

УДК 621.391.14

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1139-1150

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛА ПРИ ПРОТЯЖЕННЫХ ПРОПУСКАХ И РЕДКОМ ПОСТУПЛЕНИИ ИЗМЕРЕНИЙ

О.В. Зайцев

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация
 Адрес для переписки: olgerd@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 10.09.19, принята к печати 15.10.19
 Язык статьи — русский

Ссылка для цитирования: Зайцев О.В. Исследование эффективности алгоритмов восстановления сигнала при протяженных пропусках и редком поступлении измерений // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2019. Т. 19. № 6. С. 1139–1150. doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1139-1150

Аннотация

Предмет исследования. Проведено исследование эффективности алгоритмов камерального восстановления сигнала при наличии одиночных протяженных пропусков и редком поступлении измерений. Количественное сравнение алгоритмов проведено путем моделирования и камеральной обработки реальных позиционных решений приемника спутниковой навигации. Мерой эффективности алгоритмов являлась среднеквадратическая погрешность. **Метод.** Рассматривается алгоритм восстановления на основе квадратичной модели с учетом ограничений на величину сигнала и его производную. Алгоритм известен из литературы, однако, в задачах спутниковой навигации применен впервые. Два других алгоритма, с которыми производится сравнение, — квадратичная аппроксимация без учета ограничений и линейная интерполяция. **Основные результаты.** После анализа полученных результатов выработаны следующие рекомендации по использованию алгоритмов восстановления с целью достижения минимальной среднеквадратической погрешности восстановления. Установлено, что наилучшим из рассматриваемых алгоритмов с точки зрения точности является квадратичная аппроксимация с ограничениями, однако, при восстановлении сигнала в период протяженного пропуска измерений в начале и в конце пропуска лучше использовать линейную интерполяцию. Для достижения минимальной среднеквадратической погрешности в центральной части пропуска рекомендуется использовать алгоритм с ограничениями и разбивать фрагмент обрабатываемой реализации измерений так, чтобы на участке пропуска измерений находилось не более одного стыка интервалов полиномиального представления восстанавливаемого сигнала. При коротких интервалах измерений слева и справа от пропуска наилучшим вариантом является разбиение фрагмента реализации на два интервала. При восстановлении сигналов в условиях редко поступающих измерений целесообразно выбирать длительность интервала полиномиального представления меньше, чем период дискретности измерений. **Практическая значимость.** Применение разработанных алгоритмов позволяет повысить точность позиционирования потребителей глобальных навигационных спутниковых систем, однако область их применения может быть более обширной и включать в себя постобработку полевых измерений в задачах геодезии и картографирования.

Ключевые слова

оценивание сигнала, моделирование, камеральная обработка, натурные данные, приемник спутниковой навигации

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-08-01101А.

doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1139-1150

EFFICIENCY RESEARCH OF SIGNAL RECOVERY ALGORITHMS WITH LONG GAPS AND RARE ARRIVAL OF MEASUREMENTS

O.V. Zaitsev

Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation
 Corresponding author: olgerd@yandex.ru

Article info

Received 10.09.19, accepted 15.10.19
 Article in Russian

For citation: Zaitsev O.V. Efficiency research of signal recovery algorithms with long gaps and rare arrival of measurements. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2019, vol. 19, no. 6, pp. 1139–1150 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2019-19-6-1139-1150

