

МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОПОРНЫХ СТЕН

В. В. ПЕТРОВА, И. В. ЗАЙЦЕВА

*Российский государственный гидрометеорологический университет,
192007, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: irina.zaitseva.stv@yandex.ru*

Подробно рассматривается задача одного из разделов гидромеханики — гидростатики, исследована задача о гидростатической устойчивости стенок каналов. Теоретически исследованы уравнения движения жидкости с помощью математических методов. Приведены уравнения движения идеальной жидкости и проинтегрированы для данной задачи. Применен математический метод выделения полного дифференциала, позволяющий получить формулу для вычисления давления жидкости, оказываемого на стенку канала. Приведены результаты исследования устойчивости опорной стены в зависимости от ее толщины и уровня воды в канале. Полученные закономерности проиллюстрированы графически. Приведенные в статье формулы и графики позволяют выделить область возможных значений для высоты стенки канала в зависимости от уровня воды в нем. Показано увеличение устойчивости стены с увеличением ее толщины, что позволяет скорректировать область возможных геометрических характеристик опорной стены. Полученные результаты можно использовать при расчете прочности стенок каналов, водохранилищ и плотин, также при их надстройке во время внезапного подъема уровня воды.

Ключевые слова: гидростатическая устойчивость, опорные стены, оценка, методика

Введение. Исследование жидкостей, начиная с XVIII века, привело к формированию двух направлений: теоретической гидромеханики, которая с помощью строго математических методов изучает закономерности течения жидкостей, и гидравлики, использующей опыт и эмпирические методы для исследования реальных жидкостей. Указанные направления неизбежно влияют одно на другое. Это связано с тем, что слишком уж велики трудности, сопряженные с изучением реальной жидкости математическими методами.

Первым известным научным трудом по гидравлике является трактат Архимеда „О плавающих телах“ [1]. Наверняка ему предшествовали и другие научные труды по данной тематике, так как с незапамятных времен люди строили каналы и водопроводы. В Древнем Египте, Индии, а также в Китае водохранилища и каналы достигали порой очень больших размеров. Такие сооружения невозможно было построить без предварительных расчетов. В России земледелие, в частности на Кавказе и в Средней Азии, требовало использования искусственной оросительной системы, а значит, постройки каналов. В центральной же России со средних веков возводили многочисленные плотины на реках. Задача, которую требовалось решить при постройке плотин, упрощалась тем, что во многих случаях в гидравлике рассматриваются одномерные задачи, для решения которых достаточно знать только средние по сечениям значения гидродинамических параметров. Подобный подход легко обосновать математическими методами [2—4].

Математические методы вычисления гидродинамических параметров. Основными уравнениями, описывающими движение жидкости в гидромеханике, являются уравнение неразрывности (или условие сохранения массы), уравнение движения и уравнение энергии [5, 6]. Уравнение движения идеальной жидкости в общем случае имеет вид

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{F} - \text{grad } p, \quad (1)$$

где ρ — плотность, \mathbf{v} — скорость, p — давление, \mathbf{F} — некоторые объемные силы, действующие на частицы жидкости.

Примем, что жидкость находится в состоянии покоя. Тогда ее скорость равна нулю и уравнение (1) принимает вид

$$\rho \mathbf{F} = \text{grad } p,$$

а в координатном виде преобразуется в систему

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho F_x; \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho F_y, \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho F_z. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Умножим уравнения системы (2) на dx , dy , dz соответственно и, суммируя, получаем

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

или

$$\frac{1}{\rho} dp = F_x dx + F_y dy + F_z dz. \quad (3)$$

Пусть \mathbf{F} — консервативная сила, которая имеет потенциал $U(x, y, z)$, т. е.

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = \frac{\partial U}{\partial z}.$$

В этом случае, как известно,

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = dU.$$

Если считать жидкость несжимаемой, т.е. принять $\rho = \text{const}$, то уравнение (3) можно дополнительно упростить, представив в виде

$$d\left(\frac{p}{\rho}\right) = dU \quad \text{или} \quad d\left(\frac{p}{\rho} - U\right) = 0.$$

В свою очередь, это означает, что

$$\frac{p}{\rho} - U = \text{const} \quad (4)$$

на протяжении времени нахождения несжимаемой жидкости в состоянии покоя. Как правило, сила \mathbf{F} из уравнения (1) является силой тяжести, для которой потенциал [7—9]

$$U(x, y, z) = -gz. \quad (5)$$

При подстановке выражения (5) в (4) получим

$$\frac{p}{\rho} + gz = \text{const} = \frac{p_0}{\rho_0} + gz_0,$$

где $\rho = \rho_0$, а p_0 — как правило, атмосферное давление на поверхности жидкости.

