



УДК 681.51

## АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНО МЕНЯЮЩЕЙСЯ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

Ле Ван Туан, М.М. Коротина, А.А. Бобцов, С.В. Арановский

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: [visaosang89@gmail.com](mailto:visaosang89@gmail.com)

### Информация о статье

Поступила в редакцию 20.11.18, принята к печати 12.12.18

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Ле Ван Туан, Коротина М.М., Бобцов А.А., Арановский С.В. Алгоритм идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 1. С. 52–58. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58

### Аннотация

Рассмотрена задача идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала, имеющего неизвестные амплитуду и фазу, возникающая, например, при управлении телескопом. Традиционно методы синтеза алгоритмов идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала используют неограниченные функции времени, что вызывает технические проблемы, поскольку в этом случае наличие шумов при измерении может существенно исказить настраиваемый параметр. Предложен подход к идентификации линейно меняющейся частоты, предусматривающий итеративную фильтрацию (с использованием линейных устойчивых звеньев первого порядка) измеряемого синусоидального сигнала, которая позволяет получить простую линейную регрессионную модель с одним неизвестным постоянным параметром. Приведены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие работоспособность представленного алгоритма идентификации. Компьютерное моделирование выполнено как при наличии шумов в измерениях, так и в их отсутствие. Путем компьютерного моделирования проведен сравнительный анализ предлагаемого подхода с полученными ранее методами, и показано, что представленное решение обеспечивает существенное повышение точности идентификации неизвестной частоты при наличии шумов.

### Ключевые слова

идентификация, синусоидальные сигналы, нестационарная частота, линейная регрессионная модель, робастность

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, контракт № 18-19-00627

## NEW IDENTIFICATION ALGORITHM FOR LINEARLY VARYING FREQUENCY OF SINUSOIDAL SIGNAL

Le Van Tuan, M.M. Korotina, A.A. Bobtsov, S.V. Aranovskiy

ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: [visaosang89@gmail.com](mailto:visaosang89@gmail.com)

### Article info

Received 20.11.18, accepted 12.12.18

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58

Article in Russian

**For citation:** Le Van Tuan, Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V. New identification algorithm for linearly varying frequency of sinusoidal signal. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 52–58 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-1-52-58

### Abstract

The paper deals with the problem of identification of linearly varying frequency of sinusoidal signal with unknown amplitude and phase. Identification task for linearly varying frequency occurs, for example, during telescope operation control and it is of practical interest. Existing synthesis methods for identification algorithms of linearly varying frequency of sinusoidal signal use unlimited functions of time that is not attractive from a technical point of view, since the measurement noise multiplied by an unlimited function tends to give extremely poor estimates of the tunable parameter. This paper proposes a new approach for identification of linearly varying frequency comprising iterative filtering of measured sinusoidal signal (with the use of linear first order stable components), which in turn gives the possibility to obtain a simple linear regression model with one unknown constant parameter. We present computer simulation results, illustrating the performance of the proposed identification algorithm. Computer modeling was performed both in the presence and absence of the

measurement noise. Also, comparative analysis of the proposed approach with the previously obtained methods was carried out within the framework of computer simulation. It was shown that the presented solution provides a significant improvement in the accuracy of an unknown frequency identification in the noise presence.

**Keywords**

identification, sinusoidal signals, non-stationary frequency, linear regression model, robustness

**Acknowledgements**

This work is supported by the Russian Science Foundation, project No. 18-19-00627.

**Введение. Математическая постановка задачи**

Синтез алгоритма идентификации линейно меняющейся частоты *необходим*, например, в задачах компенсации возмущений при управлении сложными техническими системами [1–4]. В [1] рассмотрена задача идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала, имеющего в том числе, неизвестные амплитуду и фазу. В результате анализа особенностей управления телескопом сделан вывод, что задача идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала возникает, если траектория движения оси телескопа состоит из участков движения с постоянной скоростью (в случае сопровождения медленных объектов) и участков равноускоренного движения (переход между различными объектами, сопровождение быстро движущихся объектов, проекция траекторий которых на азимутальную ось описывается параболой). В этом случае развитие зубцового момента (см. подробнее в [2–4]) во времени будет описываться гармонической функцией с линейно меняющейся частотой. Последнее, в свою очередь, обеспечивает актуальность рассматриваемой задачи идентификации линейно изменяющейся частоты синусоидального сигнала. В настоящей статье для идентификации частоты не предполагается использование регрессионной модели, содержащей неограниченные функции времени, что является более привлекательным с технической точки зрения.