Abstract

Subject of Research. Efficiency study of cameral signal recovery algorithms is carried out in the presence of single long gaps and rare arrival of measurements. Quantitative comparison of the algorithms is performed by modeling and cameral processing of satellite navigation receiver real solutions. The standard error is an algorithm measure of efficiency. **Method.** The algorithm is considered based on a quadratic model taking into account constraints on the signal size and its derivative. The algorithm is known from the literature, however, it is used for the first time in satellite navigation problems. Moreover, comparison is made with the other two algorithms: quadratic approximation without regard to constraints and linear interpolation. **Main Results.** After analyzing the results, the following recommendations have been developed on the use of recovery algorithms in order to achieve the minimum mean square error of recovery. It is established that the quadratic approximation with constraints is the best of the considered algorithms in terms of accuracy; however, when recovering the signal during the long-term measurement absence at the beginning and at the end of the gap, it is better to use linear interpolation. In order to achieve the minimum standard error in the central part of the gap, it is recommended to use the algorithm with constraints and break down a fragment of the processed measurement implementation so that no more than one polynomial interval junction of the restored signal is located on the measurement absence section. For short measurement intervals to the left and to the right of the gap, the best option is to split the implementation fragment into 2 intervals. In case of the signal restoration under conditions of rarely received measurements, it is advisable to choose the interval duration of the polynomial representation less than the period of measurement discreteness. **Practical Relevance.** The application of the developed algorithms can improve the positioning accuracy for the users of global-positioning satellite systems, however, their application area may be more extensive and include post-processing of field measurements in geodesy and mapping tasks.

Keywords

signal estimation, modeling, cameral processing, field data, satellite navigation receiver

Acknowledgements

This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research, project No. 18-08-01101A.

Введение

Наличие пропусков или редкое поступление измерений является серьезной проблемой, с которой приходится сталкиваться в экономических и статистических исследованиях [1], медицине [2, 3], задачах распознавания образов [4], астрофизике [5], при учете технических данных на предприятиях [6], а также в задачах позиционирования по данным приемника спутниковой навигации в неблагоприятных условиях приема сигналов [7, 8]. Для алгоритмов восстановления сигнала важно достижение высокой точности оценок с приемлемыми вычислительными затратами.

В настоящей статье проводится сравнительный анализ трех алгоритмов, позволяющих восстановить сигнал в условиях пропуска или редкого поступления измерений. Это алгоритм квадратичного восстановления с ограничениями (КВО). Имеется в виду учет ограничений на уровень сигнала и его производную. Алгоритм квадратичного восстановления (КВ), не учитывающий эти ограничения, а, кроме того, алгоритм линейной интерполяции (ЛИ). Эффективность этих алгоритмов, с одной стороны, проверяется путем моделирования с гармоникой в качестве восстанавливаемого сигнала, а с другой — с применением реальных данных приемника спутниковой навигации, когда в камеральных условиях восстанавливаются прецизионные решения, полученные по фазовым измерениям глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) в дифференциальном режиме. Поясним, что непрерывность решений по фазовым измерениям ГНСС нарушается из-за невозможности разрешить фазовую неоднозначность на отдельных интервалах. Это происходит даже при использовании коммерческого программного обеспечения, предназначенного для решения геодезических задач на основе фазовых измерений ГНСС. Решения по кодовым измерениям ГНСС характеризуются более высокой стабильностью поступления, но и более низкой точностью. Оценка и компенсация погрешности кодовых решений позволяет приблизиться к точности фазовых решений при их фактическом отсутствии.

**Анализ современных методов оценивания во временной области,
пригодных для восстановления сигнала при пропусках в поступлении измерений**

Нетривиальность задачи восстановления пропусков в спутниковой навигации связана со сложным, трудно моделируемым изменением спутниковых измерений и навигационных решений. Их динамика зачастую не поддается описанию с помощью стохастических моделей, которые необходимы для применения алгоритмов на основе фильтра Калмана (ФК) [9]. Это заставляет обратить внимание на альтернативные методы оценивания, работающие в условиях стохастической неопределенности (адаптивные многоальтернативные [10–12], робастные [13]). Методы, не использующие допущений о стохастическом описании рассматриваемых процессов (авторегрессия [14], метод главных компонент [15], нейронные сети [16] и пр.), также получили распространение на практике.

Основные преимущества и недостатки упомянутых методов приведены в табл. 1.

