



УДК 331:519.7:62.50:681.306

## ИНТЕРВАЛЬНАЯ АДДИТИВНАЯ КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ ВРЕМЕННАЯ МОДЕЛЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА-ОПЕРАТОРА В КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СРЕДЕ

М.В. Сержантова<sup>а</sup>, А.В. Ушаков<sup>а</sup><sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: 79214215187@ya.ru

**Информация о статье**

Поступила в редакцию 01.12.14, принята к печати 25.02.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-329-337

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Сержантова М.В., Ушаков А.В. Интервальная аддитивная кусочно-полиномиальная временная модель деятельности человека-оператора в квазистатической функциональной среде // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 2. С. 329–337.

**Аннотация.** Рассмотрена проблема моделирования функциональной деятельности человека-оператора. Основным показателем его функционирования выделена производительность деятельности за время рабочей смены. Задача решена в классе аддитивных интервальных кусочно-полиномиальных временных представлений. Предположено, что формируют реальную производительность труда человека-оператора три взаимосвязанных процесса: вработывания, уставания и восстановления функциональных возможностей. Рекреативный интервал, выделенный для восстановления утраченных сил в течение первой половины рабочей смены, упадок которых вызван усталостью, накапливаемой за первую полусмену, авторами рассмотрен как системный фактор. При получении модели учтены: интервальность индивидуальных свойств человека-оператора, что позволяет наиболее полно и адекватно описывать функциональную деятельность человека-оператора; возможности кусочно-полиномиального представления, что позволило достаточно адекватно описать производительность его деятельности, минуя сложные аппроксимационные представления, которые накапливают ошибки итоговых оценок результатов деятельности человека-оператора. Полученная интервальная аддитивная кусочно-полиномиальная временная модель деятельности человека-оператора в квазистатической функциональной среде позволила анализировать ее и прогнозировать меры по управлению эффективностью деятельности функциональной деятельности человека-оператора в производственной квазистатической среде.

**Ключевые слова:** человек-оператор, функциональная деятельность, вработывание, уставание, рекреативный интервал, производительность труда, кусочно-полиномиальная аппроксимация, модели с интервальными параметрами.

**Благодарности.** Работа поддержана правительством Российской Федерации (Грант 074-U01) и Министерством образования и науки Российской Федерации (Проект 14. Z50.31.0031).

## INTERVAL ADDITIVE PIECEWISE POLYNOMIAL TIME OPERATION MODEL OF HUMAN-OPERATOR IN A QUASI-FUNCTIONAL ENVIRONMENT

M.V. Serzhantova<sup>а</sup>, A.V. Ushakov<sup>а</sup><sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: 79214215187@ya.ru

**Article info**

Received 01.12.14, accepted 25.02.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-329-337

Article in Russian

**Reference for citation:** Serzhantova M.V., Ushakov A.V. Interval additive piecewise polynomial time operation model of human-operator in a quasi-functional environment. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 329–337. (in Russian)

**Abstract.** We consider the modeling problem for the human-operator functional activity. Productivity is selected as the main indicator of his function during the working shift. The problem is solved in the class of additive interval piecewise polynomial time views. Real labor productivity of human-operator is suggested to be formed by three interrelated processes: warming-up, tiredness and functionality restoration. Recreational interval for restoration during the first half of the working shift after cumulative tiredness over the first half-shift is considered by the authors as a system-related factor. The model takes into account: interval character of the human-operator individual properties. This gives the possibility to describe more fully and adequately the functional activity of the human-operator. Piecewise polynomial representation made it possible to describe adequately his performance, without complex approximation representations that accumulate errors of final grades for the human-operator performance. Obtained interval additive piecewise polynomial time operation model of human-

operator activity in the quasi-static environment has given the possibility to analyze and predict functional measures for performance management of human-operator functional activity in manufacturing static environment.

**Keywords:** human-operator, functional activity, warming-up, tiredness, recreational interval, productivity, piecewise polynomial approximation, additive models with interval parameters.

**Acknowledgements.** This work was supported by the Government of the Russian Federation, Grant 074-U01 and the Russian Federation Ministry of Education and Science (Project 14. Z50.31.0031)

### Введение

Рассматриваются проблемы модельного представления функциональной деятельности человека-оператора (ЧО)<sup>1</sup> в квазистатической среде при обслуживании производственных мощностей, зафиксированных в пространстве. При решении поставленной задачи учитывался накопленный опыт [1–11] специалистов по управлению системами с человеком-оператором в их составе. При этом в основной массе перечисленных работ не учитывался тот факт, что при подборе ЧО по их индивидуальным свойствам последние всегда характеризуются заметным разбросом. К этому надо присовокупить, что свойства конкретного ЧО в зависимости от его текущего состояния также будут различаться. В связи со сказанным авторы предлагают формировать представление функциональной деятельности ЧО с использованием математических моделей с интервальными параметрами. Дополнительно надо отметить, что в приводимых выше работах используется традиционный дивидендно-мультипликативный подход для построения передаточной функции – матрицы, базирующийся на лапласовых образах выхода и входа системы [12], при этом позволяющий учитывать способность ЧО упреждать-экстраполировать развитие информационного процесса и проявлять форсирующие свойства, инерционность процесса восприятия информации, вызванная несовершенством ее представления и временем адаптации оператора к ней, инерционность моторной реакции, вызванная нервно-мышечной динамикой физиологического органа оператора, и чистое запаздывание, определенное его тренированностью, но, к сожалению, не учитывающее процесс усталости оператора.

