ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 004.056.53
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-6-459-468

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Х. Б. Данг, А. А. Пыркин, А. А. Бобцов, А. А. Ведяков

Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: Dangkhacbinh90@gmail.com

Предложен метод оценивания параметров, которые, в свою очередь, могут быть представлены как выходы линейных генераторов. В общем виде это нестационарные параметры, описываемые полиномами времени, а также синусоидальными и экспоненциальными функциями времени с неизвестными амплитудами и фазами. В настоящей работе внимание уделено случаю полиномиальных параметров. Решение задачи основано на преобразовании модели объекта к виду линейного регрессионного уравнения относительно переменных состояния генераторов, выходы которых описывают искомые параметры. Метод динамического расширения и декомпозиции регрессора (или смешивания регрессора) позволил решить задачу восстановления всех переменных состояния и выходных сигналов упомянутых генераторов за конечное время. Представлен числовой пример идентификации параметров модели движения надводного судна по курсу.

Ключевые слова: *нестационарные нелинейные системы, оценивание полиномиальных параметров, метод динамического расширения и смешивания регрессора*

Введение. Задача идентификации динамических систем не теряет актуальности, при этом допущения используемых методов и подходов ограничивают класс или режимы работы рассматриваемых систем.

Среди методов управления в условиях неопределенности, как правило, преобладают алгоритмы, обеспечивающие заданное поведение системы, относящейся к классу математических моделей определенной структуры. К подобным подходам, в частности, можно отнести схемы адаптивного и робастного управления, позволяющие решать задачи стабилизации и слежения для нестационарных объектов, в которых неопределенность согласована с управляющим входом [1—3].

Многие методы идентификации (как классические, так и современные) предполагают поиск эквивалентных преобразований математической модели, с тем чтобы получить линейное регрессионное уравнение, содержащее измеряемые сигналы или вычислимые функции времени и вектор искомых параметров. На основе линейного регрессионного уравнения могут быть использованы хорошо известные метод наименьших квадратов, градиентно-интегральные методы [4]. Серьезнейшим прорывом в области идентификации стационарных параметров линейных регрессионных уравнений, с точки зрения авторов, стал метод динамического расширения и декомпозиции регрессора [5], объединивший достоинства метода наименьших квадратов (увеличение ранга регрессора) и градиентных аналитических методов (менее зависимых от предыстории). Благодаря методу Крамера [6] матричное уравнение может быть декомпозировано на скалярные уравнения, содержащие только один неизвестный параметр. Синтез алгоритмов оценивания на основе скалярных уравнений позволил не только избавиться от взаимного влияния оценок, приводящего к практически нерегулируемым колебаниям, но и оставить возможность исследования функций времени ошибок, так как интегрирование нестационарных скалярных уравнений может быть выполнено с получением решения в явном виде.

В серии работ [7—10] исследованы особенности оценивания параметров и переменных состояния нелинейных и нестационарных систем благодаря специальной параметризации, позволяющей проблему синтеза наблюдателей трансформировать в задачу оценивания постоянных параметров, зависящих от начальных условий системы.

В работе [11] обобщены метод динамического расширения и декомпозиции регрессора, а также метод [7], позволяющий получать точные оценки нестационарных параметров линейных регрессионных уравнений и синтезировать наблюдатели переменных состояний для класса нелинейных систем. Благодаря введению корректирующих членов в интегральные алгоритмы настройки параметров [12] удалось обеспечить робастность наблюдателей.

В настоящей работе систематизируются достоинства упомянутых выше результатов и обобщаются постановки задач на более широкий класс нестационарных нелинейных систем, в которых требуется восстанавливать за конечное время как значения параметров, меняющихся во времени, так и переменных состояния, необходимых для синтеза регуляторов. В частности, предложен метод оценивания параметров, которые, в свою очередь, могут быть представлены как выходы линейных генераторов с произвольными числами. В общем виде это нестационарные параметры, описываемые полиномами времени, а также синусоидальными и экспоненциальными функциями времени с неизвестными амплитудами и фазами.

