ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62-506

А. П. КЛИМОВ, О. А. РЕМИЗОВА, И. В. РУДАКОВА, А. Л. ФОКИН

ДОСТИЖЕНИЕ РОБАСТНОСТИ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ, СИНТЕЗИРОВАННОЙ НА ОСНОВЕ КВАДРАТИЧНОЙ ТЕОРИИ

Для уменьшения чувствительности системы стабилизации к параметрической неопределенности объекта управления разработана процедура синтеза, основанная на искусственном разделении движений объекта и расширении динамической модели. Методика представлена в рамках H^2 -оптимального управления и линейной квадратичной гауссовой задачи.

Ключевые слова: неопределенность, интегральный квадратичный функционал, случайные возмущения, номинальная модель, расширенная модель, демпфирование, точность, параметры.

Введение. Системы управления, синтезированные посредством минимизации интегрального квадратичного функционала, отличаются достаточно большой чувствительностью регулируемой величины к вариациям параметров объекта. Проблема повышения грубости таких систем сформулирована достаточно давно [1], но не потеряла актуальности до настоящего времени [2, 3], так как современные требования к системам стабилизации диктуют необходимость решения задачи для заданного класса возмущений при наличии параметрической неопределенности модели объекта управления.

В линейной квадратичной теории при решении задачи синтеза обычно рассматривают одну из трех задач оптимального управления с квадратичным функционалом: аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР), линейную квадратичную гауссову задачу (ЛКГ) и H^2 -оптимальное управление. Проблема уменьшения чувствительности к неопределенности модели объекта в рамках решения задачи АКОР достаточно подробно рассмотрена в работах [4—6]. В настоящей статье при помощи аналогичного подхода рассматриваются задача синтеза H^2 -оптимального регулятора и ЛКГ-задача.

В основе предлагаемого метода лежит идея, которая может быть сформулирована в виде следующего утверждения.

Утверждение. Пусть вектор состояния $x_0(t)$ линейного объекта можно разделить на две составляющие $\Delta x_1(t)$ и $x_1(t)$, которые в сумме для любого момента времени дают исходный вектор состояния

$$x_0(t) = \Delta x_1(t) + x_1(t).$$
 (1)

Пусть для номинальной линейной модели (полностью известной) решается задача синтеза регулятора выхода при дополнительном условии, что при этом также осуществляется взаимная частичная компенсация выделенных составляющих вектора состояния во время переходного процесса. Тогда полученный алгоритм управления является робастным. При этом предполагается одновременная устойчивость или неустойчивость номинальной и реальной моделей объекта.

Этот подход к управлению был опробован при построении робастных систем управления конкретными технологическими процессами [7—9]. Частичная компенсация составляющих $\Delta x_1(t)$ и $x_1(t)$ приводит к частичной компенсации влияния неопределенности объекта на вектор состояния, так как каждая составляющая зависит от действия фактора неопределенности, и в процессе их взаимной компенсации компенсируется также действие фактора неопределенности на вектор состояния. Таким образом, здесь выполняется опосредованная компенсация неопределенности объекта через искусственное разделение его движения на две составляющие с их последующей взаимной компенсацией.

Основной результат. Рассмотрим структурную схему H^2 -оптимальной системы управления (рис. 1). На входе системы действует возмущение

w(t). Это может быть белый шум или окрашенный случайный шум. Ставится задача выбора управления K(p), которое минимизирует H^2 -норму передаточной матрицы $T_{zw}(p)$.

Рассмотрим уравнения состояния объекта:

$$\dot{x}_0 = Ax_0 + B_1 w + B_2 u$$
, $x_0 (t_0) = x_0^0$;
 $z_0 = C_1 x_0$;
 $y_0 = C_2 x_0 + n_y$,



где $x_0 \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния; $u \in \mathbb{R}^m$ — вектор управления; $w \in \mathbb{R}^l$ — вектор возмущения объекта; $z_0 \in \mathbb{R}^v$ — вектор контролируемых переменных; y_0 — вектор выходных переменных, которые используются для управления; C_1, C_2 — матрицы наблюдения; $n_y \in \mathbb{R}^r$ — помеха при измерении; $A = A^0 + \Delta A$, $B_1 = B_1^0 + \Delta B_1$, $B_2 = B_2^0 + \Delta B_2$, A^0, B_1^0, B_2^0 — номинальные значения матриц, $\Delta A, \Delta B_1, \Delta B_2$ — параметрическая неопределенность модели.