Исследованием ЧО, задействованных в производственной функциональной статической среде, в основном заняты специалисты по научной организации труда, планированию производства и эргономике [4, 6, 7]. Для них, как правило, представляют интерес графики, иллюстрирующие процесс изменения производительности функциональной деятельности (труда) в течение рабочей смены, влияние на него фактора усталости, организации рабочих мест, рекреативных мероприятий и т.д. Фактический статистический материал, основанный на хронометраже деятельности и эргономических исследованиях ЧО этого типа достаточно обширен. Следует заметить, что формализация деятельности ЧО на уровне модельных представлений [6, 7] пока находится на зачаточном уровне. При этом обнаруживается возможность представления деятельности ЧО в квазистатической среде в форме аддитивной временной модели на основе использования аддитивных свойств сигналов, формируемых в сепаратных временных каналах, как элементов линейного функционального пространства [13].

Авторами учитывался тот факт, что всякая аппроксимация приводит к тому, что при интервализации задачи осуществляется интервализация не исходных параметров процессов, а параметров аппроксимирующей модели, что может приводить к накоплению погрешности интервальных представлений.

Мотивационным началом для написания статьи послужило желание заполнить обнаруженный системный пробел, так как, по мнению авторов, наличие математических моделей с интервальными параметрами представления деятельности ЧО в функциональной статической среде даст специалистам по научной организации труда, планированию производства и эргономике мобильный инструмент для решения большого круга практических задач при формировании трудовых коллективов и организации их труда с априори заданным разбросом индивидуальных свойств ЧО. Поставленная задача решается в два этапа: на первом этапе строится медианная модель деятельности ЧО с использованием кусочно-полиномиальных представлений, на втором этапе параметры этого представления интервализируются в соответствии с правилами интервальной математики.

### Медианная аддитивная кусочно-полиномиальная временная модель деятельности человека-оператора в квазистатической функциональной среде

Для построения аддитивной интервальной модели функциональной деятельности ЧО в производственной статической среде обратимся к кривым производительности ЧО за полусмену, типовой вид [7] кусочно-полиномиальной аппроксимации которой приведен на рис. 1.

На кривой (рис. 1) можно выделить следующие характерные точки и интервалы изменения производительности труда ЧО: (0) – старт рабочей смены; ( $t_{11}$ ) – точка реального начала трудовой деятельности, характеризующаяся переводом в рабочее состояние производственных мощностей; ( $t_{12}$ ) – точка достижения ЧО медианной номинальной производительности труда; ( $t_{13}$ ) – точка начала процесса устава-

<sup>1</sup> ГОСТ 26387-84. Система «Человек-машина». Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2006. 6 с.

ния, характеризующаяся окончанием интервала деятельности с медианной номинальной производительностью;  $(t_{14})$  – точка критической усталости (ТКУ), совпадающая с окончанием первой полусмены и началом рекреативного интервала;  $(0-t_{11})$  – интервал, занятый подготовительными операциями;  $(t_{11}-t_{12})$  – интервал вработывания в медианную номинальную производительность  $k$ ;  $(t_{13}-t_{14})$  – интервал прогрессирующего уставания, характеризующийся падением производительности труда, зафиксированный в точке «ТКУ» на уровне  $(1-\Delta_y)k = 0,7k$  так, что фактор усталости оценивается медианным значением показателя усталости  $\Delta_y = 0,3$ . Выделенные интервалы кривой (рис. 1) по данным [7] в зависимости от индивидуальных свойств ЧО могут быть охарактеризованы следующими медианными оценками их продолжительности:  $(0-t_{11})$  – 12 мин (0,2 ч);  $(t_{11}-t_{12})$  – 21 мин (0,35 ч);  $(t_{12}-t_{13})$  – 147 мин (2,45 ч). Эти величины в дальнейшем используются как базовые при построении медианного модельного представления ЧО.

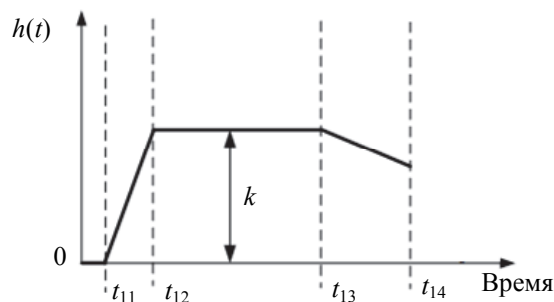


Рис. 1. Типовая кривая текущей производительности труда ЧО в течение рабочей полусмены

Для построения кривой производительности труда, аналогичной приведенной на рис. 1, для второй рабочей полусмены необходимо рассмотреть процесс восстановления работоспособности ЧО в рекреативный интервал. Для этого воспользуемся информацией, приведенной в [7], в соответствии с которой процесс  $h_B(t)$  восстановления работоспособности в медианном представлении может быть охарактеризован кривой, приведенной на рис. 2.