Постановка задачи. Рассмотрим нестационарную нелинейную систему вида, аналогичную [1—3]:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\left(b(t)u(t) + a^{\top}(t) f(x)\right), \tag{1}$$

где $x \in R^N$ — измеряемый вектор переменных состояния, $u \in R^1$ — управляющее воздействие, вектор нелинейных функций $f(x) \in R^M$, а также матрицы

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{N\times N} \quad \text{и } \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N\times 1},$$

неизвестные параметры $b(t)$ и $a(t)$ имеют вид полиномов времени

$$b(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \ldots + b_m t^m,$$

$$a(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n \tag{2}$$

с известными степенями n и m и неизвестными параметрами b_j $(j = 0,..,m)$ и a_i $(i = 0,...,n)$.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания переменных параметров, обеспечивающий выполнение условия

$$\hat{a}(t) - a(t) = 0, \ \hat{b}(t) - b(t) = 0, \ \forall t > t_0, \tag{3}$$

где $t_0 > 0$ — некоторый момент времени.

Параметризация модели. Рассмотрев каждую строку матричного уравнения (1), заметим, что без потери общности можно исследовать задачу следующего вида:

$$\dot{y} = a(t) f(y(t)) + b(t) u(t),$$

где $y \in R^1$ — измеряемая выходная переменная, $u \in R^1$ — управляющее воздействие, $f(y)$ — известная нелинейная функция.

Будем использовать инструмент итеративной параметризации с привлечением леммы о перестановках (Swaping Lemma [13]), который позволяет выводить из-под действия линейного оператора нестационарные множители:

$$\frac{1}{p+\lambda}\left(\alpha(t)\chi(t)\right) = \alpha(t)\frac{1}{p+\lambda}\chi(t) - \frac{1}{p+\lambda}\left(\dot{\alpha}(t)\frac{1}{p+\lambda}\chi(t)\right),$$

где переменный параметр $\alpha(t)$ выведен из-под действия оператора $\frac{1}{p+\lambda}$, состоящего из оператора дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$ и числа $\lambda > 0$.

Применим оператор вида $\frac{1}{p+\lambda}$ к исходному уравнению (1):

$$\frac{p}{p+\lambda} y(t) = \frac{1}{p+\lambda} a(t) f(t) + \frac{1}{p+\lambda} b(t) u(t), \tag{4}$$

где $f(t) = f(y(t))$ — известная функция времени.

Рассмотрим отдельно слагаемые правой части (4):

$$\frac{1}{p+\lambda} a(t) f(t) = a(t)\frac{1}{p+\lambda} f(t) - \frac{1}{p+\lambda}\dot{a}(t)\frac{1}{p+\lambda} f(t) =$$

$$= a(t)\frac{1}{p+\lambda} f(t) - \dot{a}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^2} f(t) + \frac{1}{p+\lambda}\ddot{a}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^2} f(t). \tag{5}$$

Как видно, из-под действия оператора итеративно извлекаются параметр $a(t)$ и его производные. И так до тех пор, пока не будет получено выражение для производной по времени параметра $a(t)$ порядка $(n+1)$, которая по условию задачи равна нулю. В результате итеративных вычислений операторов от произведения неизвестных и известных функций времени:

$$\frac{1}{p+\lambda} a(t) f(t) = a(t)\frac{1}{p+\lambda} f(t) - \dot{a}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^2} f(t) + \ldots + (-1)^n a^{(n)}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^{n+1}} f(t).$$

Аналогичное выражение получим для второго слагаемого в уравнении (4):

$$\frac{1}{p+\lambda} b(t) u(t) = b(t)\frac{1}{p+\lambda} u(t) - \dot{b}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^2} u(t) + \ldots + (-1)^m b^{(m)}(t)\frac{1}{(p+\lambda)^{m+1}} u(t).$$

Для удобства введем следующие обозначения:

$$z(t) = \frac{\lambda}{p+\lambda} y,\; q_i(t) = (-1)^i \frac{1}{(p+\lambda)^{i+1}} f(t),\; g_j(t) = (-1)^j \frac{1}{(p+\lambda)^{j+1}} u(t),$$

$$\theta_i(t) = a^{(i)}(t),\; \eta_j(t) = b^{(j)}(t),\; i = 1,..n,\; j = 1,\ldots,m.$$

Тогда уравнение (4) можно переписать в более компактном виде:

$$y(t) - z(t) = \theta^{\top}(t) q(t) + \eta^{\top}(t) g(t) - e(t), \tag{6}$$

где $\theta = \mathrm{col}\{\theta_1, .., \theta_n\}$, $\eta = \mathrm{col}\{\eta_1, .., \eta_m\}$, $q = \mathrm{col}\{q_1, .., q_n\}$, $g = \mathrm{col}\{g_1, .., g_m\}$. Экспоненциально затухающая функция времени $e(t)$ обусловлена ненулевыми начальными условиями в фильтрах z, q_i и g_j.