(2)
(3)
(4)

Далее рассматривается номинальная модель объекта вида (2)—(4) при $A = A^0$, $B_1 = B_1^0$, $B_2 = B_2^0$.

Достижение робастности H^2 -оптимальной системы управления. Для достижения робастности H^2 -оптимального управления к параметрической неопределенности матриц A, B_1, B_2 расширим номинальную модель объекта (2)—(4) за счет пропускания всех компонент вектора состояния x_0 через неминимально фазовый фильтр [5, 6]:

$$x_{1}(p) = W_{\phi 1}(p) x_{0}(p) = \frac{1 - T_{\phi 1} p}{1 + T_{\phi 2} p} x_{0}(p),$$
(5)

где $W_{\phi 1}(p)$ — передаточная матрица фильтра, $T_{\phi 1}, T_{\phi 2}$ — постоянные времени фильтра.

Использование неминимально фазовой передаточной функции (5) обусловлено возможностью увеличения сдвига по фазе между составляющими Δx_1 и x_1 (см. формулу (1)), что способствует улучшению качества частичной взаимной компенсации, как показано в работе [5].

Тогда расширенная номинальная модель объекта преобразуется к следующему виду:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1^1 w + B_2^1 u$$
, $x(t_0) = \left[\left(x_0^0 \right)^T \quad 0 \right]^T$; (6)

$$z = M_n D x ; (7)$$

$$v = C_2^1 x + n_y, \tag{8}$$

где
$$A_1 = \begin{bmatrix} \beta A^0 - T_{\phi 2}^{-1}I & \beta A^0 \\ T_{\phi 2}^{-1} \left(I - T_{\phi 1}A^0\right) & -T_{\phi 2}^{-1}T_{\phi 1}A^0 \end{bmatrix}, B_1^1 = \begin{bmatrix} \beta B_1^0 \\ -T_{\phi 2}^{-1}T_{\phi 1}B_1^0 \end{bmatrix}, B_2^1 = \begin{bmatrix} \beta B_2^0 \\ -T_{\phi 2}^{-1}T_{\phi 1}B_2^0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ x_1 \end{bmatrix}$$
 — вектор

состояния расширенной модели объекта; $\beta = 1 + T_{\phi 2}^{-1} T_{\phi 1}, D = \begin{bmatrix} d_1 I & d_2 I \end{bmatrix}, d_1 \neq d_2, d_1, d_2 > 0;$ $M_n = \text{diag}\{m_i\}_{i=1}^n; \Delta x_1 = x_0 - x_1; C_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & C_2 \end{bmatrix}, I$ — единичная матрица.

Здесь в качестве контролируемой рассматривается новая векторная переменная $z=M_nDx$ размерности n, которая показана на рис. 1. В работах [5, 6] доказано, что, вопервых, решение задачи стабилизации для расширенной модели приводит к решению задачи стабилизации для исходной модели, а во-вторых, при минимизации квадратичного интегрального функционала, зависящего от вектора (7), происходит взаимная частичная покомпонентная компенсация векторных составляющих $\Delta x_1(t)$ и $x_1(t)$ расширенного вектора состояния x. Поэтому далее, в соответствии с постановкой задачи H^2 -оптимального управления, рассматривается задача минимизации H^2 -нормы передаточной матрицы $T_{zw}(p)$, показанной на рис. 1. Решение задачи зависит от выбора параметров $T_{\phi 1}, T_{\phi 2}, d_1, d_2, m_i$, i=1,...,n. Это позволяет, находясь в классе робастных систем, варьировать другие, кроме робастности, качественные показатели системы.