Таким образом, для давления p можно записать формулу

$$p = p_0 + \rho g(z_0 - z). \quad (6)$$

Уравнение (6) — это так называемое основное гидростатическое уравнение; из него следует, что давление в какой-либо точке жидкости равно давлению на поверхности, которое суммируется с весом столба жидкости, приходящегося на единицу площади и имеющего высоту от данной точки до поверхности жидкости [10, 11].

Зная гидростатическое давление, можно вычислить давление жидкости на любую элементарную площадку (так как жидкость предполагается идеальной, оно будет направлено по нормали к площадке). Равнодействующая этих элементарных сил давления представляет собой полное давление жидкости на поверхность [11, 12].

Рассмотрим давление жидкости на вертикальную стенку (рис. 1) — в точке M давление $p = p_0 + \rho g z$.

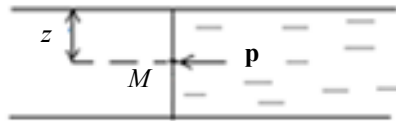


Рис. 1

Давление на элементарную площадку выражается формулой

$$dR = p dS = (p_0 + \rho g z) dS,$$

где S — площадь стенки, и, соответственно, полное давление можно вычислить путем интегрирования

$$R = \iint_{(S)} p_0 dS + \iint_{(S)} \rho g z dS = p_0 S + \rho g \iint_{(S)} z dS, \quad (7)$$

По определению центра масс координата z_c центра масс по оси Oz может быть вычислена по формуле

$$z_c = \frac{1}{S} \iint_{(S)} z dS$$

и, следовательно,

$$\iint_{(S)} z dS = z_c S.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (7), получаем

$$R = (p_0 + \rho g z_c) S. \quad (8)$$

Используя формулу (8), можно рассчитать давление жидкости на любую площадку [13].

Исследование устойчивости подпорной стенки на сдвиг. Рассмотрим задачу об исследовании устойчивости подпорной стенки на сдвиг. Пусть стенка высотой H , шириной (толщиной) b и длиной l является границей водного пространства глубиной h (рис. 2).

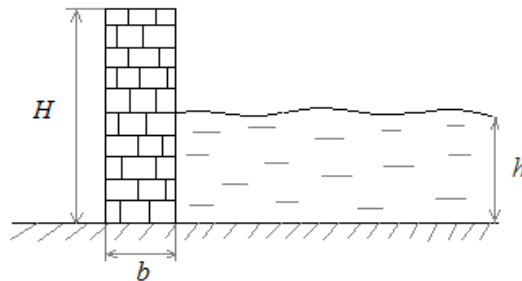


Рис. 2

Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность кладки стены $\rho_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, коэффициент трения кладки стены о грунт $f = 0,4$. Требуется проверить устойчивость подпорной стенки на сдвиг в зависимости от ее размеров и глубины водного пространства.

Для проверки необходимо сопоставить две силы: силу давления воды и силу трения стенки о грунт. Стенка будет устойчивой, если сила трения будет больше силы давления воды [14].

Согласно выражению (8), сила давления воды вычисляется по формуле [13]

$$R = \rho g z_c S = \rho g \frac{h}{2} hl = \rho g \frac{h^2 l}{2}.$$

Сила трения, согласно известным физическим формулам, равна [11]

$$F_{\text{тр}} = fmg = f\rho_1 gV = f\rho_1 gHlb.$$

Если записать условие устойчивости и провести преобразования, получим

$$f\rho_1 gHlb > \rho g \frac{h^2 l}{2}, \quad f\rho_1 Hb > \rho \frac{h^2}{2}. \quad (9)$$

Таким образом, получается, что от длины стенки вообще ничего не зависит, а остальные параметры задачи связаны между собой соотношением (9).

Теперь рассмотрим зависимость геометрических характеристик стенки от уровня воды h при условии, что остальные параметры задачи ρ , ρ_1 , f определены. Из условия (9), очевидно, следует

$$Hb > \frac{\rho}{\rho_1} \frac{h^2}{2f}$$

или, если подставить числовые значения, —

$$Hb > 0,625h^2. \quad (10)$$

Зафиксировав ширину b стенки равной, например, 1, 2, 3, 4 м, соответственно для H получим следующие условия:

$$H > 0,625h^2, \quad H > 0,312h^2, \quad H > 0,208h^2, \quad H > 0,156h^2. \quad (11)$$

Каждое из этих неравенств ограничивает область на плоскости, которая показывает множество допустимых значений H для каждого значения h_* . Например, первое из неравенств (11) иллюстрируется рис. 3, а, где заштрихованная область отображает множество допустимых значений H . Если же все зависимости (11) представить на одном графике (рис. 3, б), то он покажет увеличение области устойчивости с ростом ширины (толщины) стенки.