Как и в работе [1], рассмотрим сигнал вида

$$y(t) = A \sin\left(\frac{\omega t^2}{2} + \varphi\right), \tag{1}$$

где  $A$ ,  $\omega$  и  $\varphi$  – неизвестные числа.

Ставится задача синтеза алгоритма идентификации неизвестной частоты  $\omega$ , обеспечивающего выполнение условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} = 0, \tag{2}$$

где  $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega$ .

Если частота синусоидального сигнала является постоянной величиной, то для ее идентификации можно использовать различные, хорошо известные методы (см., например, [5–11]), однако они неприменимы для задачи идентификации линейно изменяющейся частоты. В работе [1] для модели синусоидального сигнала вида (1) произведена параметризация, приводящая нелинейное относительно параметра  $\omega$  уравнение (1) к линейной регрессионной модели вида

$$p y(t) = (2p^2 + p)\xi_1 + \theta(\xi_2 + p\xi_3), \tag{3}$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования,  $\xi_1(t) = \frac{1}{(p+1)^2} y(t)$ ,  $\xi_2(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta(t)y(t)$ ,

$$\xi_3(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta^2(t)y(t), \quad \eta(t) = t \text{ и } \theta = -\omega^2.$$

Техническая реализация сигналов  $\xi_2(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta(t)y(t)$  и  $\xi_3(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta^2(t)y(t)$  может оказаться проблематичной, поскольку в случае использования чистого интегрирования сигналы  $\xi_2(t)$  и  $\xi_3(t)$  чувствительны к шумам. Для разъяснения последнего рассмотрим реализацию функции  $\eta(t)$

$$\dot{q} = 1 + \varepsilon(t), \tag{4}$$

где  $\varepsilon(t)$  – некоторый неучтенный сигнал, например, представляющий собой шум.

После интегрирования (4) имеем

$$q(t) = t + \int_0^t \varepsilon(s) ds,$$

откуда легко видеть, что функция  $q(t)$  отличается от искомой функции  $\eta(t)$  на величину  $\int_0^t \varepsilon(s) ds$ , которая, в свою очередь, при  $\varepsilon = \text{const}$  имеет неограниченный рост во времени. Аналогичная проблема может возникать, когда в измерениях сигнала  $y(t)$  содержится шум, т.е. доступен не  $y(t)$ , а сигнал

$$y_1(t) = y(t) + \varepsilon(t), \quad (5)$$

в этом случае

$$\xi_2(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta(t)y(t) + \frac{1}{(p+1)^2} \eta(t)\varepsilon(t),$$

$$\xi_3(t) = \frac{1}{(p+1)^2} \eta^2(t)y(t) + \frac{1}{(p+1)^2} \eta^2(t)\varepsilon(t).$$

Из приведенных уравнений легко видеть, что в случае (5) ошибка оценивания параметра  $\theta$  с использованием алгоритма (12), (13) из [1] может быть существенной.

Предлагаемый алгоритм идентификации параметра  $\theta = -\omega^2$  не содержит элементов  $\eta(t)$  и  $\eta^2(t)$ , он базируется на результатах [12, 13], позволяющих синтезировать алгоритмы идентификации нестационарных параметров для линейных регрессионных моделей.

### Основной результат

Рассмотрим уравнение (3). Последовательно используя соотношение  $\frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_1 \chi_2 = \chi_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_2 - \frac{1}{p+\alpha} \left( \dot{\chi}_1 \frac{\alpha}{p+\alpha} \chi_2 \right)$  (см., например, [14]), для  $\xi_2$  и  $\dot{\xi}_3$ , получим

