, при  $R_{\text{н}} = 10^3$  Ом имеем  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = R_{\text{н}}C = 1,2 \cdot 10^{-5}$  с,  $a_2 = 7,53 \cdot 10^{-10}$  с<sup>2</sup> и  $A(s) = (1 + 1,2 \cdot 10^{-5}s + 7,53 \cdot 10^{-10}s^2) = (1 + 2\zeta Ts + T^2 s^2) = [1 + 2 \cdot 0,21866 \cdot 2,744 \cdot 10^{-5}s + (2,744 \cdot 10^{-5})^2 s^2]$ . В этом случае согласно [17, с.128] выражение для выходного напряжения принимает вид

$$U_{\text{н}}(t) = L^{-1} \{ k_2 R_{\text{н}} s F(s) / (1 + 2\zeta Ts + T^2 s^2) \} = k_2 R_{\text{н}} F_0 c_3 e^{-\gamma t} \sin(\lambda t - \theta), \quad (11)$$

где

$$c_3 = -(\lambda T^3)^{-1} = -1,361 \cdot 10^9 \text{ с}^{-2}; \quad \gamma = \zeta / T = 7968,7 \text{ с}^{-1}; \quad \lambda = (1 - \zeta^2)^{0,5} / T = 35561 \text{ с}; \\ \theta = -\text{arctg}(\lambda / \gamma) = -4,4626 = 104,31^\circ.$$

На рис. 2 приведены скриншоты осциллограмм ИПФ ПЭ при низких значениях эквивалентного сопротивления, иллюстрирующих сделанный вывод. Так, при  $R_{\text{н.экв}} \approx R_{\text{н}} = 1,0$  кОм  $< 4,56$  кОм (см. рис. 2, а) наблюдаем колебательный процесс, тогда как процесс на рис. 2, б при  $R_{\text{н.экв}} \approx R_{\text{н}} = 10,0$  кОм  $> 4,56$  кОм имеет аperiodический характер. Поскольку ИПФ (11) может иметь затухающий колебательный характер, не зависящий от  $r$ , то более надежные приближенные оценки  $r$  можно получить в режимах, близких к режиму холостого хода, т.е. при  $k \gg 1$ , что достигается подключением к электродам ПЭ измерительных устройств с высоким входным сопротивлением.