Следует отметить, что некоторым перечисленным в табл. 1 методам восстановления пропусков свойственна значительная трудоемкость (метод главных компонент, авторегрессия с высоким порядком модели, адаптивные многоальтернативные методы). Алгоритмы калмановского типа демонстрируют высокую точ-

ность оценок только при использовании модели динамики, полностью соответствующей измерениям. Это условие трудно выполнить при обработке малопредсказуемой спутниковой информации. Также все описанные выше методы никак не используют ограничения на диапазон изменения ее величины и производных, хотя они по условию задачи вполне могут быть известны. Как будет показано ниже, учет такой априорной информации в алгоритме оценивания благоприятно сказывается на точности оценок.

Таблица 1. Преимущества и недостатки методов, используемых для восстановления сигнала при пропусках в поступлении измерений

| Метод | Преимущества | Недостатки |
|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Калмановские алгоритмы | 1. Оптимальны по критерию минимума среднеквадратической ошибки в классе линейных оценок при известной модели. 2. Возможно вычислить характеристику точности полученных оценок | Требуется знание модели динамики |
| Адаптивные многоальтернативные | Могут обеспечить оптимальное решение при неизменном множестве гипотез | 1. Возможность рассмотреть лишь счетное число гипотез. 2. Трудоемкость, возрастающая с ростом гипотез. Экономичные решения без применения банка ФК возможны только при выполнении специальных условий |
| Робастные гарантирующие | 1. Не требуют стохастического описания; 2. Всегда гарантируется определенная точность оценок | Решения ориентируются на наиболее пессимистический сценарий, который возможно никогда не реализуется |
| Авторегрессия | 1. Процесс описывается известной линейной моделью с легко вычисляемыми коэффициентами (методом наименьших квадратов, ФК); 2. Позволяет вычислить характеристику точности полученных оценок | 1. Нет единого критерия выбора порядка модели; 2. Большой порядок модели сильно замедляет работу алгоритма |
| Метод главных компонент | 1. Адаптивность используемого базиса к свойствам сигнала; 2. Высокая точность оценок | Значительная трудоемкость, так как при вычислении главных компонент матрицы их собственные векторы рассчитываются итеративно до сходимости алгоритма |
| Нейронные сети | 1. Не требуется формализованное описание динамики; 2. Требуют небольшой объем знаний для проектирования | 1. Требуется полнота обучающей выборки; 2. Структура сети иногда подбирается эмпирически |
| Линейная интерполяция | Предельная простота реализации | 1. Невозможно передать плавную динамику процесса 2. При формировании оценки не учитывается накопленная предыстория измерений |

Сказанное обуславливает актуальность применения легко реализуемого алгоритма, не использующего детализированную модель исследуемого процесса. Перспективным и, как будет далее показано, результативным способом решения поставленной задачи является построение алгоритма на основе метода [17], позволяющего использовать универсальное полиномиальное представление непрерывно-дифференцируемого сигнала с учетом ограничений как на величину сигнала, так и на его производную. Выбранный метод уже успешно применялся для повышения точности при оценивании случайных процессов [18] и для прогнозирования дифференциальных поправок ГНСС [19].

Постановка задачи и формула ее решения

Пусть измерение представляет собой скалярный процесс:

$$y_k = g(t_k) + \mathbf{H}(t_k) \cdot \mathbf{x}_k + n_k, \quad (1)$$

где \mathbf{x}_k — вектор, описывающий коррелированные во времени помехи с помощью модели $\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_k \cdot \mathbf{x}_{k-1} + w_k$, $\mathbf{H}(t_k)$, $\mathbf{\Phi}_k$ — известные матрицы; w_k , n_k — взаимно независимые дискретные гауссовские белые шумы с нулевым средним и известными ковариационной матрицей и дисперсиями, $t_k = k\Delta t$, $k = 1, 2, \dots$ — дискретные моменты времени; Δt — интервал дискретности, $g(t_k)$ — низкочастотная компонента y_k . Значения y_k в некоторые моменты времени t_k пропущены.