Чтобы применить стандартную процедуру синтеза H^2 -оптимального управления, уравнения (6)—(8) следует представить в стандартной форме. Для этого дополнительно расширим контролируемый вектор z (как это сделано в работе [10]) за счет добавления к нему вектора управления, таким образом, новая переменная будет $z_1^T = \begin{bmatrix} z^T & u^T \end{bmatrix}$. Тогда расширенная модель объекта примет следующий вид:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1^2 w_1 + B_2^2 u, \quad x(t_0) = \left[\left(x_0^0 \right)^T \quad 0 \right]^I; \tag{9}$$

$$z_1 = C_1^2 x + D_{12} u ; (10)$$

$$y = C_2^2 x + D_{21} w_1, (11)$$

где

$$B_{1}^{2} = \begin{bmatrix} B_{1}^{1}, 0 \end{bmatrix}, B_{2}^{2} = B_{2}^{1}, C_{2}^{2} = C_{2}^{1} = \begin{bmatrix} C_{2}^{0}, C_{2}^{0} \end{bmatrix}, D_{21} = \begin{bmatrix} 0, I \end{bmatrix},$$
$$C_{1}^{2} = \begin{bmatrix} M_{n}D \\ 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, w_{1} = \begin{bmatrix} w \\ n_{y} \end{bmatrix}, z_{1} = \begin{bmatrix} z \\ u \end{bmatrix}.$$

При этом легко проверить выполнение равенств, которые участвуют в стандартной процедуре синтеза:

$$D_{12}^{T} \begin{bmatrix} C_{1}^{2} & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_{1}^{2} \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$
 (12)

Оптимальный алгоритм управления получается путем решения двух уравнений Риккати:

Достижение робастности системы стабилизации

$$A_{1}^{T}x_{2} + x_{2}A_{1} - x_{2}B_{2}^{2}\left(B_{2}^{2}\right)^{T}x_{2} + \left(C_{1}^{2}\right)^{T}C_{1}^{2} = 0, \qquad (13)$$

$$A_{1}y_{2} + y_{2}A_{1}^{T} - y_{2}\left(C_{2}^{2}\right)^{T}C_{2}^{2}y_{2} + B_{1}^{2}\left(B_{1}^{2}\right)^{T} = 0.$$
(14)

Вычисляя матрицы

$$F_2 = -\left(B_2^2\right)^T x_2, \ L_2 = -y_2\left(C_2^2\right)^T, \ \hat{A}_2 = A_1 + B_2^2 F_2 + L_2 C_2^2,$$
(15)

получаем единственное *H*²-оптимальное решение, которое имеет вид

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}_2 \hat{x} - L_2 y$$
, (16)

$$u = F_2 \hat{x} \,. \tag{17}$$

Этому представлению $(\hat{A}_2, -L_2, F_2, 0)$ соответствует передаточная функция регулятора $W_p(p)$, которая может быть определена в среде MatLab. Полученное решение зависит от параметров $T_{\phi 1}, T_{\phi 2}, d_1, d_2, m_i, i=1, ..., n$, расширенной модели. Практика вычислений показывает, что быстродействие системы зависит в основном от соотношения постоянных времени $T_{\phi 1}, T_{\phi 2}$, а показатели демпфирования — от соотношения d_1, d_2 . Влияние параметров m_i , i=1, ..., n, незначительно.