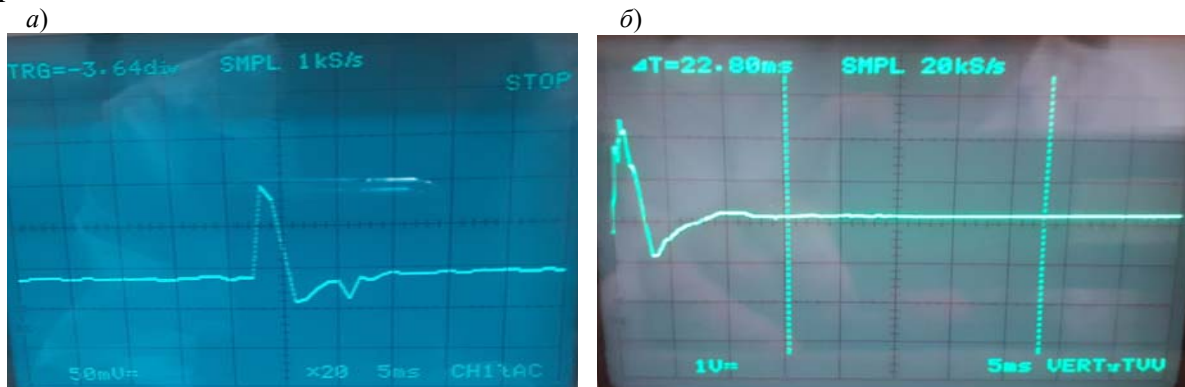


Рис. 2

Оценим сопротивление ПЭ по экспериментальным данным в режимах, близких к режиму холостого хода, когда электроды ПЭ подключены непосредственно к клеммам осциллографов и  $R_{н.эКВ}=R_{вх}$ . На рис. 3, а показана ИПФ ПЭ при подключении осциллографа GRS-6032А, имеющего  $R_{вх}=1,0$  МОм. Приблизленно определяя  $T_{п} \approx 0,15$  с, по формуле (9) рассчитаем  $r \approx 0,15 / [(3 \div 5) \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}] \approx (2,5 \div 4,2) \cdot 10^6$  Ом. Входное сопротивление данного осциллографа меньше  $r$ , поэтому найденная начальная оценка сопротивления ПЭ является заниженной. Найдем уточненную оценку, используя осциллограф Tektronix Mdo4104с, имеющий  $R_{вх}=10,0$  МОм (рис. 3, б). Фиксируя на осциллограмме  $T_{п} \approx 0,19$  с, при  $k=R_{вх}/r \approx 2,5$  рассчитаем  $r \approx T_{п}(1+k) / [(3 \div 5)kC] \approx 0,19(1+2,5) / [(3 \div 5) \cdot 2,5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}] = (4,4 \div 7,4) \cdot 10^6$  Ом.

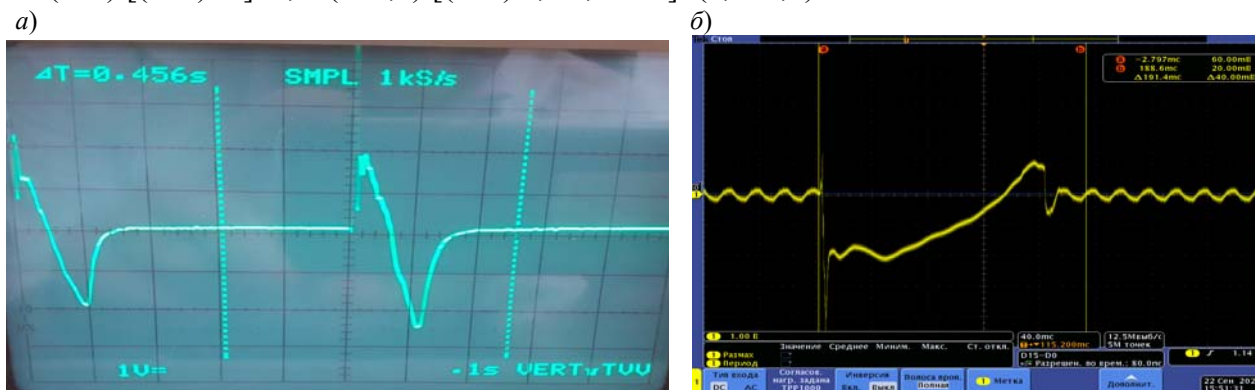


Рис. 3

**Заключение.** Предложена инженерная методика идентификации сопротивлений ПЭ по ИПФ. Сопротивление рассчитывается по формуле (9), в которой длительность переходного процесса приближенно фиксируется на экспериментальной осциллограмме по моменту достижения ИПФ нулевой отметки. Подобное косвенное определение сопротивления практически не зависит от неточности задания импульсного усилия нагрузки на ПЭ вследствие инвариантности длительности и формы ИПФ к разбросу амплитуд нагружающего воздействия. Для надежного определения сопротивления необходимо к электродам ПЭ подключать измерительное устройство с высоким входным сопротивлением и минимально возможной емкостью во избежание искажения амплитудно-частотного спектра измеряемого сигнала.