Введем также в рассмотрение матрицы

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{n\times n} \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{m\times m} \quad \mathrm{H}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{n\times 1} \quad \mathrm{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

для описания моделей генераторов нестационарных параметров $a(t)$ и $b(t)$:

$$a(t) = \mathrm{H}_1^\top \theta(t), \quad \dot{\theta}(t) = \Gamma_1 \theta(t),$$
$$b(t) = \mathrm{H}_2^\top \eta(t), \quad \dot{\eta}(t) = \Gamma_2 \eta(t). \tag{7}$$

Утверждение 1. Для объекта управления вида (1) и линейных фильтров вида

$$\dot{z}(t) = -\lambda z(t) + \lambda y(t),$$
$$\dot{q}(t) = -\lambda q(t) - \Gamma_1^\top q(t) + \mathrm{H}_1 f(y(t)),$$
$$\dot{g}(t) = -\lambda g(t) - \Gamma_2^\top g(t) + \mathrm{H}_2 u(t)$$

справедлива линейная регрессионная модель вида (6).

Доказательство Утверждения 1. Рассмотрим вспомогательную переменную

$$e(t) = z(t) - y(t) + q^\top(t)\theta(t) + g^\top(t)\eta(t).$$

Вычисляя производную $e(t)$, получим

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{z}(t) - \dot{y}(t) + \dot{q}^\top(t)\theta(t) + q^\top(t)\dot{\theta}(t) + \dot{g}^\top(t)\eta(t) + g^\top(t)\dot{\eta}(t) \\ &= -\lambda z(t) + \lambda y(t) - \mathrm{H}_1^\top(t)\theta(t) f(t) + \mathrm{H}_2^\top(t)\eta(t)u(t) + \\ &+ \left(-\lambda q(t) - \Gamma_1^\top q(t) + \mathrm{H}_1 f(t)\right)^\top \theta(t) + q^\top(t)\Gamma_1\theta(t) + \\ &+ \left(-\lambda g(t) - \Gamma_2^\top g(t) + \mathrm{H}_2 f(t)\right)^\top \eta(t) + g^\top(t)\Gamma_2\theta(t) = -\lambda e(t), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Из Утверждения 1 вытекает важное следствие.

Следствие. Если нестационарные параметры $a(t)$ и $b(t)$ заданы с помощью матриц Γ_1, Γ_2, H_1, H_2 произвольного вида, при известных значениях этих матриц параметризация вида (6) также справедлива. Это означает, что параметры $a(t)$ и $b(t)$ могут иметь вид как полиномов времени, так и синусоидальных и экспоненциальных функций времени с неизвестными амплитудами.

В настоящей работе ограничимся решением задачи для параметров, описываемых полиномами времени с неизвестными коэффициентами.

Синтез наблюдателей для нестационарных параметров. Получив параметризацию модели объекта (1) в виде линейного регрессионного уравнения (6), воспользуемся методом динамического расширения и декомпозиции регрессора [2] для получения скалярных регрессоров относительно элементов векторов $q(t)$ и $g(t)$. Поскольку переменные $z(t)$, $q(t)$ и

$g(t)$ зависят от параметра λ, для удобства опустим аргумент времени и перепишем уравнение (6) в виде

$$y - z(\lambda) = \theta^\top q(\lambda) + \eta^\top g(\lambda) - e(\lambda).$$

Выберем $l = n + m$ различных значений параметра λ и запишем систему уравнений в матричном виде

$$\mathrm{Y} := \begin{bmatrix} y - z(1) \\ \vdots \\ y - z(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^\top(1) & g^\top(1) \\ \vdots & \vdots \\ q^\top(l) & g^\top(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \end{bmatrix} =: \Phi \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \end{bmatrix},$$

откуда можно получить декомпозицию матричного уравнения на скалярные с помощью операций вычисления определителя $\det(*)$ и союзной матрицы $\mathrm{adj}(*)$. Экспоненциально затухающие функции времени, которые тем быстрее сходятся к нулю, чем больше значение параметра λ, не учитываются,

$$\begin{bmatrix} \rho(t) \\ \sigma(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} \Delta(t), \tag{8}$$

