В. Н. Назаров, А. Н. Иванов

ФОРМИРОВАНИЕ МУАР-ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ НА ЩЕЛИ МЕЖДУ КРАЕМ С КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНОЙ И ЗЕРКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Рассматривается модель формирования муар-интерференционных полос при дифракции излучения на щели, образованной между краем объекта, имеющим конечную толщину, и плоской отражающей поверхностью. Выведена зависимость, связывающая толщину края и форму полос.

Ключевые слова: дифракция, муар, измерения.

Введение. Совершенствование методов дифракционного контроля в целях увеличения их точности и чувствительности возможно, как показано в работах [1—3], при использовании особого распределения фазы входного сигнала на поверхности контролируемого объекта. Один из способов формирования необходимого распределения фазового сигнала — освещение объекта двумя волновыми фронтами, распространяющимися под углом 2θ , где θ — угол падения волны на объект [1, 2]. Тогда, в соответствии с теоремой трансляции для преобразования Фурье, изменение формы объекта приведет к появлению разности фаз частотных спектров, формирующихся при дифракции света:

$$\Phi = 2k \Delta |\theta| , \qquad (1)$$

где k — волновое число, Δ — смещение оси симметрии объекта.

В случае когда $\Delta = f(y)$, т.е. когда ось симметрии объекта смещается в соответствии с каким-либо законом, разность фаз Φ изменяется пропорционально смещению Δ . Наложение частотных спектров с разными значениями фазы приводит к появлению муар-интерференционных полос.

Для проверки данного положения были исследованы дифракционные картины на щели между краем объекта, имеющим малую толщину, и плоской отражающей поверхностью. Благодаря делению волнового фронта на зеркале формируются два волновых фронта, распространяющиеся под углом 20. В ходе расчетов было получено выражение, описывающее распределение амплитуды на щели в дальней области:

$$U(\omega_x, y') = A\operatorname{sinc}(k\,\omega_x\,a(y)/2)\cos((k\,\omega_x\,a(y) + k\,\Delta a(y)\,\theta)/2),\tag{2}$$

где $\omega_x = x'/z$ — пространственная частота; $a(y) = a_0 + \Delta a(y)$ — функция, описывающая изменение ширины щели (a) между зеркалом и краем объекта; $A = a(y)/\sqrt{z\lambda}$, y = y'.

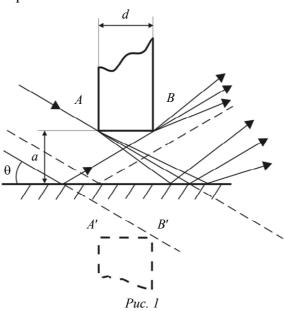
Численное моделирование в соответствии с выражением (2) показало, что при $\Delta a(y) = \alpha y$, где α — угол наклон края относительно поверхности зеркала, возникает муар-интерференционная картина полос равной ширины. Эти результаты были подтверждены экспериментально.

Расчет муар-интерференционной картины. С позиции практического применения метода дифракционного контроля целесообразно рассмотреть формирование муар-интерференционной картины на щели, образованной краем объекта, имеющим определенную толщину.

В качестве примера рассмотрим обладающий абсолютно поглощающей нижней гранью объект с прямоугольным краем (рис. 1). В этом случае муар образуется наложением частотных спектров, сформированных при дифракции света на кромках A и B. Так как прямая и отраженная волны падают на кромки объекта с разными по знаку углами, то при смещении кромок между их частотными спектрами появляется фазовый сдвиг, пропорциональный величине смещения:

$$\Phi = k \,\theta \,\Delta a / 2 + k \,\theta \,\Delta b / 2 \,, \tag{3}$$

где Δa и Δb — смещения кромок A и B.



Если объект наклонить относительно поверхности зеркала, то вдоль щели возникнет градиент фазы, и в дифракционной картине появится дополнительная система муаровых полос равной ширины.

Схему, приведенную на рис. 1, можно представить как объект типа бипланарная щель [4, 5], образованную кромкой A и изображением кромки B в зеркале (B'). Ширина волнового фронта, проходящего через такую щель, зависит от расстояния d и определяется выражением W = a + b', b' = b - d θ , где a и b — расстояния между кромками и зеркалом. Отраженный волновой фронт не будет проходить через щель, если выполняется условие b = d θ . С учетом вышеизложенного распределение амплитуды в дальней области характеризуется выражением

$$U(\omega_x, y) = (\exp(ikz)/ik\lambda) \left(C_1 \int_{-a(y)}^{0} \exp(ik(\omega_x + \theta)) dx + C_2 \int_{0}^{b'(y)} \exp(ik(\omega_x - \theta)) dx \right), \quad (4)$$

$$C_1 = \exp(-ik\Delta a(y)(\omega_x + \theta)/2)\exp(-ikd(\omega_x + \theta)^2/2),$$

$$C_2 = \exp(-ik\Delta a(y)(\omega_x - \theta)/2).$$

Полагая $\Delta a = \Delta b$ и пренебрегая виньетированием части волнового фронта, так как это приводит лишь к изменению начального значения разности фаз, упрощаем выражение (4):

$$U(\omega_x, y') \approx A \operatorname{sinc}(k \, \omega_x \, a(y)/2) \cos((k \, \omega_x \, a(y) + k \, \Delta a(y) \, \theta)/2 - k \, \omega_x^2 \, d\theta/4). \tag{5}$$