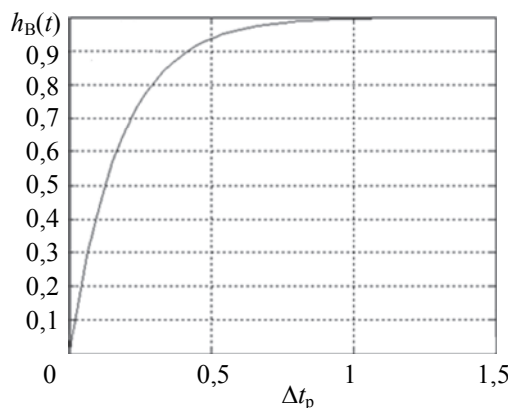


Рис. 2. Кривая восстановления работоспособности в рекреативный интервал

Кривая (рис. 2) позволяет оценить ситуации, характеризующиеся парой чисел «продолжительности интервала рекреации ( $\Delta t_p$ ) – степень восстановления  $(1-\Delta)k$ », которые сведены в табл. 1.

|                  |          |            |            |            |          |
|------------------|----------|------------|------------|------------|----------|
| $\Delta t_p$ , ч | 0,25     | 0,5        | 0,75       | 1,0        | $\infty$ |
| $(1-\Delta)k$    | $0,75 k$ | $0,9355 k$ | $0,9844 k$ | $0,9961 k$ | 1        |

Таблица 1. Зависимость степени восстановления  $(1-\Delta)k$  номинальной производительности ЧО от продолжительности интервала рекреации ( $\Delta t_p$ )

Из полученной табл. 1 видно, что при реальных продолжительностях рекреативного интервала полного восстановления производительности труда не происходит, таким образом, при формировании кривой производительности для второй полусмены, значение медианной номинальной производительности должно составлять величину, равную  $(1-\Delta)$  от медианной номинальной производительности первой

полусмены. Таким образом, типовая кривая изменения реальной производительности труда ЧО в течение рабочей смены принимает вид, представленный на рис. 3.

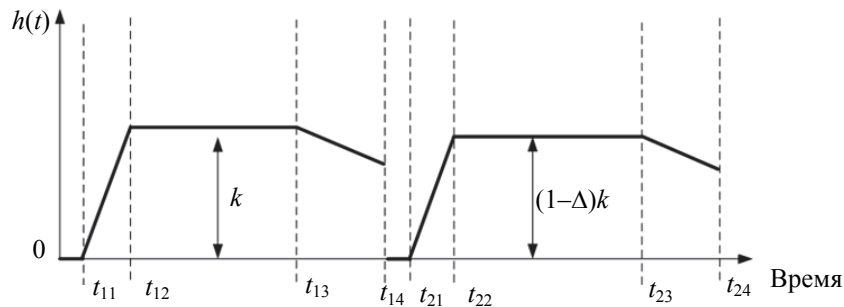


Рис. 3. Типовая кривая изменения производительности труда ЧО в течение рабочей смены реальным восстановлением ее в рекреативный интервал

На основе кривых (рис. 3) выделяются отдельные временные каналы для описания деятельности в квазистатической производственной среде. Так, производительность труда ЧО в первой полусмене будет описываться нижеследующими аддитивными компонентами. Начальный интервал  $(0 - t_{11})$  рабочей смены, занятый подготовительными операциями, характеризуется математическим представлением производительности труда в виде нулевого полинома нулевого порядка:

$$h_{0,11}(t) = 0 \cdot \{1(t) - 1(t - t_{11})\}. \quad (1)$$

Начальный интервал сменяется интервалом  $(t_{11} - t_{12})$  плавного вработывания, заканчивающимся достижением медианной величины  $k$  индивидуальной номинальной производительности труда, и характеризуется математическим представлением производительности труда в виде полинома первого порядка

$$h_{11,12}(t) = \frac{k}{t_{12} - t_{11}} (t - t_{11}) \cdot \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{11})\}. \quad (2)$$

Интервал  $(t_{12} - t_{14})$  в предположении отсутствия уставания ЧО характеризуется математическим представлением производительности труда в виде полинома нулевого порядка:

$$h_{12,14}(t) = k \cdot \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{14})\}. \quad (3)$$

Учет процесса уставания, который начинается в точке  $(t_{13})$ , удовлетворяющей неравенствам  $t_{12} \leq t_{13} \leq t_{14}$  и условию  $t_{13} = 3$  ч, характеризуется падением  $\Delta h_{13,14}(t)$  производительности труда ЧО, математически представляемым в виде полинома первого порядка:

$$\Delta h_{13,14}(t) = \frac{\Delta_y \cdot k}{t_{14} - t_{13}} (t - t_{13}) \cdot \{1(t - t_{13}) - (t - t_{14})\}, \quad (4)$$

где  $\Delta_y$  – максимальное падение производительности труда к концу полусмены с медианным значением  $\Delta_y = 0,3$ .