где $\rho(t) = \theta(t)\Delta(t)$ и $\sigma(t) = \eta(t)\Delta(t)$ соответственно,

$$\begin{bmatrix} \rho(t) \\ \sigma(t) \end{bmatrix} = \mathrm{adj}(\Phi(\mathrm{t}))Y(t), \quad \Delta(t) = \det(\Phi(t)).$$

Замечание 1. Следует воспользоваться правилом Крамера [3] *для вычисления значений* $\rho(t)$ *и* $\sigma(t)$ *через определители матриц, сформированных на основе матриц* $\Phi(t)$ *и* $\mathrm{Y}(t)$*: k-й элемент вектора* $\mathrm{adj}(\Phi(\mathrm{t}))\mathrm{Y}(t)$ *равен определителю матрицы* $\Phi(t)$*, в которой k-й столбец заменен вектором* $\mathrm{Y}(t)$.

Замечание 2. Поскольку параметризация (6) *содержит член* $e(t) = \exp(-\lambda t)e(0)$*, то декомпозиция* (8) *верна с точностью до экспоненциально затухающей функции времени. Соответственно оценки векторов* $\theta(t)$ *и* $\eta(t)$ *не могут быть получены за конечное время на основе неточного уравнения* (8)*. Включим переменную* $e(t)$ *в параметризацию:*

$$e(t) = \phi(t)e(0), \ \dot{\phi}(t) = -\lambda\phi(t), \ \phi(0) = 1.$$

Выберем $(l+1)$ *различных значений параметра* λ *и запишем систему из полученных уравнений в матричном виде*

$$\bar{\mathrm{Y}} := \begin{bmatrix} y - z(1) \\ \vdots \\ y - z(l) \\ y - z(l+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^\top(1) & g^\top(1) & \phi(1) \\ \vdots & & \\ q^\top(l) & g^\top(l) & \phi(1) \\ q^\top(l+1) & g^\top(l+1) & \phi^\top(l+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \\ -e(0) \end{bmatrix} =: \bar{\Phi} \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \\ -e(0) \end{bmatrix},$$

откуда можем получить декомпозицию матричного уравнения

$$\begin{bmatrix} \bar{\rho}(t) \\ \bar{\sigma}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} \bar{\Delta}(t),$$

где $\bar{\rho}(t) = \theta(t)\bar{\Delta}(t)$ *и* $\bar{\sigma}(t) = \eta(t)\bar{\Delta}(t)$ *соответственно,*

$$\begin{bmatrix} \bar{\rho}(t) \\ \bar{\sigma}(t) \end{bmatrix} = \operatorname{adj}\left(\bar{\Phi}(t)\right)\bar{\Upsilon}(t), \qquad \bar{\Delta}(t) = \det\left(\bar{\Phi}(t)\right).$$

Представим процедуру синтеза наблюдателей нестационарных параметров модели (1).

Утверждение 2. Для функций времени $\theta(t)$ и $\eta(t)$, удовлетворяющих уравнениям (7) и (8), наблюдатели вида*

$$\hat{a}(t) = \hat{\theta}_1^{\mathrm{FT}}(t), \quad \hat{b}(t) = \hat{\eta}_1^{\mathrm{FT}}(t),$$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma_1 \hat{\theta}^{\mathrm{FT}}(t) + \gamma\Delta(t)\left(\rho(t) - \Delta(t)\hat{\theta}(t)\right),$$

$$\dot{\hat{\eta}}(t) = \Gamma_2 \hat{\eta}^{\mathrm{FT}}(t) + \gamma\Delta(t)\left(\sigma(t) - \Delta(t)\hat{\eta}(t)\right),$$

$$\hat{\theta}_n^{\mathrm{FT}}(t) = \frac{1}{1 - w_1(t)}\left(\hat{\theta}_n(t) - \hat{\theta}_n(0) w_1(t)\right),$$

$$\hat{\theta}_i^{\mathrm{FT}}(t) = \frac{1}{1 - w_1(t)}\left(\hat{\theta}_i(t) - \hat{\theta}_i(0) w_1(t) - w_2(t)\right),$$

$$\hat{\eta}_m^{\mathrm{FT}}(t) = \frac{1}{1 - w_1(t)}\left(\hat{\eta}_m(t) - \hat{\eta}_m(0) w_1(t)\right),$$

$$\hat{\eta}_j^{\mathrm{FT}}(t) = \frac{1}{1 - w_1(t)}\left(\hat{\eta}_j(t) - \hat{\theta}_j(0) w_1(t) - w_3(t)\right),$$