$$\xi_2 = \frac{1}{p+1} \frac{1}{p+1} ty = \frac{1}{p+1} \left[ t \frac{1}{p+1} y \right] - \frac{1}{(p+1)^3} y = t \frac{1}{(p+1)^2} y - \frac{2}{(p+1)^3} y, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \xi_3 &= \frac{1}{p+1} \frac{1}{p+1} t^2 y = \frac{1}{p+1} \left[ t^2 \frac{1}{p+1} y - \frac{1}{p+1} \left[ t \frac{2}{p+1} y \right] \right] = \\ &= \frac{1}{p+1} \left[ t^2 \frac{1}{p+1} y \right] - \frac{1}{p+1} \left[ t \frac{2}{(p+1)^2} y - \frac{1}{p+1} \left[ \frac{2}{(p+1)^2} y \right] \right] = \\ &= \frac{1}{p+1} \left[ t^2 \frac{1}{p+1} y \right] - \frac{1}{p+1} \left[ t \frac{2}{(p+1)^2} y \right] + \frac{2}{(p+1)^4} y = \\ &= t^2 \frac{1}{(p+1)^2} y - \frac{1}{p+1} \left[ t \frac{2}{(p+1)^2} y \right] - t \frac{2}{(p+1)^3} y + \frac{1}{p+1} \frac{2}{(p+1)^3} y + \frac{2}{(p+1)^4} y = \\ &= t^2 \frac{1}{(p+1)^2} y - t \frac{2}{(p+1)^3} y + \frac{2}{(p+1)^4} y - t \frac{2}{(p+1)^3} y + \frac{4}{(p+1)^4} y = \\ &= t^2 \frac{1}{(p+1)^2} y - t \frac{4}{(p+1)^3} y + \frac{6}{(p+1)^4} y, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\alpha > 0$ , а  $\chi_1$  и  $\chi_2$  – любые дифференцируемые функции.

Откуда для  $\dot{\xi}_3$  получаем

$$\dot{\xi}_3 = 2t \frac{1}{(p+1)^2} y + t^2 \frac{p}{(p+1)^2} y - \frac{4}{(p+1)^3} y - t \frac{4p}{(p+1)^3} y + \frac{6p}{(p+1)^4} y. \quad (8)$$

Подставив (6) и (8) в уравнение (3), получим

$$\begin{aligned} py &= (2p^2 + p)\xi_1 + \theta \left( t \frac{1}{(p+1)^2} y - \frac{2}{(p+1)^3} y + \right. \\ &+ \left. 2t \frac{1}{(p+1)^2} y + t^2 \frac{p}{(p+1)^2} y - \frac{4}{(p+1)^3} y - t \frac{4p}{(p+1)^3} y + \frac{6p}{(p+1)^4} y \right) = \\ &= (2p^2 + p)\xi_1 + \theta \left( t^2 \frac{p}{(p+1)^2} y + t \left( \frac{3}{(p+1)^2} y - \frac{4p}{(p+1)^3} y \right) - \frac{6}{(p+1)^3} y + \frac{6p}{(p+1)^4} y \right) = \\ &= g_1 + \theta t^2 \varphi_{11} + \theta t \varphi_{12} + \theta \varphi_{13}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $g_1 = \frac{2p^2 + p}{(p+1)^2} y$ ,  $\varphi_{11} = \frac{p}{(p+1)^2} y$ ,  $\varphi_{12} = \frac{3}{(p+1)^2} y - \frac{4p}{(p+1)^3} y$ ,  $\varphi_{13} = -\frac{6}{(p+1)^3} y + \frac{6p}{(p+1)^4} y$ .

Используя оператор  $\frac{\alpha_1}{p+\alpha_1}$  для уравнения (9), получим

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \frac{p\alpha_1}{p+\alpha_1} y - \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} g_1 = \theta \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} t^2 \varphi_{11} + \theta \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} t \varphi_{12} + \theta \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{13} = \\
 &= \theta t^2 \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11} - \theta \frac{1}{p+\alpha_1} \left[ t \frac{2\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11} \right] + \theta t \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{12} - \theta \frac{\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{12} + \theta \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{13} = \\
 &= \theta t^2 \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11} - \theta t \frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{11} + \theta \frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^3} \varphi_{11} + \\
 &+ \theta t \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{12} - \theta \frac{\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{12} + \theta \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{13} = \\
 &= \theta t^2 \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11} + \theta t \left( -\frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{11} + \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{12} \right) + \\
 &+ \theta \left( \frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^3} \varphi_{11} - \frac{\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{12} + \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{13} \right) = \\
 &= \theta t^2 \varphi_{21} + \theta t \varphi_{22} + \theta \varphi_{23}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