С учетом аддитивного характера процессов вработывания и уставания на основании соотношений (1)–(4) можно предложить аддитивное кусочно-полиномиальное математическое представление производительности функциональной деятельности ЧО  $h_{0,14}(t)$  за первую полусмену:

$$h_{0,14}(t) = h_{0,11}(t) + h_{11,12}(t) + h_{12,14}(t) - \Delta h_{13,14}(t) = \\ = k \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{t_{12} - t_{11}} (t - t_{11}) \cdot \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{11})\} + \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{14})\} - \\ & - \frac{\Delta_y}{t_{14} - t_{13}} (t - t_{13}) \cdot \{1(t - t_{13}) - (t - t_{14})\} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Очевидно, динамика изменения производительности функциональной деятельности ЧО во второй полусмене будет происходить по схеме аналитических представлений (1)–(4) с той разницей, что индивидуальная максимальная производительность труда будет достигать меньшего значения, равного  $k(1 - \Delta)$ , где  $\Delta$  – величина недокомпенсации усталости ЧО за первую полусмену в течение рекреативного интервала, представленная значениями в табл. 1. В итоге будем иметь математическое представление производительности труда на интервалах:

$$(t_{14} - t_{21}) : h_{14,21}(t) = 0 \cdot \{1(t - t_{14}) - 1(t - t_{21})\}; \quad (6)$$

$$(t_{21} - t_{22}) : h_{21,22}(t) = \frac{k \cdot (1 - \Delta)}{t_{22} - t_{21}} (t - t_{21}) \cdot \{1(t - t_{21}) - 1(t - t_{22})\}; \quad (7)$$

$$(t_{22} - t_{24}) : h_{22,24}(t) = k \cdot (1 - \Delta) \cdot \{1(t - t_{22}) - 1(t - t_{24})\}. \quad (8)$$

Учет процесса уставания во второй полусмене, который начинается в точке  $(t_{23})$ , удовлетворяющей неравенствам  $t_{22} \leq t_{23} \leq t_{24}$  и условию  $t_{23} = t_{14} + 3$  ч, характеризуется падением  $\Delta h_{23,24}(t)$  производительности труда ЧО, математически представляемым в виде полинома первого порядка

$$\Delta h_{23,24}(t) = \frac{\Delta_y \cdot k \cdot (1 - \Delta)}{t_{24} - t_{23}} (t - t_{23}) \cdot \{1(t - t_{23}) - (t - t_{24})\}, \quad (9)$$

в соотношениях (1)–(9)  $1(t - t_c)$  – сдвинутая на  $t_c$  единичная функция [12].

С учетом аддитивного характера процессов вработывания и уставания на основании соотношений (6)–(9) можно предложить аддитивное полиномиальное математическое представление производительности функциональной деятельности ЧО  $h_{14,24}(t)$  за вторую полусмену:

$$h_{14,24}(t) = h_{14,21}(t) + h_{21,22}(t) + h_{22,24}(t) - \Delta h_{23,24}(t) = k \cdot (1 - \Delta) \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{t_{22} - t_{21}} (t - t_{21}) \cdot \{1(t - t_{21}) - 1(t - t_{22})\} + \{1(t - t_{22}) - 1(t - t_{24})\} - \\ & - \frac{\Delta_y}{t_{24} - t_{23}} (t - t_{23}) \cdot \{1(t - t_{23}) - (t - t_{24})\} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Соотношения (5), (10) позволяют сформировать аддитивное кусочно-полиномиальное математическое представление производительности функциональной деятельности ЧО  $h_{0,24}(t)$  за полную рабочую смену в форме

$$h_{0,24}(t) = h_{0,14}(t) + h_{14,24}(t) = k \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{t_{12} - t_{11}} (t - t_{11}) \cdot \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{11})\} + \{1(t - t_{12}) - 1(t - t_{14})\} - \\ & - \frac{\Delta_y}{t_{14} - t_{13}} (t - t_{13}) \cdot \{1(t - t_{13}) - (t - t_{14})\} \end{aligned} \right\} + k \cdot (1 - \Delta) \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{t_{22} - t_{21}} (t - t_{21}) \cdot \{1(t - t_{21}) - 1(t - t_{22})\} + \{1(t - t_{22}) - 1(t - t_{24})\} - \\ & - \frac{\Delta_y}{t_{24} - t_{23}} (t - t_{23}) \cdot \{1(t - t_{23}) - (t - t_{24})\} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Перейдем теперь к построению модельного представления процесса формирования результатов функциональной деятельности (выработки) ЧО, характеризующейся представлением (11) ее производительности. Очевидно, квазистатическая сущность технологического оборудования позволяет приписать ему при оценке результатов функциональной деятельности ЧО  $y(t)$  свойство интегрирующего звена. В итоге количественно результат функциональной деятельности ЧО  $y(t)$  можно вычислить как интеграл по времени от производительности его деятельности  $h_{0,24}(t)$  (11). При этом, если организаторов производства интересует выработка на произвольный момент времени  $t = t^*$ , то при модельном представлении (11) реальной производительности труда необходимо в течение рабочего дня выделить шесть временных интервалов:

$$1. \quad t_{11} \leq t^* = t_{11} + \Delta t^* \leq t_{12}$$

$$y_{0,14}(t) \Big|_{t=t^*} = \int_{t_{11}}^{t_{11} + \Delta t^*} h_{0,14}(t) dt = \int_{t_{11}}^{t_{11} + \Delta t^*} h_{11,12}(t) dt = \frac{0,5k}{(t_{12} - t_{11})} (\Delta t^*)^2 \Big|_{\Delta t^* = t_{12} - t_{11}} = 0,5k(t_{12} - t_{11}); \quad (12)$$

$$2. \quad t_{12} \leq t^* = t_{12} + \Delta t^* \leq t_{13}$$

$$y_{0,14}(t) \Big|_{t=t^*} = \int_{t_{12}}^{t_{12} + \Delta t^*} h_{0,14}(t) dt = 0,5k(t_{12} - t_{11}) + \int_{t_{12}}^{t_{12} + \Delta t^*} h_{12,13}(t) dt = 0,5k(t_{12} - t_{11}) + k(\Delta t^*) \Big|_{\Delta t^* = t_{13} - t_{12}} = k(t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12})); \quad (13)$$

3.  $t_{13} \leq t^* = t_{13} + \Delta t^* \leq t_{14}$

$$y_{0,14}(t) \Big|_{t=t^*} = \int_{t_{11}}^{t_{13}+\Delta t^*} h_{0,14}(t) dt = k \left( t_{13} - \frac{t_{12} + t_{11}}{2} \right) + \int_{t_{13}}^{t_{13}+\Delta t^*} h_{13,14}(t) dt = k(t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12})) + k(t_{14} - t_{13}) - \frac{\Delta_y \cdot k}{t_{14} - t_{13}} \left\{ 0,5t^2 - t_{13}t \right\} \Big|_{t_{13}}^{t_{13}+\Delta t^*} \Big|_{\Delta t^* = t_{14} - t_{13}} = k \cdot \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) \right\} \tag{14}$$

4.  $t_{21} \leq t^* = t_{21} + \Delta t^* \leq t_{22}$

$$y_{0,24}(t) \Big|_{t=t^*} = k \left\{ 0,85t_{14} + 0,15t_{13} - 0,5(t_{12} + t_{11}) \right\} + \int_{t_{21}}^{t_{21}+\Delta t^*} h_{4,24}(t) dt = k \cdot \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) \right\} + \int_{t_{21}}^{t_{21}+\Delta t^*} h_{21,22}(t) dt = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) + 0,5(1 - \Delta)(t_{22} - t_{21}) \right\}; \tag{15}$$

5.  $t_{22} \leq t^* = t_{22} + \Delta t^* \leq t_{23}$

$$y_{0,24}(t) \Big|_{t=t^*} = \int_{t_{22}}^{t_{22}+\Delta t^*} h_{0,24}(t) dt = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) + 0,5(1 - \Delta)(t_{22} - t_{21}) \right\} + \int_{t_{22}}^{t_{22}+\Delta t^*} h_{22,23}(t) dt = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) + 0,5(1 - \Delta)(t_{22} - t_{21}) \right\} + k(1 - \Delta)(\Delta t^*) \Big|_{\Delta t^* = t_{23} - t_{22}} = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) + (1 - \Delta)(t_{23} - 0,5(t_{21} + t_{22})) \right\}; \tag{16}$$

6.  $t_{23} \leq t^* = t_{23} + \Delta t^* \leq t_{24}$

$$y_{0,24}(t) \Big|_{t=t^*} = \int_{t_{23}}^{t_{23}+\Delta t^*} h_{0,24}(t) dt = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) + (1 - \Delta)(t_{23} - 0,5(t_{21} + t_{22})) \right\} + \int_{t_{23}}^{t_{23}+\Delta t^*} h_{23,24}(t) dt \Big|_{\Delta t^* = t_{24} - t_{23}} = k \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{14} + 0,5\Delta_y t_{13} - 0,5(t_{11} + t_{12}) \right\} + k(1 - \Delta) \left\{ (1 - 0,5\Delta_y) t_{24} + 0,5\Delta_y t_{23} - 0,5(t_{21} + t_{22}) \right\}. \tag{17}$$

В приведенных выражениях (12)–(17) медианное значение  $k$  производительности деятельности ЧО формируется в силу условия

$$k = \arg \left\{ y(k, \Delta_y, \Delta, t, t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{14} = 4, t_{21}, t_{22}, t_{23}, t_{24} = 8) \Big|_{t=8} = 1 \right\}. \tag{18}$$

**Интервализация аддитивной медианной кусочно-полиномиальной модели функциональной деятельности человека-оператора**

Прежде чем решать задачу интервализации аддитивной кусочно-полиномиальной модели функциональной деятельности ЧО, построенной в предыдущем разделе, дадим некоторую информацию об интервальных представлениях числовых параметров. В соответствии с существующими представлениями [14] интервальное число (ИЧ)  $[\alpha]$  – это пара чисел  $(\underline{\alpha}, \bar{\alpha})$ , задающих соответственно его левую и правую граничные (угловые) реализации так, что оно получает представление

$$[\alpha] = [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]. \tag{19}$$

ИЧ  $[\alpha]$  может быть также записано [15] в виде тройки чисел

$$[\alpha] = \alpha_0 + [\Delta\alpha] = \alpha_0 + [\underline{\Delta\alpha}, \overline{\Delta\alpha}], \tag{20}$$