Достижение робастности при решении ЛКГ-задачи управления. Рассмотрим уравнения состояния объекта [11]:

$$\dot{x}_0 = Ax_0 + Bu + V_0, \quad x_0(t_0) = x_0^0;$$
(18)

$$y_0 = C^0 x_0 + V_{\rm H}, \tag{19}$$

где V_0 , $V_{\rm H}$ — гауссовы белые шумы, x_0^0 — гауссова случайная величина; V_0 , $V_{\rm H}$ и x_0^0 не коррелированы и имеют следующие характеристики:

$$M\left[x_{0}^{0}\right] = \overline{x}_{0}^{0}, M\left[\left(x_{0}^{0} - \overline{x}_{0}^{0}\right)\left(x_{0}^{0} - \overline{x}_{0}^{0}\right)^{T}\right] = P_{0};$$

$$M\left[V_{0}(t)\right] = 0, M\left[V_{0}(t)V_{0}^{T}(t')\right] = Q_{0}(t)\delta(t-t');$$

$$M\left[V_{H}(t)\right] = 0, M\left[V_{H}(t)V_{H}^{T}(t')\right] = R_{0}(t)\delta(t-t'),$$
(20)

где M — определение математического ожидания, R_0 — положительно-определенная матрица, P_0, Q_0 — положительно-полуопределенные матрицы.

Матрицы *A*, *B* имеют параметрическую неопределенность: $A = A^0 + \Delta A$, $B = B^0 + \Delta B$. Для номинальной модели предполагается, что пара (A^0, B^0) управляема, пара (A^0, C^0) наблюдаема. Для расширения модели, как и ранее, используем неминимально фазовый фильтр (5). Тогда расширенная номинальная модель порядка 2n по аналогии с выражениями (6)—(8) примет следующий вид:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u + V_0^1, \quad x(t_0) = \left[\left(x_0^0 \right)^T \quad 0 \right]^T;$$
 (21)

$$y_0 = C_1 x + V_{\rm H}^1, \tag{22}$$

где матрица A_1 совпадает с соответствующей матрицей в формуле (6), $C_1 = \begin{bmatrix} C^0 & C^0 \end{bmatrix}$,

$$B_{1} = \begin{bmatrix} \beta \left(B^{0} \right)^{T} & -T_{\phi 2}^{-1} T_{\phi 1} \left(B^{0} \right)^{T} \end{bmatrix}^{T}; \\ M \begin{bmatrix} x(t_{0}) \end{bmatrix} = \overline{x}, M \begin{bmatrix} (x(t_{0}) - \overline{x}) (x(t_{0}) - \overline{x}_{0}^{0})^{T} \end{bmatrix} = P_{1}; \\ M \begin{bmatrix} V_{0}^{1}(t) \end{bmatrix} = 0, M \begin{bmatrix} V_{0}^{1}(t) (V_{0}^{1}(t'))^{T} \end{bmatrix} = Q_{1}(t)\delta(t-t'); \\ M \begin{bmatrix} V_{H}^{1}(t) \end{bmatrix} = 0, M \begin{bmatrix} V_{H}^{1}(t) (V_{H}^{1}(t'))^{T} \end{bmatrix} = R_{1}(t)\delta(t-t'); \end{bmatrix}$$

$$(23)$$

$$Q_{1} = \begin{bmatrix} \beta I \\ -T_{\phi 2}^{-1} T_{\phi 1} I \end{bmatrix} Q_{0} \begin{bmatrix} \beta I & -T_{\phi 2}^{-1} T_{\phi 1} I \end{bmatrix}, P_{1} = \begin{bmatrix} P_{0} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, R_{1} = R_{0} > 0.$$
(24)

Минимизируемый функционал для расширенной модели имеет вид

$$J = M \left\{ \int_{0}^{\infty} \left[x^{T}(t) D^{T} M_{n}^{2} Dx(t) + u^{T}(t) Ru(t) \right] dt \right\}, \quad R > 0.$$

$$(25)$$

Оптимальное управление

$$u(t) = -K\hat{x}(t), \qquad (26)$$

(27)

где $K = R^{-1} (B^0)^T P$, $P^T = P > 0$ — решение матричного уравнения Риккати $A_1^T P + P A_1 - P B_1 R^{-1} B_1^T P + D^T M_n^2 D = 0$;

оптимальная оценка $\hat{x}(t)$ определяется с помощью фильтра Калмана — Бьюси

$$\dot{\hat{x}} = A_1 \hat{x} + B_1 u + K^0 (y_0 - C_1 \hat{x}), \, \hat{x}(t_0) = \overline{x} , \qquad (28)$$

где $K^0 = LC_1^T R_1^{-1}$, $L^T = L > 0$ — решение матричного уравнения Риккати

$$A_{l}L + LA_{l}^{T} - LC_{l}^{T}R_{l}^{-1}C_{l}L + Q_{l} = 0.$$
⁽²⁹⁾

Передаточная функция регулятора выхода может быть получена на основе представления $(A_1 - B_1 K - K^0 C_1, K^0, -K, 0)$ в среде MatLab.