где  $z_1 = \frac{p\alpha_1}{p+\alpha_1} y - \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} g_1$ ,  $\varphi_{21} = \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11}$ ,  $\varphi_{22} = -\frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{11} + \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{12}$ ,

$$\varphi_{23} = \frac{2\alpha_1}{(p+\alpha_1)^3} \varphi_{11} - \frac{\alpha_1}{(p+\alpha_1)^2} \varphi_{12} + \frac{\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{13}.$$

Умножим, соответственно, уравнения (9) и (10) на  $\varphi_{21}$ ,  $\varphi_{11}$  и вычтем одно из другого

$$\dot{y}\varphi_{21} - g_1\varphi_{21} - z_1\varphi_{11} = \theta t(\varphi_{12}\varphi_{21} - \varphi_{22}\varphi_{11}) + \theta(\varphi_{13}\varphi_{21} - \varphi_{23}\varphi_{11}) = \theta t\varphi_{32} + \theta\varphi_{33}, \tag{11}$$

где  $\varphi_{32} = \varphi_{12}\varphi_{21} - \varphi_{22}\varphi_{11}$  и  $\varphi_{33} = \varphi_{13}\varphi_{21} - \varphi_{23}\varphi_{11}$ .

Используем оператор  $\frac{\alpha_2}{p+\alpha_2}$  для уравнения (11):

$$\begin{aligned}
 z_2 &= \theta \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} t \varphi_{32} + \theta \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{33} = \theta \left( t \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{32} - \frac{\alpha_2}{(p+\alpha_2)^2} \varphi_{32} \right) + \theta \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{33} = \\
 &= \theta t \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{32} + \theta \left( -\frac{\alpha_2}{(p+\alpha_2)^2} \varphi_{32} + \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{33} \right) = \theta t \varphi_{42} + \theta \varphi_{43}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где  $z_2 = \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} (\dot{y}\varphi_{21} - g_1\varphi_{21} - z_1\varphi_{11})$ ,  $\varphi_{42} = \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{32}$ ,  $\varphi_{43} = -\frac{\alpha_2}{(p+\alpha_2)^2} \varphi_{32} + \frac{\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{33}$ .

Аналогично предыдущему действию, умножим уравнение (11) на  $\varphi_{42}$ , а (12) – на  $\varphi_{32}$ :

$$\dot{y}\varphi_{21}\varphi_{42} - g_1\varphi_{21}\varphi_{42} - z_1\varphi_{11}\varphi_{42} - z_2\varphi_{32} = \theta(\varphi_{33}\varphi_{42} - \varphi_{43}\varphi_{32}) = \theta\varphi_{53}, \tag{13}$$

где  $\varphi_{53} = \varphi_{33}\varphi_{42} - \varphi_{43}\varphi_{32}$ .

Поскольку уравнение (13) содержит нереализуемый член  $\dot{y}\varphi_{21}\varphi_{42}$ , то применим для него фильтр

$$\frac{1}{p+1}:$$

$$z_3 = \frac{1}{p+1} [\dot{y}\Phi] - \frac{1}{p+1} [g_1\varphi_{21}\varphi_{42} + z_1\varphi_{11}\varphi_{42} + z_2\varphi_{32}] = \theta\Psi, \tag{14}$$

где  $\Phi = \varphi_{21}\varphi_{42}$ ,  $\Psi = \frac{1}{p+1} \varphi_{53}$  и  $\frac{1}{p+1} [\dot{y}\Phi] = \Phi \frac{p}{p+1} y - \frac{1}{p+1} \left[ \dot{\Phi} \frac{p}{p+1} y \right]$ ,

$$\dot{\Phi} = \dot{\varphi}_{21}\varphi_{42} + \varphi_{21}\dot{\varphi}_{42} = \varphi_{42} \frac{p\alpha_1}{p+\alpha_1} \varphi_{11} + \varphi_{21} \frac{p\alpha_2}{p+\alpha_2} \varphi_{32}.$$

Таким образом, получено уравнение первого порядка, для которого можно использовать различные подходы к оцениванию параметра  $\theta$ . Воспользуемся алгоритмом, аналогичным [15]

$$\dot{\hat{\theta}} = -\kappa\Psi^2\hat{\theta} + \kappa\Psi z_3, \tag{15}$$

где с помощью коэффициента  $\kappa > 0$  можно регулировать быстродействие параметрической сходимости.