Экспериментальные исследования проведены инженером В. И. Владимировым, ООО „Силициум“.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарпов В. М., Мусиенко М. П., Шарпова Е. В. Пьезоэлектрические датчики. М.: Техносфера, 2006. 632 с.
2. Жуков С. Н. Пьезоэлектрическая керамика: принципы и применение. Минск: Изд-во „ФУАинформ“, 2003. 112 с.
3. Пьезокерамические преобразователи: Справочник / Под ред. С. И. Пугачева. Л.: Судостроение, 1984. 356 с.
4. Головин В. А., Каплунов И. А., Малышкина О. В. и др. Физические основы, методы исследования и практическое применение пьезоматериалов. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2016. 272 с.
5. Erturk A., Inman D. J. Piezoelectric Energy Harvesting. John Wiley & Sons, 2011. 392 p.
6. Nechibvute A., Chawanda A., Luhanda P. Piezoelectric energy harvesting devices: an alternative energy source for wireless sensors // Smart Materials Research; Hindawi Publ. Corp. 2012. Art. ID 853481.13. DOI:10.1155/2012/853481.
7. Гриценко А., Никифоров В., Щеголева Т. Состояние и перспективы развития пьезоэлектрических генераторов // Компоненты и технологии. 2012. № 9. С. 63—67.
8. www.elpapierzo.ru

9. Земляков В. Л. Исследование параметров пьезоэлементов при импульсном воздействии. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009. 36 с.
10. Земляков В. Л. Методы и средства технической диагностики пьезокерамических элементов // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 10. С. 61—65.
11. Бессонов А. А., Загашвили Ю. В., Маркелов А. С. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л.: Энергоатомиздат, 1989. 280 с.
12. Устинов Ю. А. Электроупругость. Некоторые вопросы математического моделирования // Соросовский образовательный журн. 1996. № 9. С. 122—127.
13. Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A. Multiple piezo-patch energy harvesters integrated to a thin plate with AC-DC conversion: Analytical modeling and numerical validation // Smart Materials and Nondestructive Evaluation for Energy Systems: Proc. of SPIE. 2016. Vol. 9806. DOI: 10.1117/12.2219079.
14. Юрлов М. А., Ошмарин Д. А., Севодина Н. В., Юрлова Н. А. Решение задачи о собственных колебаниях электроупругих тел с внешними электрическими цепями на основе их электрического аналога // Вестн. ПНИПУ. Механика. 2018. № 4. С. 266—277.
15. Соловьев А. Н., Ермаков Д. А. Математическое и компьютерное моделирование пьезоэлектрического генератора устройств накопления энергии // Математика и математическое моделирование. 2019. № 1. С. 1—14.
16. Pang S., Li W., Kan J. Optimization analysis of interface circuits in piezoelectric energy harvesting systems // J. of Power Technologies. 2016. Vol. 96, N 1. P. 1—7.
17. Макаров И. М., Менский Б. М. Линейные автоматические системы. М.: Машиностроение, 1977. 464 с.

#### Сведения об авторах

- Юрий Владимирович Загашвили** — д-р техн. наук, профессор; ООО „Силициум“; директор по развитию;  
E-mail: y.zagashvili@yandex.ru
- Виталий Геннадьевич Руденко** — ООО „Силициум“; генеральный директор;  
E-mail: rvg@silicium.ru

Поступила в редакцию  
15.10.2020 г.

**Ссылка для цитирования:** Загашвили Ю. В., Руденко В. Г. Методика оценивания динамического сопротивления пьезоэлементов // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 3. С. 213—218.

## METHOD FOR EVALUATING THE DYNAMIC RESISTANCE OF PIEZOELECTRIC ELEMENTS

Yu. V. Zagashvili, V. G. Rudenko

Silicium LLC, 192029, St. Petersburg, Russia  
E-mail: y.zagashvili@yandex.ru

An engineering technique for evaluating the dynamic resistance of piezoelectric elements by an indirect method using experimentally obtained impulse transient functions (i.e., the responses of piezoelectric elements to impulse forces of a mechanical load) is presented. Dynamic models of piezo elements are developed and investigated based on equivalent electrical equivalent circuits. Dependence of the impulse transient function duration on the resistance of piezoelectric elements at various load resistances is derived. A formula is proposed for an approximate estimate of the dynamic resistance of piezoelectric elements for operation close to idle modes. Results of the theoretical analysis are confirmed by examples and experimental oscillograms of the impulse transient function obtained at various parameters of the electrical load of the piezoelectric elements.