Пример. Рассмотрим задачу стабилизации для объекта с передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{0.325}{(6p+1)^4}.$$
(30)

г

При построении регулятора выхода для обеспечения астатизма системы к возмущению на входе объекта дополнительно введем интегратор, который структурно относится к регулятору. В результате получим для номинальной передаточной функции (30) представление $(A^0, B_2^0, C_2^0, 0)$, которое соответствует номинальной модели (18), (19), с матрицами вида

$$A^{0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,0008 & -0,0185 & -0,1667 & -0,6667 \end{bmatrix}, B^{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,25 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix},$$

$$C^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

При $Q_0 = I$, $R_0 = 1$, R = 10 для исходной ЛКГ-задачи управления получим регулятор выхода с передаточной функцией

$$W_{\rm p}(p) = k(p)/(pl(p)), \qquad (31)$$

где

$$k(p) = 0,0958p^{4} + 0,0645p^{3} + 0,0164p^{2} + 0,0018p + 7,93 \cdot 10^{-5}$$

$$l(p) = p^{5} + 0,88p^{4} + 0,33p^{3} + 0,07p^{2} + 0,009p + 0,0007.$$

Качественные характеристики полученной системы управления представлены в табл. 1, 2. Таблица 1

Вид оптимальной задачи		v_{∞} , o.e.	v ₂ , o.e.	Z _{max} , o.e.	σ ₀ , 0.e.	σ ₁ , o.e.	σ ₂ , o.e.	σ ₃ , 0.e.
ЛКГ	Исходная модель	0,387	0,061	0,23	0,068	0,13	0,845	0,25
	$\alpha_1 = [400 \ 1 \ 5 \ 4,7]$	0,27	0,05	0,2	0,053	0,135	0,597	0,179
H^2	Исходная модель	0,37	0,061	0,21	0,06	0,148	0,671	0,183
	$\alpha_2 = [300 \ 5 \ 5 \ 4,7]$	0,238	0,047	0,175	0,046	0,112	0,424	0,137

							Таолица 2
Вид оптимальной задачи		η, o.e.	<i>t</i> _p , мин	σ, %	<i>h</i> , дБ	φ,°	$U_{\rm max}$, o.e.
ЛКГ	Исходная модель	1,779	75	9	7,61	59,5	4
	$\alpha_1 = [400 \ 1 \ 5 \ 4,7]$	1,596	75	0	9	75,1	5
H^2	Исходная модель	2,22	78	30	5,38	50,7	6,1
	$\alpha_2 = [300 \ 5 \ 5 \ 4,7]$	1,69	70	0	8,4	70,5	8,2

В табл. 1 использованы следующие обозначения: $v_{\infty} = \|T_{zw}(p)\|_{\infty}$; $v_2 = \|T_{zw}(p)\|_2$; Z_{max} — максимальное отклонение выходной величины при действии единичного ступенчатого сигнала в качестве возмущения на входе объекта; σ_0 — среднеквадратическое отклонение (СКО) выходной величины системы при действии на входе объекта случайного возмущения типа белый шум с интенсивностью, равной единице; σ_1 — СКО при действии окрашенного шума с корреляционной функцией $K(\tau) = \exp(-0, 3|\tau|)$; σ_2 — то же, при $K(\tau) = \exp(-0, 06|\tau|)$; σ_3 — то же, при $K(\tau) = \exp(-0, 03|\tau|)$; в первом случае время спада корреляционной функции составляет 10 мин, во втором — 50 мин, в третьем — 100 мин.