Для иллюстрации работоспособности предложенного алгоритма идентификации рассмотрим пример.

**Пример**

Сравним алгоритм идентификации (15) с опубликованным в [1]. Сначала, следуя [1], зададим  $A = 2$ ,  $\omega = 0,1$ ,  $\varphi = -2$  и промоделируем алгоритм (15) для  $\alpha_1 = 2$ ,  $\alpha_2 = 3$  и  $\kappa = 10000$ . На рис. 1, *a* и *б* представлены графики моделирования соответственно для алгоритма из статьи [1] и представленного в настоящей работе. Легко видеть, что оба подхода обеспечивают выполнение условия (2). Теперь рассмотрим более реалистичный случай, когда сигнал  $y(t)$  измеряется неточно (см. уравнение (5)). В качестве  $\varepsilon(t)$  выберем частотно ограниченный белый шум с мощностью  $N = 0,001$  и промоделируем оба алгоритма. Из графика переходного процесса переменной  $\hat{\omega}$  (рис. 2) в случае использования алгоритма [1] легко видеть, что оценки  $\omega = 0,1$  неудовлетворительны. Однако оценки, полученные с помощью алгоритма, представленного в настоящей статье, при  $\omega = 0,1$ , существенно точнее и могут быть улучшены за счет выбора коэффициента  $\kappa > 0$  (рис. 3). Таким образом, предлагаемый в настоящей статье алгоритм является робастным по отношению к шумам.

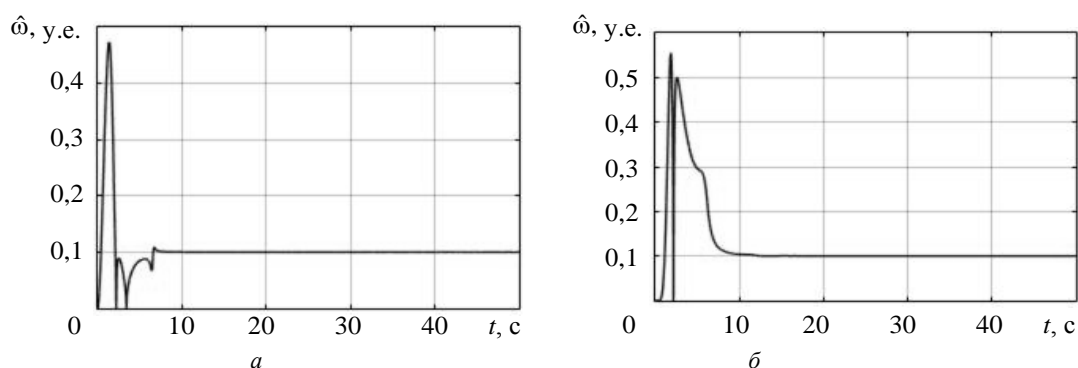


Рис. 1. График переходных процессов переменной  $\hat{\omega}$  при отсутствии шума  $\varepsilon(t)$ :

*a* – алгоритм из [1],  $\omega = 0,1$ ,  $A = 2$ ,  $\varphi = -2$ ,  $\kappa = 1$ ,

*б* – предложенный в настоящей статье,  $\omega = 0,1$ ,  $A = 2$ ,  $\varphi = -2$ ,  $\alpha_1 = 2$ ,  $\alpha_2 = 3$  и  $\kappa = 10000$