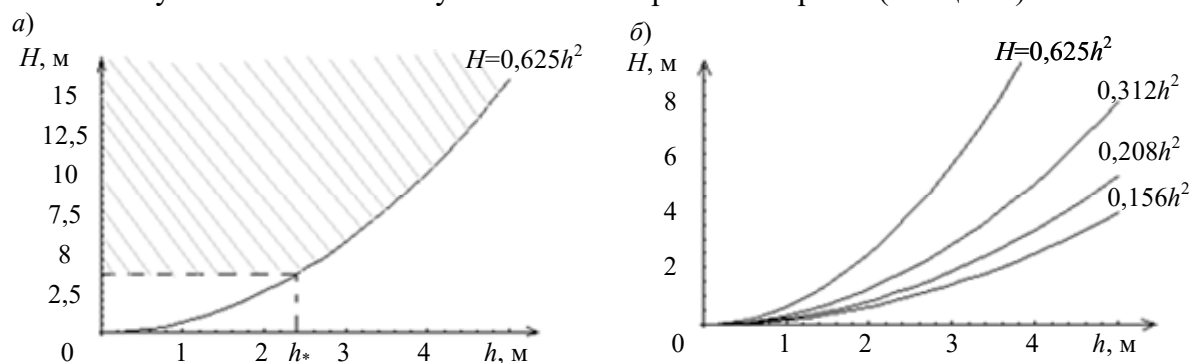


Рис. 3

Любопытно, что согласно формуле (10) параметр b зависит от H и h совершенно аналогичным образом. Если теперь зафиксировать высоту стенки H равной 1, 2, 3, 4 м, то неравенства для b будут совпадать с формулой (11):

$$b > 0,625h^2, \quad b > 0,312h^2, \quad b > 0,208h^2, \quad b > 0,156h^2.$$

Заключение. Исследование подобного рода задач является вполне востребованным в нынешней сложной, грозящей паводками, метеорологической ситуации в России [15]. Проведенные расчеты позволяют правильно оценить прочность стенок каналов, водохранилищ и

плотин, а также правильно надстроить их при экстремальном подъеме уровня воды. Часто именно от этого зависит безопасность жизни и имущества граждан при разливе рек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голин Г. М., Филонович С. Р. Классики физической науки (с древнейших времен до начала XX в.): Справ. пособие. М.: Высш. школа, 1989. 576 с.
2. Xiao J., Du J., Wen B., Zhang X., Melnik R., Kawazoe Y. Phase stability limit of c-bn under hydrostatic and non-hydrostatic pressure conditions // J. of Chemical Physics. 2014. Vol. 140, N 16. P. 164704.
3. Han G., Wang Y., Shao J., Yu X., Zhang Y., Zhong Y. Hardware-in-loop simulation on hydrostatic journal support pose // Applied Mechanics and Materials. 2011. Vol. 44—47. P. 697—701.
4. Řehák P., Černý M., Šob M. Mechanical stability of ni and ir under hydrostatic and uniaxial loading // Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. 2015. Vol. 23, N 5. P. 055010.
5. Моргунов К. П. Механика жидкости и газа. СПб: Лань, 2018. 208 с.
6. Попов Д. Н., Панаиотти С.С., Рябинин М.В. Гидромеханика. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. 385 с.
7. Бассет А. Б. Трактат по гидродинамике. М.—Ижевск: Изд-во „Институт компьютерных исследований“, 2014. 328 с.
8. Давыдова М. А. Лекции по гидродинамике. М.: Физматлит, 2011. 216 с.
9. Петрова В. В. Изменение течения вязкой жидкости при различных температурных условиях // Информационные технологии и системы: управление, экономика, транспорт, право, 2019. № 3 (35). С. 191—195.
10. Моргунов К. П. Гидравлика. СПб: Лань, 2014. 276 с.
11. Петров А. Г. Аналитическая гидродинамика. М.: Физматлит, 2010. 520 с.
12. Павловский В.А. Вычислительная гидродинамика. СПб: Лань, 2018. 368 с.
13. Калекин А. А. Основы гидравлики и теоретической гидромеханики. М.: Мир, 2008. 280 с.
14. Иванов Б. Н. Мир физической гидродинамики: От проблем турбулентности до физики космоса. М.: Изд. группа URSS, 2018. 240 с.
15. Богаткин О. Г., Тараканов Г. Г. Основы метеорологии. СПб: Изд-во РГГМУ, 2006. 232 с.

Сведения об авторах

Вера Валерьевна Петрова

— канд. физ.-мат. наук; РГГМУ, кафедра высшей математики и теоретической механики; доцент; E-mail: tuitor.tiger@yandex.ru

Ирина Владимировна Зайцева

— канд. физ.-мат. наук, доцент; РГГМУ, кафедра высшей математики и теоретической механики; заведующий кафедрой; E-mail: irina.zaitseva.stv@yandex.ru

Поступила в редакцию
23.01.2021 г.