**Keywords:** dynamic resistance of the piezoelectric element, piezoceramics, impulse response function, transient time

### REFERENCES

1. Sharapov V.M., Musienko M.P., Sharapova E.V. *Piezoelectric sensors* (P'yezoelektricheskiye datchiki), Moscow, 2006, 632 p. (in Russ.)
2. Zhukov S.N. *P'yezoelektricheskaya keramika: printsipy i primeneniye* (Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications), Minsk, 2003, 112 p. (in Russ.)
3. Pugachev S.I., ed., *P'yezokeramicheskiye preobrazovateli: Spravochnik* (Piezoceramic Transducers: A Handbook), Leningrad, 1984, 356 p. (in Russ.)

4. Golovnin V.A., Kaplunov I.A., Malyshkina O.V. et al. *Fizicheskiye osnovy, metody issledovaniya i prakticheskoye primeneniye p'yezomaterialov* (Physical Foundations, Research Methods and Practical Application of Piezo Materials), Moscow, 2016, 272 p. (in Russ.)
5. Erturk A., Inman D.J. *Piezoelectric Energy Harvesting*, John Wiley & Sons, 2011, 392 p.
6. Nechibvute A., Chawanda A., Luhanda P. *Piezoelectric Energy Harvesting Devices: An Alternative Energy Source for Wireless Sensors*, Hindawi Publishing Corporation, Smart Materials Research, 2012, vol. 2012, Article ID 853481.13 P. DOI:10.1155/2012/853481.
7. Gritsenko A., Nikiforov V., Shchegoleva T. *Komponenty i tekhnologii*, 2012, no. 9, pp. 63–67. (in Russ.)
8. www.elpapiezo.ru.
9. Zemlyakov V.L. *Issledovaniye parametrov p'yezoelementov pri impul'snom vozdeystvii* (Investigation of the Parameters of Piezoelectric Elements under Impulse Action), Rostov-na-Donu, 2009, 36 p. (in Russ.)
10. Zemlyakov V.L. *Journal of Instrument Engineering*, 2010, no. 10(53), pp. 61–65. (in Russ.)
11. Bessonov A.A., Zagashvili Yu.V., Markelov A.S. *Metody i sredstva identifikatsii dinamicheskikh ob"yektov* (Methods and Tools for Identifying Dynamic Objects), Leningrad, 1989, 280 p. (in Russ.)
12. Ustinov Yu.A. *International Soros Science Education Program*, 1996, no. 9, pp. 122–127. (in Russ.)
13. Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A. *Proc. of SPIE*, 2016, vol. 9806, DOI: 10.1117/12.2219079.
14. Yurlov M.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlova N.A. *Vestnik PNIPU. Mekhanika*, 2018, no. 4, pp. 266–277. (in Russ.)
15. Soloviev A.N., Ermakov D.A. *Mathematics and Mathematical Modelling*, 2019, no. 1, pp. 1–14. (in Russ.)
16. Pang S., Li W., Kan J. *Journal of Power Technologies*, 2016, no. 1(96), pp. 1–7.
17. Makarov I.M., Menskiy B.M. *Lineynyye avtomaticheskkiye sistemy* (Linear Automatic Systems), Moscow, 1977, 464 p. (in Russ.)

#### Data on authors

- Yuriy V. Zagashvili** — Dr. Sci., Professor; Silicium LLC; Director for Development;  
E-mail: y.zagashvili@yandex.ru
- Vitaly G. Rudenko** — Silicium LLC; General Director; E-mail: rvg@silicium.ru

**For citation:** Zagashvili Yu. V., Rudenko V. G. Method for evaluating the dynamic resistance of piezoelectric elements. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 3. P. 213–218 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-3-213-218