где  $\alpha_0$ ,  $[\Delta\alpha]$  – соответственно медианная и интервальная составляющие ИЧ с равными по модулю левой ( $\underline{\Delta\alpha}$  со знаком «минус») и правой ( $\overline{\Delta\alpha}$  со знаком «плюс») угловыми реализациями. Представления (19), (20) интервальных чисел позволяют записать систему соотношений

$$\alpha_0 = 0,5(\underline{\alpha} + \bar{\alpha}); \underline{\Delta\alpha} = \underline{\alpha} - \alpha_0; \overline{\Delta\alpha} = \bar{\alpha} - \alpha_0. \tag{21}$$

Соотношения (20) и (21) позволяют ввести такую характеристику ИЧ, как оценка  $\delta_1(\alpha)$  относительной интервальности ИЧ  $[\alpha]$ , задаваемую соотношением

$$\delta_1(\alpha) = \overline{\Delta\alpha} / \alpha_0 = -\underline{\Delta\alpha} / \alpha_0. \tag{22}$$

В свою очередь, соотношение (22) позволяет записать ИЧ  $[\alpha]$  в формах

$$[\alpha] = \alpha_0 + [-\alpha_0\delta_1(\alpha), \alpha_0\delta_1(\alpha)] = \alpha_0 \{1 + (\mp\delta_1(\alpha))\}. \quad (23)$$

Следует заметить, что при арифметических действиях с интервальными числами происходит рост относительной интервальности получаемых интервальных чисел в результате этих действий. В этой связи будет полезна информация о росте относительной интервальности результатов простейших операций над интервальными числами: обращение, перемножение, деление и их композиция, приведенная в табл. 2.

|  |   |       |      |       |       |       |       |       |
|--|---|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\delta_1 [(\#)] \%$                             | 0 | 5     | 10   | 15    | 20    | 25    | 30    | 50    |
| $\delta_1 [(*)]^{-1} \%$                         | 0 | 5     | 10   | 15    | 20    | 25    | 30    | 50    |
| $\delta_1 \{[(\circ)][(\bullet)]\} \%$           | 0 | 5     | 19,8 | 29,33 | 38,46 | 47,05 | 55,04 | 80    |
| $\delta_1 \{[(\bullet)][(*)]^{-1}\} \%$          | 0 | 10,25 | 21   | 32,25 | 44,4  | 56,25 | 69    | 125   |
| $\delta_1 \{[(\circ)][(\bullet)][(*)]^{-1}\} \%$ | 0 | 15,78 | 33,3 | 52,76 | 61,32 | 98,49 | 125,1 | 262,5 |

Таблица 2. Рост относительной интервальности результатов простейших операций над интервальными

Оценка относительной интервальности несет большую содержательную нагрузку, так как позволяет оценить те пределы относительной интервальности параметров, при которых факт учета или не учета их интервальности оказывается корректным и обязательным (в таблице затемненные участки соответствуют недопустимым значениям роста интервальности).

Обратимся к проблеме формирования интервальных представлений описания функциональной деятельности ЧО в условиях двух полусмен, разделенных рекреативным интервалом, в виде соотношений (14) и (17), причем первое используется как контрольное по результатам первой полусмены, а второе – как итоговое за весь рабочий день. Интервальное представление описания функциональной деятельности ЧО в форме (14) и (17) строится с использованием записи интервального числа в форме (23). В результате получим интервальные представления соотношений (14) и (17) вида

$$y_{0,14}(t) \Big|_{t=4} = k \{1 + (\mp\delta_1(k))\} \left\{ \begin{aligned} & \left( (1 - 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\}) t_{14} + \right. \\ & \left. + 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\} t_{13} \{1 + (\mp\delta_1(t_{13}))\} - \right. \\ & \left. 0,5(t_{11} \{1 + (\mp\delta_1(t_{11}))\} + t_{12} \{1 + (\mp\delta_1(t_{12}))\}) \right) \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

$$y_{0,24}(t) \Big|_{t=8} = k \{1 + (\mp\delta_1(k))\} \left\{ \begin{aligned} & \left( (1 - 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\}) t_{14} + 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\} t_{13} \{1 + (\mp\delta_1(t_{13}))\} - \right. \\ & \left. - 0,5(t_{11} \{1 + (\mp\delta_1(t_{11}))\} + t_{12} \{1 + (\mp\delta_1(t_{12}))\}) \right) \end{aligned} \right\} + \\ & \left\{ \begin{aligned} & \left( (1 - 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\}) t_{24} + \right. \\ & \left. + k \{1 + (\mp\delta_1(k))\} (1 - \Delta \{1 + (\mp\delta_1(\Delta))\}) \right) \left( + 0,5\Delta_y \{1 + (\mp\delta_1(\Delta_y))\} \{4 + t_{13} \{1 + (\mp\delta_1(t_{23}))\}\} - \right. \\ & \left. - 0,5(4 + t_{11} \{1 + (\mp\delta_1(t_{21}))\} + 4 + t_{12} \{1 + (\mp\delta_1(t_{22}))\}) \right) \end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