с вспомогательными переменными $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$

$$\dot{w}_1(t) = -\gamma\Delta^2(t) w_1(t), \; w_1(0) = 1,$$

$$\dot{w}_2(t) = -\gamma\Delta^2(t) w_2(t) + w_1(t)\Gamma_1 \hat{\theta}^{\mathrm{FT}}(t), \; w_2(0) = 0,$$

$$\dot{w}_3(t) = -\gamma\Delta^2(t) w_3(t) + w_1(t)\Gamma_2 \hat{\eta}^{\mathrm{FT}}(t), \; w_3(0) = 0,$$

обеспечивают условие (3) при $\gamma > 0$ и $\exists t_0 : \Delta(t_0) \neq 0$.

Доказательство Утверждения 2. Рассмотрим вспомогательные переменные $\tilde{\theta} = \theta - \tilde{\theta}$ и $\tilde{\eta} = \eta - \tilde{\eta}$, производные которых удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\dot{\tilde{\theta}}_i(t) = -\gamma\Delta^2(t)\tilde{\theta}_i(t) + \left(\theta_{i+1}(t) - \tilde{\theta}_{i+1}^{\mathrm{FT}}(t)\right), \; i = 1,..,(n-1),$$

$$\dot{\tilde{\theta}}_n(t) = -\gamma\Delta^2(t)\tilde{\theta}_n(t),$$

$$\dot{\tilde{\eta}}_j(t) = -\gamma\Delta^2(t)\tilde{\eta}_j(t) + \left(\eta_{j+1}(t) - \tilde{\eta}_{j+1}^{\mathrm{FT}}(t)\right), \; j = 1,..,(m-1),$$

$$\dot{\tilde{\eta}}_m(t) = -\gamma\Delta^2(t)\tilde{\eta}_m(t).$$

Из второго и четвертого уравнений получим соотношения

$$\theta_n(t) - \hat{\theta}_n(t) = e^{-\gamma\int_0^t \Delta^2(s)ds}\left(\theta_n(0) - \hat{\theta}_n(0)\right) = w_1(t)\left(\theta_n(0) - \hat{\theta}_n(0)\right),$$

$$\eta_m(t) - \hat{\eta}_m(t) = e^{-\gamma\int_0^t \Delta^2(s)ds}\left(\eta_m(0) - \hat{\eta}_m(0)\right) = w_1(t)\left(\eta_m(0) - \hat{\eta}_m(0)\right).$$

В силу постановки задачи θ_n и η_m являются константами, которые могут быть выражены из предыдущих двух выражений

* Индекс FT означает “finite time”, т.е. конечное время.

$$\theta_n\left(1-w_1(t)\right)=\hat{\theta}_n(t)-\hat{\theta}_n(0)w_1(t),$$

$$\eta_m\left(1-w_1(t)\right)=\hat{\eta}_m(t)-\hat{\eta}_m(0)w_1(t).$$

В некоторый момент времени t_0, когда $\Delta(t)\neq 0$, невозрастающая функция $w_1(t)$ становится меньше единицы, а функция $\left(1-w_1(t)\right)$ становится отличной от нуля. Простым делением правой части выражения на $\left(1-w_1(t)\right)$ получим точную оценку параметров θ_n и η_m с нулевой ошибкой.

Далее рассмотрим ошибки оценивания для переменной θ_{n-1}:

$$\theta_{n-1}(t)-\hat{\theta}_{n-1}(t)=w_1(t)\left(\theta_{n-1}(0)-\hat{\theta}_{n-1}(0)\right)+\int_0^t e^{-\gamma\int_\tau^t\Delta^2(s)ds}\left(\theta_n-\hat{\theta}_n^{\mathrm{FT}}(\tau)\right)d\tau=$$

$$=w_1(t)\left(\theta_{n-1}(t)-\int_0^t\theta_n ds-\hat{\theta}_{n-1}(0)\right)=w_1(t)\theta_{n-1}(t)-w_1(t)\hat{\theta}_{n-1}(0)-w_1(t)\int_0^t\theta_n ds.$$