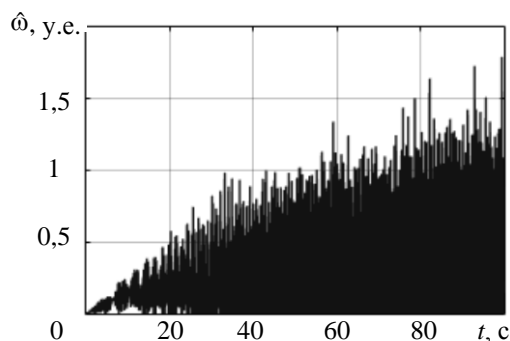


Рис. 2. График переходных процессов переменной  $\hat{\omega}$  при наличии шума  $\varepsilon(t)$ : алгоритм (12), (13) из [1] при  $\omega = 0,1$ ,  $A = 2$ ,  $\varphi = -2$ ,  $\kappa = 0,001$

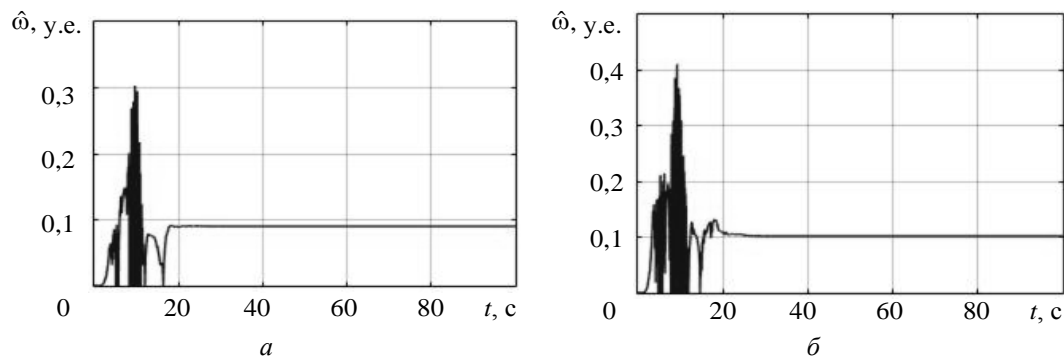


Рис. 3. График переходных процессов переменной  $\hat{\omega}$  при наличии шума  $\varepsilon(t)$ : алгоритм (15) при  $\omega = 0,1$ ,  $A = 2$ ,  $\varphi = -2$ ,  $\alpha_1 = 0,2$ ,  $\alpha_2 = 0,3$ ,  $\kappa = 15$  (*a*) и  $100$  (*б*)

### Заключение

В настоящей статье предложен алгоритм идентификации линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала вида (1), обеспечивающий выполнение целевого условия (2). Проведенное компьютерное моделирование наглядно иллюстрирует лучшее качество оценивания алгоритма (15) по сравнению с представленным в работе [1], а также его робастность к неучтенным шумам.

### Литература

1. Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Идентификация линейно меняющейся частоты синусоидального сигнала // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 1 (77). С. 28–32.
2. Васильев В.Н., Томасов В.С., Шаргородский В.А., Садовников М.А. Состояние и перспективы развития прецизионных электроприводов комплексов высокоточных наблюдений // Изв. вузов. Приборостроение. 2008. Т. 51. № 6. С. 5–12.
3. Аракелян А.К., Афанасьев А.А. Вентильные электрические машины. М.: Энергоатомиздат, 1997. 236 с.
4. Erm T., Sandrock S. Adaptive correction of periodic errors improves telescope performance // Proc. American Control Conference. Portland, USA, 2005. V. 6. P. 3776–3777. doi: 10.1109/acc.20
5. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // European Journal of Control. 2010. V. 16. N 2. P. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
6. Hou M. Parameter identification of sinusoids // IEEE Transactions on Automatic Control. 2012. V. 57. N 2. P. 467–472. doi: 10.1109/TAC.2011.2164736
7. Marino R., Tomei P. Frequency estimation of periodic signals // Proc. European Control Conference. Strasbourg, France, 2014. P. 7–12. doi: 10.1109/ecc.2014
8. Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А., Колубин С.А. Оценивание параметров полигармонического сигнала // Автоматика и телемеханика. 2015. № 8. С. 94–114.
9. Bobtsov A.A., Efimov D., Pyrkina A.A., Zolghadri A. Switched algorithm for frequency estimation with noise rejection // IEEE Transactions on Automatic Control. 2012. V. 57. N 9. P. 2400–2404. doi: 10.1109/TAC.2012.2186685
10. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkina A.A., Gritchenko P.A. Adaptive filters cascade applied to a frequency identification improvement problem // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. 2016. V. 30. N 5. P. 677–689. doi: 10.1002/acs.2602
11. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. V. 49. N 13. P. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
12. Ле В.Т., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Новый алгоритм идентификации нестационарных параметров для линейной регрессионной модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 5. С. 952–955. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
13. Ван Ц., Ле В.Т., Пыркин А.А., Колубин С.А., Бобцов А.А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. (в печати).
14. Ioannou P.A., Sun J. Robust Adaptive Control. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996. 825 p.
15. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.