Дадим комментарий выражениям (24) и (25), представляющим собой интервализированные представления итогов функциональной деятельности ЧО за первую половину рабочей смены длительностью 4 ч и за всю смену длительностью 8 ч. В них не интервализированы времена окончания первой половины смены и всей смены в целом, потому что эти параметры не связаны с индивидуальными свойствами ЧО. Времена второй полусмены представлены в виде сумм  $t_{21} = 4 + t_{11}$ ;  $t_{22} = 4 + t_{12}$ ;  $t_{23} = 4 + t_{13}$ , при этом интервализируются вторые компоненты представлений, что может быть сделано независимо от переменных с такими же индексами из первой полусмены рабочего дня.

**Примеры использования аддитивной интервальной кусочно-полиномиальной модели функциональной деятельности человека-оператора в производственной статической среде**

В этом разделе рассматривается три примера ЧО при различных сочетаниях интервальных параметров их модельных представлений. Во всех примерах зафиксированы величины показателей усталости

$\Delta_y = 0,3$  и  $1 - \Delta|_{\Delta=0,0156} = 0,9844$  восстановления производительности деятельности за время рекреативного интервала (обеденного перерыва) длительностью  $\Delta t_p = 45 \text{ мин} = 0,75 \text{ ч}$ , которая в силу условия (18) принимает значение  $k = 0,1451(\text{ч})^{-1}$ . Зафиксированной величиной на всех примерах является также модуль оценки относительной интервальности для всех параметров модели ЧО на уровне значения  $|\delta_1(\alpha)| = 0,1(10\%)$ .

**Пример 1.** Модель ЧО с медианными значениями параметров:

$$k = 0,1451(\text{ч})^{-1}; t_{11} = 0,2 \text{ ч}; t_{12} = 0,55 \text{ ч}; t_{13} = 3,0 \text{ ч}; t_{14} = 4,0 \text{ ч};$$

$$t_{22} = 4,2 \text{ ч}; t_{23} = 4,55 \text{ ч}; t_{23} = 7,0 \text{ ч}; t_{24} = 8,0 \text{ ч}.$$

Процесс  $y(t)$  выработки продукта для этого случая представлен кривой 1 на рис. 4, количественные показатели этого процесса приведены в табл. 3.

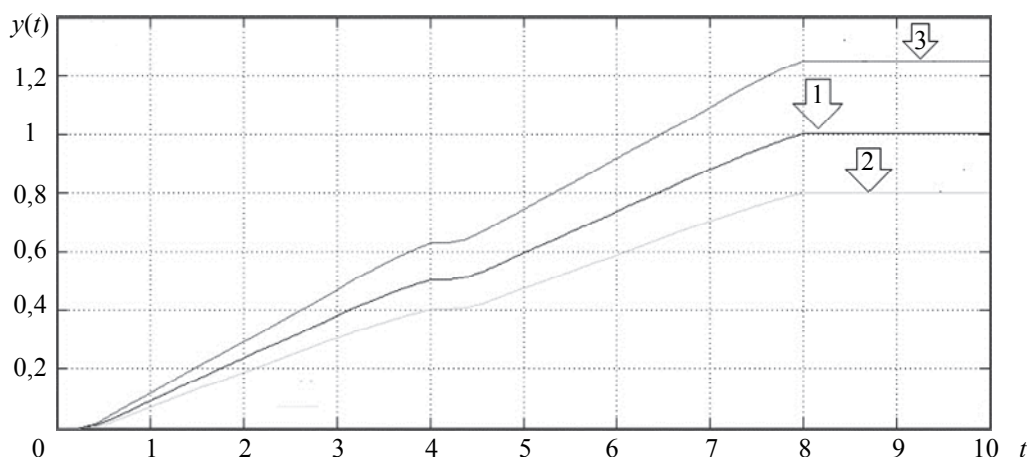


Рис. 4. Кривые процесса  $y(t)$  выработки ЧО продукта в течение рабочей смены: при медианных значениях параметров (1); при неблагоприятных угловых значениях параметров (2); при благоприятных угловых значениях параметров (3)

**Пример 2.** Модель ЧО с неблагоприятными угловыми значениями параметров, порождающими меньшую производительность, большую длительность интервала подготовительных операций, большую длительность вработывания и более раннее уставание:

$$k \cdot (1 + (-\delta_1(k) = -0,1)) = 0,1306(\text{ч})^{-1}; t_{11} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{11}) = +0,1)) = 0,22 \text{ ч};$$

$$t_{12} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{12}) = +0,1)) = 0,605 \text{ ч}; t_{13} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{13}) = -0,1)) = 2,7 \text{ ч};$$

$$t_{21} = 4 + t_{11} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{11}) = +0,1)) = 4,22 \text{ ч}; t_{22} = 4 + t_{12} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{12}) = +0,1)) = 4,605 \text{ ч};$$

$$t_{23} = 4 + t_{13} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{13}) = -0,1)) = 6,7 \text{ ч}.$$

Процесс  $y(t)$  выработки продукта для этого случая представлен кривой 2 на рис. 4, количественные показатели этого процесса приведены в табл. 3.