Вычисляя значения $(n-1)$-го элемента вектора $w_2(t)$, получим

$$w_{2_{n-1}}(t)=\int_0^t e^{-\gamma\int_\tau^t\Delta^2(s)ds}w_1(s)\hat{\theta}_n(s)ds=\int_0^t e^{-\gamma\int_\tau^t\Delta^2(s)ds}e^{-\gamma\int_0^s\Delta^2(s)ds}\theta_n ds=$$

$$=\int_0^t e^{-\gamma\int_0^t\Delta^2(s)ds}\theta_n ds=\int_0^t w_1(t)\theta_n ds=w_1(t)\int_0^t\theta_n ds.$$

Таким образом, для элемента $\theta_{n-1}(t)$ имеем регрессионную модель вида

$$\theta_{n-1}(t)\left(1-w_1(t)\right)=\hat{\theta}_{n-1}(t)-w_1(t)\hat{\theta}_{n-1}(0)-w_{2_{n-1}}(t).$$

В момент времени t_0 функция $\left(1-w_1(t_0)\right)$ не равна нулю, поэтому простым делением правой части выражения на нее получим точную оценку параметра $\theta_{n-1}(t)$ для всех моментов времени $t>t_0$. Аналогично можно показать нулевую ошибку оценивания всех параметров вектора $\hat{\theta}^{\mathrm{FT}}$, двигаясь итеративно от элемента $\theta_n(t)$ к $\theta_1(t)$. Те же рассуждения позволяют утверждать о нулевой ошибке оценивания параметров вектора $\hat{\eta}^{\mathrm{FT}}$.

Идентификация нестационарных параметров модели Номото. Для иллюстрации работоспособности предлагаемого алгоритма идентификации рассмотрим пример численного моделирования задачи наблюдения нестационарных параметров модели Номото [14], описывающей динамику движения надводного водоизмещающего судна по курсу:

$$\dot{\varphi}=\omega,\quad \dot{\omega}=-a\omega|\omega|+br,$$

где φ — курсовой угол, ω — угловая скорость, r — положение руля, a — инерционный параметр, b — эффективность руля. Известно, что параметры a и b не являются константами и зависят от осадки судна, линейной скорости и прочих параметров. Обычно идентифицируют усредненные номинальные значения на средних ходах, а в процессе функционирования уточняют значения. В рамках настоящей статьи будем допускать полиномиальный характер этих параметров и покажем работу предложенного алгоритма оценивания.

На рис. 1—3 представлены результаты моделирования системы с параметрами $a(t)=-0{,}5t$, $b(t)=-0{,}2t$, $u=15$, $f(y)=y|y|$, $\lambda_1=1$, $\lambda_2=2$, $\lambda_3=3$, $\lambda_4=4$, $\gamma=1000$.

Векторы параметров $\theta(t)=\begin{bmatrix}\theta_1(t)\\ \theta_2\end{bmatrix}$ и $\eta(t)=\begin{bmatrix}\eta_1(t)\\ \eta_2\end{bmatrix}$ имеют размерность $n=m=2$, а параметры θ_2 и η_2 являются постоянными. На рис. 1 приведены графики оценок: *а*) $\hat{\theta}_2(t)$ и $\hat{\theta}_2^{\text{FT}}(t)$, *б*) $\hat{\eta}_2(t)$ и $\hat{\eta}_2^{\text{FT}}(t)$; рис. 2: *а*) диаграммы $a(t)$, $\hat{\theta}_1(t)$ и $\hat{a}(t)$, *б*) ошибка оценивания $\left(a(t)-\hat{a}(t)\right)$; рис. 3: *а*) диаграммы $b(t)$, $\hat{\eta}_1(t)$ и $\hat{b}(t)$, *б*) ошибка оценивания $\left(b(t)-\hat{b}(t)\right)$.