### Авторы

Ле Ван Туан – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 57194111054, ORCID ID: 0000-0002-8693-3105, visaosang89@gmail.com

### References

1. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkina A.A. Identification of the linearly varying frequency for the sinusoidal signal. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 1, pp. 28–32. (in Russian)
2. Vasiliev V.N., Tomasov V.S., Shargorodsky V.D., Sadovnikov M.A. Precision electric drive systems used in high accuracy complexes of watching for space objects, current statement and development prospects. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2008, vol. 51, no. 6, pp. 5–12. (in Russian)
3. Arakelyan A.K., Afanas'ev A.A. *Valve Electrical Machines*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1997, 236 p. (in Russian)
4. Erm T., Sandrock S. Adaptive correction of periodic errors improves telescope performance. *Proc. American Control Conference*. Portland, USA, 2005, vol. 6, pp. 3776–3777. doi: 10.1109/acc.20
5. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal. *European Journal of Control*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 129–139. doi: 10.3166/ejc.16.129-139
6. Hou M. Parameter identification of sinusoids. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 2, pp. 467–472. doi: 10.1109/TAC.2011.2164736
7. Marino R., Tomei P. Frequency estimation of periodic signals. *Proc. European Control Conference*. Strasbourg, France, 2014, pp. 7–12. doi: 10.1109/ecc.2014
8. Pyrkina A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A., Kolyubin S.A. Estimation of polyharmonic signal parameters. *Automation and Remote Control*, 2015, vol. 76, no. 8, pp. 1400–1416. doi: 10.1134/S0005117915080068
9. Bobtsov A.A., Efimov D., Pyrkina A.A., Zolghadri A. Switched algorithm for frequency estimation with noise rejection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, vol. 57, no. 9, pp. 2400–2404. doi: 10.1109/TAC.2012.2186685
10. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkina A.A., Gritchenko P.A. Adaptive filters cascade applied to a frequency identification improvement problem. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2016, vol. 30, no. 5, pp. 677–689. doi: 10.1002/acs.2602
11. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 99–104. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.934
12. Le Van Tuan, Bobtsov A.A., Pyrkina A.A. New algorithm of variable parameters identification for linear regression model. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 952–955 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
13. Wang J., Le Van Tuan, Pyrkina A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. Identification of piecewise linear parameters of regression models of non-stationary deterministic systems. *Avtomatika i Telemekhanika*, 2018, no. 12. (in Russian) (in press)
14. Ioannou P.A., Sun J. *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River, Prentice Hall, 1996, 825 p.
15. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p. (in Russian)

### Authors

Le Van Tuan – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 57194111054, ORCID ID: 0000-0002-8693-3105, visaosang89@gmail.com

**Коротина Марина Михайловна** – студент, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, ORCID ID: 0000-0002-5716-9662, korotina.marina@gmail.com

**Бобцов Алексей Алексеевич** – доктор технических наук, профессор, директор мегафакультета, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 8046819200, ORCID ID: 0000-0003-1854-6717, bobtsov@mail.ru

**Арановский Станислав Владимирович** – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 36240341000, ORCID ID: 0000-0002-2151-5594, s.aranovskiy@gmail.com

**Marina M. Korotina** – student, engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, ORCID ID: 0000-0002-5716-9662, korotina.marina@gmail.com

**Alexey A. Bobtsov** – D.Sc., Professor, Director of School of Computer Technologies and Control, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 8046819200, ORCID ID: 0000-0003-1854-6717, bobtsov@mail.ru

**Stanislav V. Aranovskiy** – D.Sc., Leading scientific researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 36240341000, ORCID ID: 0000-0002-2151-5594, s.aranovskiy@gmail.com