**Пример 3.** Модель ЧО с благоприятными угловыми значениями параметров, порождающими большую производительность, меньшую длительность интервала подготовительных операций, меньшую длительность вработывания и более позднее уставание:

$$k \cdot (1 + (+\delta_1(k) = +0,1)) = 0,1596 \left( (\text{ч})^{-1} \right);$$

$$t_{11} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{11}) = -0,1)) = 0,18 \text{ ч}; t_{12} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{12}) = -0,1)) = 0,495 \text{ ч};$$

$$t_{13} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{13}) = +0,1)) = 3,3 \text{ ч}; t_{21} = 4 + t_{11} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{11}) = -0,1)) = 4,18 \text{ ч};$$

$$t_{22} = 4 + t_{12} \cdot (1 + (-\delta_1(t_{12}) = -0,1)) = 4,495 \text{ ч}; t_{23} = 4 + t_{13} \cdot (1 + (+\delta_1(t_{13}) = +0,1)) = 7,3 \text{ ч}.$$

Процесс  $y(t)$  выработки продукта для этого случая представлен кривой 3 на рис. 4, количественные показатели этого процесса приведены в табл. 3.



| ЧО | Сочетание параметров модели ЧО | $k$    | $t_{11}$ | $t_{12}$ | $t_{13}$ | $t_{21}$ | $t_{22}$ | $t_{23}$ | $y(t) _{t=8}$ |
|----|--------------------------------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|
| 1  | медианное                      | 0,1451 | 0,2      | 0,55     | 3,0      | 4,2      | 4,55     | 7,0      | 1             |
| 2  | неблагоприятное                | 0,1306 | 0,22     | 0,605    | 2,7      | 4,22     | 4,605    | 6,7      | 0,8           |
| 3  | благоприятное                  | 0,1596 | 0,18     | 0,495    | 3,3      | 4,18     | 4,495    | 7,3      | 1,26          |

Таблица 3. Количественные показатели процесса  $y(t)$  выработки ЧО за смену

### Заключение

На основе типовой кривой изменения производительности труда в течение рабочей смены с помощью аппарата аддитивных кусочно-полиномиальных моделей, дополненного интервальными параметрическими представлениями, построено аналитическое описание деятельности человека-оператора в квазистатической функциональной среде, предоставляющее организаторам этой среды широкие возможности для решения проблем ее совершенствования.

### Литература

1. Jury E.I., Pavlidis T. A Literature survey of biocontrol systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 1963. AC-8. P. 210–217.
2. Baron S., Kleinman D.L., Miller D.C., Levison W.H., Elkind J.I. Application of optimal control theory to prediction of human performance in a complex task // Proc. 5<sup>th</sup> Annual NASA-University Conference on Manual Control. Cambridge, 1969. P. 367–387.
3. McRuer D.T., Krendel E.S. Mathematical models of human pilot behavior. AGARD, Tech. Rep. AGARD-AG-188, 1974. 84 p.
4. Sheridan T.B., Ferrell W.R. Man-machine systems: information, control, and decision models of human performance // The American Journal of Psychology. 1975. V. 88. N 4. P. 703–707. doi: 10.2307/1421912
5. Цибулевский И.Е. Человек как звено следящей системы. М.: Наука, 1981. 288 с.
6. Зайцев В.С. Системный анализ операторской деятельности. М.: Радио и связь, 1990. 119 с.
7. Шипилов А.И., Шипилова О.А. Высокая работоспособность персонала – забота кадровика // Кадры предприятия. 2003. № 3. С. 7–15.
8. Ефремов А.В., Оглоблин А.В., Кошеленко А.В. Закономерности характеристик действий человека-оператора в задачах непрерывного управления // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2006. № 7. С. 2–10.
9. Себряков Г.Г. Характеристики деятельности человека-оператора в динамических системах слежения и наведения летательных аппаратов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2007. № 11. С. 2–8.
10. Пупков К.А., Устюжанин А.Д. Оптимизация взаимосвязи человека и техники при управлении космическими объектами // Материалы 17<sup>й</sup> Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2010. С. 238–240.
11. Себряков Г.Г. Моделирование деятельности человека-оператора в полуавтоматических системах управления динамическими объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 4. С. 17–29.
12. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. СПб.: Профессия, 2003. 752 с.
13. Френкс Л. Теория сигналов: Пер. с англ. / Под ред. Д.Е. Вакмана. М.: Советское Радио, 1974. 344 с.
14. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. Новосибирск: Наука, 1986. 222 с.
15. Дударенко Н.А., Полякова М.В., Ушаков А.В. Формирование интервальных векторно-матричных модельных представлений антропокомпонентов-операторов в составе сложных динамических систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2010. № 6 (70). С. 32–36.

- Сержантова Майя Вячеславовна* – кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, 12noch@mail.ru
- Ушаков Анатолий Владимирович* – доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, 79214215187@ya.ru
- Maya V. Serzhantova* – PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, 12noch@mail.ru
- Anatoliy V. Ushakov* – D.Sc., Professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, 79214215187@ya.ru