В табл. 2 использованы следующие обозначения: η — величина H^{∞} -нормы функции чувствительности:

$$\eta = \|S(p)\|_{\infty} = \left\|\frac{1}{1+W(p)}\right\|_{\infty}, W(p) = W_{p}(p)W_{0}(p),$$

которая оценивает грубость системы к незнанию передаточной функции объекта; t_p — время регулирования; σ — перерегулирование; h — запас устойчивости по амплитуде; φ — запас устойчивости по фазе; u_{max} — максимальное по модулю отклонение сигнала управления, в соответствии с которым оцениваются энергетические затраты на стабилизацию.

График переходной характеристики номинальной системы управления с оптимальным ЛКГ-регулятором, полученным для исходной модели объекта, представлен на рис. 2, *а*.

Теперь рассмотрим ту же задачу для расширенной модели объекта (21)—(29). Вектор настраиваемых параметров имеет вид

$$\alpha = \begin{bmatrix} T_{\oplus 1} & T_{\oplus 2} & d_1 & d_2 \end{bmatrix}.$$

В табл. 1, 2 представлены качественные показатели при $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 400 & 1 & 5 & 4,7 \end{bmatrix}$. Передаточная функция регулятора определяется выражением (31) при

$$k(p) = 0,64p^{9} + 3,62p^{8} + 8,62p^{7} + 11,2p^{6} + 8,52p^{5} + 3,9p^{4} + p^{3} + 0,16p^{2} + 0,0126p + 0,00037,$$

$$l(p) = p^{10} + 6,12p^{9} + 16,2p^{8} + 24,3p^{7} + 22,9p^{6} + 14,26p^{5} + 6p^{4} + 1,8p^{3} + 0,367p^{2} + 0,0484p + 0,00324,$$

Здесь и далее сравниваются системы, имеющие примерно одинаковое время регулирования. Переходная характеристика номинальной системы для расширенной модели объекта показана на рис. 2, δ . Для сравнения на рис. 3, a приведен график переходной характеристики системы, полученной на основе решения ЛКГ-задачи для исходной модели при параметрическом возмущении, заключающемся в увеличении коэффициента передачи передаточной функции (30) (k_0 =0,325) на 50 %, и номинальном значении постоянной времени. Аналогично на рис. 3, δ показана соответствующая переходная характеристика параметрически возмущенной системы для расширенной модели. Видно, что в последнем случае качество регулирования значительно выше.



При формировании H^2 -оптимальной системы управления для исходной модели объекта в уравнениях (2)—(4) было принято $B_1^0 = B_2^0 = B^0$, $C_1 = C_2 = C^0$. Была получена передаточная функция регулятора вида (31) с полиномами

$$k(p) = 0,284p^{4} + 0,193p^{3} + 0,05p^{2} + 0,0057p + 0,00025,$$

$$l(p) = p^{5} + 0,95p^{4} + 0,4p^{3} + 0,096p^{2} + 0,015p + 0,0014.$$

Качественные характеристики полученной системы управления представлены в табл. 1, 2. Перерегулирование увеличилось, но в целом номинальная переходная характеристика этой системы подобна показанной на рис. 2, a при примерно таком же значении времени регулирования. Далее рассматривалось H^2 -оптимальное управление для расширенной модели в

соответствии с формулами (5)—(17) при значении вектора параметров α₂ = [300 5 5 4,7]. В результате была получена передаточная функция регулятора вида (31) с полиномами

$$k(p) = 1,89p^{9} + 3,16p^{8} + 2,34p^{7} + p^{6} + 0,28p^{5} + 0,051p^{4} + 0,006p^{3} + 0,00047p^{2} + 2 \cdot 10^{-5}p + 3,77 \cdot 10^{-7},$$

$$l(p) = p^{10} + 2,28p^{9} + 2,45p^{8} + 1,63p^{7} + 0,75p^{6} + 0,25p^{5} + 0,06p^{4} + 0,01p^{3} + 0,0012p^{2} + 8,18 \cdot 10^{-5}p + 2,45 \cdot 10^{-6}.$$

Номинальная переходная характеристика подобна показанной на рис. 2, б.