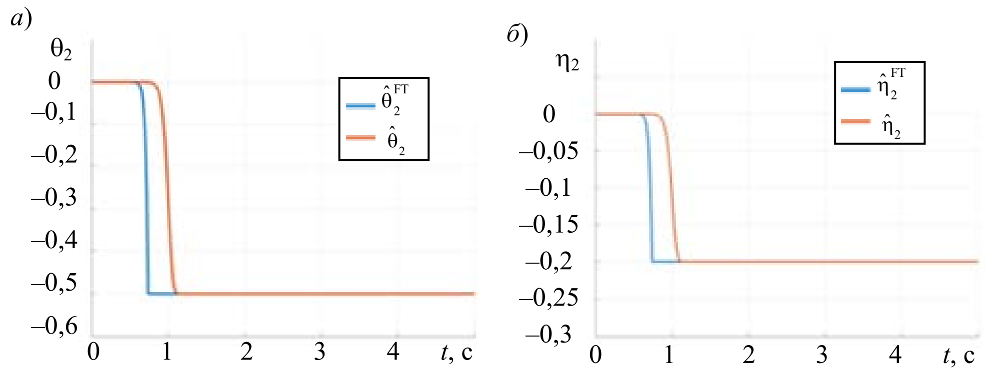

Рис. 1

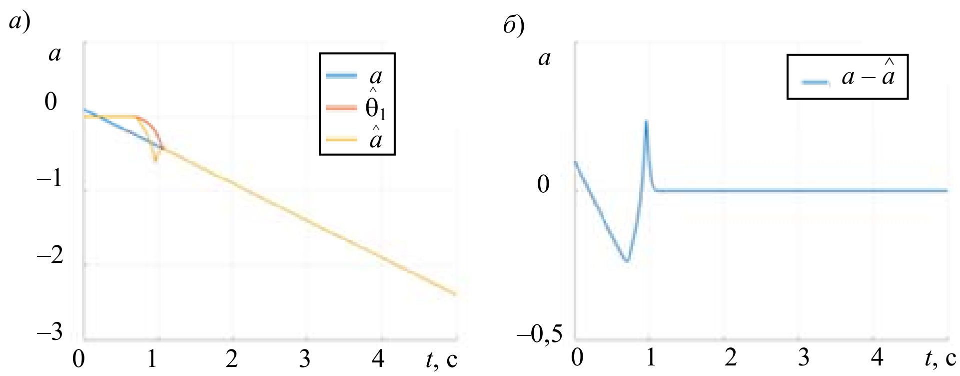

Рис. 2

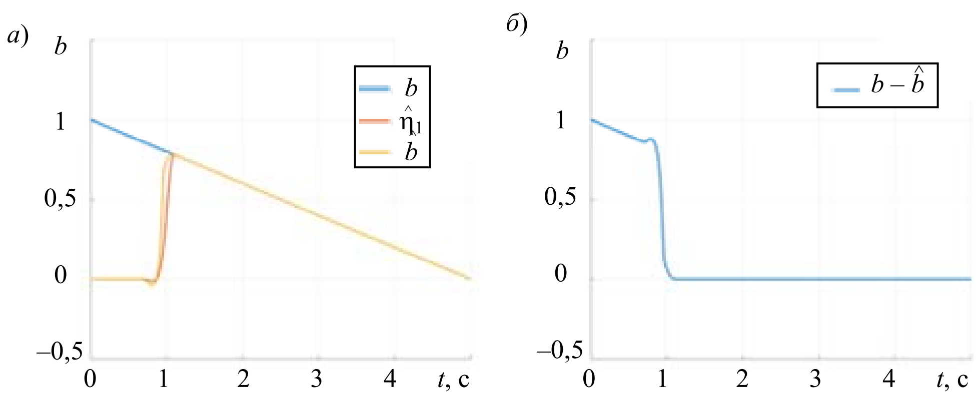

Рис. 3

Заключение. В работе предложен алгоритм оценивания нестационарных параметров для некоторого класса нелинейных систем вида (1). Решение задачи основано на преобразовании модели объекта к виду линейного регрессионного уравнения относительно переменных состояния генераторов, выходы которых описывают искомые параметры. Метод динамического расширения и декомпозиции регрессора (или смешивания регрессора) позволил решить задачу восстановления всех переменных состояния и выходных сигналов упомянутых генераторов за конечное время.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цыкунов А. М.* Робастное управление нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 117—125.

2. *Бобцов А. А., Лямин А. В., Сергеев К. А.* Синтез закона адаптивного управления для стабилизации не точно заданных нестационарных объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. № 3. С. 3—7.

3. *Никифоров В. О.* Робастная следящая система // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. № 7. С. 13—18.

4. *Льюнг Л.* Идентификация систем: Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. Т. 432.

5. *Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.* Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. Vol. 62, N 7. P. 3546—3550.

6. *Cramer G*. Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques. Chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750. 793 p.

7. *Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S.* A parameter estimation approach to state observation of nonlinear systems // Systems & Control Letters. 2015. Vol. 85. P. 84—94.

8. *Во Куок Д., Бобцов А. А.* Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100—110.

9. *Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д.* Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—265.