Ссылка для цитирования: Петрова В. В., Зайцева И. В. Методика оценивания гидростатической устойчивости опорных стен // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 5. С. 398—403.

METHODOLOGY FOR ASSESSING THE HYDROSTATIC STABILITY OF RETAINING WALLS

V. V. Petrova, I. V. Zaitseva

Russian State Hydrometeorological University,
192007, St. Petersburg, Russia
E-mail: irina.zaitseva.stv@yandex.ru

The problem of one of the sections of hydromechanics - hydrostatics is considered in detail, the problem of the hydrostatic stability of canal walls is investigated. The equations of fluid motion are theoretically investigated using mathematical methods. Equations of motion of an ideal fluid are given and integrated for this problem. A mathematical method is applied to isolate the total differential, which allows one

to obtain a formula for calculating the fluid pressure exerted on the canal wall. Results of the study of the retaining wall stability depending on its thickness and water level in the canal are presented. The resulting patterns are illustrated graphically. The formulas and graphs given in the article make it possible to highlight the range of possible values for the canal wall height depending on the water level in the canal. An increase in the wall stability with an increase in its thickness is shown, which enables correction of the area of possible geometric characteristics of the retaining wall. The results obtained can be used to calculate the strength of the walls of canals, reservoirs and dams, as well as during their superstructure during a sudden rise in the water level.

Keywords: hydrostatic stability, support walls, assessment, methodology

REFERENCES

1. Golin G.M., Filonovich S.R. *Klassiki fizicheskoy nauki (s drevneyshikh vremen do nachala XX veka)* (Classics of Physical Science (From Ancient Times to the Beginning of the 20th Century)), Moscow, 1989, 576 p. (in Russ.)
2. Xiao J., Du J., Wen B., Zhang X., Melnik R., Kawazoe Y. *Journal of Chemical Physics*, 2014, no. 16(140), pp. 164704.
3. Han G., Wang Y., Shao J., Yu X., Zhang Y., Zhong Y. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, vol. 44–47, pp. 697–701.
4. Řehák P., Černý M., Šob M. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2015, no. 5(23), pp. 055010.
5. Morgunov K.P. *Mekhanika zhidkosti i gaza* (Mechanics of Liquid and Gas), St. Petersburg, 2018, 208 p. (in Russ.)
6. Popov D.N., Panaiotti S.S., Ryabinin M.V. *Gidromekhanika* (Hydromechanics), Moscow, 2002, 385 p. (in Russ.)
7. Basset A.B. *Traktat po gidrodinamike* (Treatise on Hydrodynamics), Moscow, 2014, 328 p. (in Russ.)
8. Davydova M.A. *Leksii po gidrodinamike* (Lectures on Hydrodynamics), Moscow, 2011, 216 p. (in Russ.)
9. Petrova V.V. *Informatsionnyye tekhnologii i sistemy: upravleniye, ekonomika, transport, pravo*, 2019, no. 3(35), pp. 191–195. (in Russ.)
10. Morgunov K.P. *Gidravlika* (Hydraulics), St. Petersburg, 2014, 276 p. (in Russ.)
11. Petrov A.G. *Analiticheskaya gidrodinamika* (Analytical Hydrodynamics), Moscow, 2010, 520 p. (in Russ.)
12. Pavlovskiy V.A. *Vychislitel'naya gidrodinamika* (Computational Fluid Dynamics), St. Petersburg, 2018, 368 p. (in Russ.)
13. Kalekin A.A. *Osnovy gidravliki i teoreticheskoy gidromekhaniki* (Fundamentals of Hydraulics and Theoretical Fluid Mechanics), Moscow, 2008, 280 p. (in Russ.)
14. Ivanov B.N. *Mir fizicheskoy gidrodinamiki: Ot problem turbulentnosti do fiziki kosmosa* (The World of Physical Hydrodynamics: From Turbulence Problems to Space Physics), Moscow, 2018, 240 p. (in Russ.)
15. Bogatkin O.G., Tarakanov G.G. *Osnovy meteorologii* (Basics of Meteorology), St. Petersburg, 2006, 232 p. (in Russ.)

Data on authors

- Vera V. Petrova** — PhD; Russian State Hydrometeorological University, Department of Higher Mathematics and Theoretical Mechanics; Associate Professor; E-mail: tutor.tiger@yandex.ru
- Irina V. Zaitseva** — PhD, Associate Professor; Russian State Hydrometeorological University, Department of Higher Mathematics and Theoretical Mechanics; Head of the Department; E-mail: irina.zaitseva.stv@yandex.ru

For citation: Petrova V. V., Zaitseva I. V. Methodology for assessing the hydrostatic stability of retaining walls. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 5. P. 398–403 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-5-398-403