Как видно из табл. 1, 2, расширение математической модели позволяет при одинаковом быстродействии улучшить остальные показатели системы, особенно ее грубость по отношению к неопределенности модели объекта: например, для H^2 -оптимальной системы управления показатель η уменьшается в 2,2/1,69=1,3 раза (см. табл. 2).

При этом интервал изменения относительного коэффициента передачи объекта $k_0/0,325$ (в модели (30)), при котором он сохраняет устойчивость, возрастает с $0 < k_0/0,325 \le 1,85$ до $0 < k_0/0,325 \le 2,6$, т.е. в 1,4 раза. Практически возможность ошибки задания k_0 , составляющая 260 %, означает работоспособность системы при произвольном задании коэффициента передачи.

Заключение. Использование идеи о разделении движений объекта с их последующей взаимной компенсацией для синтеза регулятора позволяет улучшить такие качественные показатели системы стабилизации, как точность, демпфирование и грубость при заданном быстродействии. В настоящей статье это показано для задачи синтеза H^2 -оптимальной системы управления и ЛКГ-задачи управления, что достигается за счет повышения порядка регулятора и увеличения энергетических затрат на управление.

Работа выполнена в соответствии с грантом (№ 2.1.2/7193) на целевую программу "Развитие научного потенциала высшей школы на 2009 г. (2009—2010 гг.)".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Янушевский Р. Т.* О грубости решения задачи аналитического конструирования регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1960. № 3. С. 18—25.
- 2. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Трудные задачи линейной теории управления. Некоторые подходы к решению // Автоматика и телемеханика. 2005. № 5. С. 7—46.
- 3. Бахилина И. М., Степанов С. А. Синтез грубых линейных квадратичных гауссовских регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1998. № 7. С. 96—106.
- 4. Фокин А. Л. Метод разделения движений и синтез робастной системы регулирования // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 45, № 4. С. 11—16.
- 5. Бороздин П. А., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л. Синтез робастной системы управления методами прямого поиска экстремума // Там же. 2007. Т. 50, № 5. С. 25—34.
- 6. Бороздин П. А., Сыроквашин В. В., Фокин А. Л. Робастное управление линейным инерционным объектом // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 41—49.
- 7. Бахтин А. В., Русинов Л. А., Фокин А. Л. Система управления удельной массой бумажного полотна // Автоматизация и современные технологии. 2000. № 11. С. 18—21.
- 8. Лобков С. В., Соколов Г. А., Фокин А. Л. Робастное управление стадией полимеризации низкомолекулярного силоксанового каучука // Хим. пром-сть. 2001. № 9. С. 20—27.

- В. В. Григорьев, Д. В. Козис, А. Н. Коровьяков, Ю. В. Литвинов
- 9. Афлятунов Р. М., Фокин А. Л., Харазов В. Г. Робастная стабилизация теплового режима работы трубчатых нагревательных печей нефтеперерабатывающей промышленности // Автоматизация в промышленности. 2004. № 7. С. 25—28.
- 10. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н. Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002.
- 11. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.

Антон Павлович Климов	Сведения об авторах — аспирант; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), кафедра автоматизации про-
Ольга Александровна Ремизова	цессов химической промышленности — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), кафедра ав- томатизации процессов химической промышленности;
Ирина Викторовна Рудакова	 E-mail: remizova-oa@yandex.ru канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), кафедра автоматизации процессов химической промышленности; mail: rudekowa@ws01 sapr pu ru
Александр Леонидович Фокин	 д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), кафедра ав- томатизации процессов химической промышленности; E-mail: fokin_sa@mail.ru
Рекомендована кафедрой автоматизации процессов химической промышленности	Поступила в редакцию 10.03.10 г.

26