10. *Ван Ц., Ле В. Т., Пыркин А. А., Колюбин С. А., Бобцов А. А.* Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71—82.

11. *Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S.* Adaptive state observers using dynamic regressor extension and mixing // Systems & Control Letters. 2019. Vol. 133. P. 104519.

12. *Bernard P., Praly L.* Convergence of gradient observer for rotor position and magnet flux estimation of permanent magnet synchronous motors // Automatica. 2018. Vol. 94. P. 88—93.

13. *Sastry S., Bodson M.* Adaptive control: stability, convergence and robustness. Courier Corporation, 2011.

14. *Fossen T. I.* Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control. John Wiley & Sons, 2011.

Сведения об авторах

Хак Бинь Данг — аспирант; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; E-mail: Dangkhacbinh90@gmail.com

Антон Александрович Пыркин — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; декан факультета; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Алексей Алексеевич Бобцов — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; директор мегафакультета; E-mail: bobtsov@mail.ru

Алексей Алексеевич Ведяков — канд. техн. наук; Университет ИТМО; факультет систем управления и робототехники; доцент; E-mail: vedyakov@ifmo.ru

Поступила в редакцию
19.04.2021 г.

Ссылка для цитирования: *Данг Х. Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А.* Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 6. С. 459—468.

IDENTIFICATION OF POLYNOMIAL PARAMETERS OF NONSTATIONARY LINEAR SYSTEMS

Kh. B. Dung, A. A. Pyrkin, A. A. Bobtsov, A. A. Vedyakov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: Dangkhacbinh90@gmail.com

A method for estimating parameters, which, in turn, can be represented as outputs of linear generators. In general, these are non-stationary parameters described by polynomials of time, as well as sinusoidal and exponential functions of time with unknown amplitudes and phases. In this paper, attention is paid to the case of polynomial parameters. The solution to the problem is based on transforming the object model to the form of a linear regression equation with respect to the state variables of the generators, the outputs of which describe the sought parameters. The method of dynamic expansion and decomposition of the regressor (or mixing of the regressor) makes it possible to solve the problem of restoring all state variables and output signals of the mentioned generators in a finite time. A numerical example of identifying parameters of a model of surface vessel motion along the course is presented.

Keywords: non-stationary nonlinear systems, estimation of polynomial parameters, method of dynamic expansion and mixing of regressor

REFERENCES

1. Tsykunov A.M. *Automation and Remote Control*, 1996, no. 2, pp. 117–125. (in Russ.)
2. Bobtsov A.A., Lyamin A.V., Sergeev K.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2001, no. 4, pp. 3–7. (in Russ.)
3. Nikiforov V.O. *Journal of Instrument Engineering*, 1998, no. 7, pp. 13–18. (in Russ.)
4. Ljung L. *System Identification – Theory for the User*, NJ, PTR Prentice Hall, 1999.
5. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, no. 7(62), pp. 3546–3550.
6. Cramer G. *Introduction a l'analyse des lignes courbes algebriques*, Chez les freres Cramer & Cl. Philibert, 1750, 793 p.
7. Ortega R., Bobtsov A., Pyrkin A., Aranovskiy S. *Systems & Control Letters*, 2015, no. 85, pp. 84–94.
8. Quoc D.V., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 12(81), pp. 2220–2229.
9. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. *Mechatronics, Automation, Control*, 2019, no. 5(20), pp. 259–265. (in Russ.)
10. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 12, pp. 2159–2168.
11. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Vedyakov A., Aranovskiy S. *Systems & Control Letters*, 2019, vol. 133, pp. 104519.
12. Bernard P., Praly L. *Automatica*, 2018, vol. 94, pp. 88–93.
13. Sastry S., Bodson M. *Adaptive control: stability, convergence and robustness*, Courier Corporation, 2011.
14. Fossen T.I. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*, John Wiley & Sons, 2011.

Data on authors

Khak Bin Dung — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: Dangkhacbinh90@gmail.com

Anton A. Pyrkin — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Dean of the Faculty; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Alexey A. Bobtsov — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Director of the Mega-Faculty; E-mail: bobtsov@mail.ru

Alexey A. Vedyakov — PhD; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Associate Professor; E-mail: vedyakov@ifmo.ru

For citation: Dung Kh. B., Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Vedyakov A. A. Identification of polynomial parameters of nonstationary linear systems. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 6. P. 459—468 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-6-459-468