Численное моделирование в соответствии с выражениями (4) и (5) показало, что если

 $\Delta a(y) = \alpha \ y$, то ширина муаровых полос не меняется и составляет $S = \lambda/\alpha \, \theta$, но полосы искривляются. Это обусловлено продольным смещением кромок A и B, приводящим к появлению разности фаз частотных спектров: $\Phi_d = k \ d \ \omega_x^2/2$.

На рис. 2 представлена полученная в результате компьютерного моделирования муар-интерференционная картина на щели, образованной краем толщиной 1,2 мм.

Рассматривая функции sinc(·) и cos(·) выражения (5) как пространственные амплитудно-фазовые решетки, можно получить параметрическое уравнение муаровых полос



Puc. 2

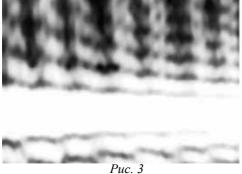
$$p = (2\Delta a(y)\theta - \omega_x^2 d - \lambda)/2\lambda, \tag{6}$$

где p — порядок полосы; в случае наклона на угол α выражение (6) принимает вид $y = (x^2 d/z^2 + \lambda(2p+1))/2\alpha\theta$.

Экспериментальное исследование. Для экспериментальной оценки предложенного метода был собран макет установки. В качестве контролируемого объекта использовался калиброванный цилиндр диаметром 13 мм с неотражающей поверхностью, изготовленный с допуском h9. Согласно методу эквивалентных диафрагм [4, 5] цилиндр можно заменить двумя полуплоскостями, смещенными относительно друг друга на расстояние $d = D\theta$, где D — диаметр цилиндра. Поэтому, оценив по муаровым полосам величину d, можно определить диаметр цилиндра D. Для оценки параметра d была создана цифровая методика обработки полос, позволяющая найти величину d по разности координат трех точек минимумов муаровой полосы:

$$d = (\Delta y_1 - \Delta y_2) \alpha \theta z^2 / (\Delta x_1 \Delta x_2),$$

где Δx_1 , Δy_1 — разности координат первой пары точек, Δx_2 , Δy_2 — разности координат второй пары точек.



Подробное описание алгоритма обработки муаринтерференционной картины и схема макета установки приведены в работе [6].

Экспериментально полученная муар-интерференционная картина изображена на рис. 3. Ее сравнение с численной моделью (см. рис. 2) показало хорошее качественное соответствие. Погрешность определения диаметра цилиндра по координатам муаровых полос составила порядка 3 %.

Заключение. Предложенный метод дифракционного контроля основан на использовании фазовой составляющей сигнала. Получено хорошее соответствие результатов численного моделирования и эксперимента. Исследована зависимость муаровых полос от толщины краев

объекта и выведено соответствующее выражение. Показано, что данный метод может быть использован для контроля геометрических параметров цилиндров большого диаметра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Санкт-Петербурга, грант № 28-04/18.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Назаров В. Н., Иванов А. Н.* Использование явления муара для увеличения точности дифракционных методов контроля геометрических параметров и пространственного положения объектов // Оптич. журн. 2009. Т. 76, № 1. С. 46—50.
- 2. Назаров В. Н., Иванов А. Н. Дифракционный метод контроля на основе "зеркальной" апертуры // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 4. С. 38—42.
- 3. Назаров В. Н., Линьков А. Е. Дифракционные методы контроля геометрических параметров и пространственного положения объектов // Оптич. журн. 2002. Т. 69, № 2. С. 76—81.
- 4. *Зебрева К. А., Чугуй Ю. В.* Расчет дифракционных явлений на 3D объектах постоянной толщины при различных конфигурациях освещения // Тр. VII Междунар. конф. "Прикладная оптика 2006". СПб, 2006. Т. 3. С. 258—267.
- 5. *Чугуй Ю. В.* Определение геометрических параметров протяженных объектов постоянной толщины по их дифракционным картинам // Автометрия. 1991. № 6. С. 76—92.
- 6. Иванов А. Н., Каракулев Ю. А., Михайлов В. М. Алгоритм измерения геометрических параметров объекта по его муар-интерференционной картине // Наст. выпуск. С. 33—37.

Сведения об авторах

Виктор Николаевич Назаров

канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов

Александр Николаевич Иванов

канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов;
 E-mail: i off@mail.ru

Рекомендована кафедрой компьютеризации и проектирования оптических приборов

Поступила в редакцию 26.04.11 г.