Низкочастотная компонента t_k , обладающая непрерывной дифференцируемостью, представляется в виде:

$$g(t) = c\rho(t). \tag{2}$$

Здесь $\rho(t)$ — непрерывно дифференцируемая функция, для которой справедливы неравенства:

$$|\rho(t)| \leq 1, |\dot{\rho}(t)| \leq \bar{\rho}, \tag{3}$$

где $c, \bar{\rho}$ — известные параметры.

На интервалах времени $[t^{(s-1)}, t^{(s)}]$, $s = 1..S$, где $t^{(s)} = sT$, T, s — длительность и номера интервалов, функция $\rho(t)$ допускает кусочно-полиномиальное представление 2-го порядка [15]:

$$\rho(t) \approx b_0^{(s)} + b_2^{(s)} \cdot \frac{t - t^{(s-1)}}{T} + (b_1^{(s)} - b_0^{(s)} - b_2^{(s)}) \cdot \frac{(t - t^{(s-1)})^2}{T^2}. \tag{4}$$

Коэффициенты в (4) связаны соотношениями: $b_0^{(s+1)} = b_1^{(s)}$, $b_2^{(s+1)} = 2b_1^{(s)} - b_2^{(s)}$, которые обеспечивают выполнение условий непрерывности $\rho(t^{(s)} - 0) = \rho(t^{(s)} + 0)$ и непрерывной дифференцируемости $\dot{\rho}(t^{(s)} - 0) = \dot{\rho}(t^{(s)} + 0)$.

В задаче требуется оценить (2) для моментов, когда измерения отсутствуют. Эта задача сводится к оцениванию вектора постоянных коэффициентов $\mathbf{b}^{(S)} = (b_0^{(1)}, b_2^{(1)}, \dots, b_1^{(S)})^{(T)}$ полиномиального представления (4) и нахождению оценок $\hat{g}(t)$ в моменты пропусков измерений.

В качестве критерия оценок используется функция правдоподобия измерений (1) относительно вектора полиномиальных коэффициентов $\mathbf{b}^{(S)}$

$$\hat{\mathbf{b}}^{(S)} = \arg \max_{\mathbf{b}^{(s)} \in \mathbf{B}^{(s)}} f(\mathbf{y} | \mathbf{b}^{(S)}), \tag{5}$$

где \mathbf{y} — вектор, объединяющий используемые в задаче измерения $\mathbf{B}^{(s)}$ — область, включающая те и только те значения $\mathbf{b}^{(s)}$, при которых выполняется (3).

Вместо трудоемкого поиска по формуле (5) для получения $\mathbf{b}^{(S)}$, как показано в [15], можно использовать выражение

$$\hat{\mathbf{b}}^{(S)} = \arg \min_{\mathbf{b}^{(s)} \in \mathbf{B}^{(s)}} (\mathbf{b}^{(S)} - \tilde{\mathbf{b}}^{(S)})^T \tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{b}}^{-1} (\mathbf{b}^{(S)} - \tilde{\mathbf{b}}^{(S)}), \tag{6}$$

где $\tilde{\mathbf{b}}^{(S)}, \tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{b}}$ — оценка вектора $\mathbf{b}^{(S)}$ и ковариационная матрица ее ошибки, полученные в ФК, обрабатывающим измерения (1).

Алгоритмы восстановления сигнала при пропусках

Как уже отмечалось во введении, в работе рассматриваются следующие 3 алгоритма восстановления сигнала.

Алгоритм КВ, опирающийся на квадратичную модель $g(t)$ вида (4).

Алгоритм КВО, отличающийся от предыдущего использованием неравенств (3), задающих область $\mathbf{B}^{(S)}$ значений коэффициентов $\mathbf{b}^{(S)}$, по которой решается задача условной оптимизации (6).

Алгоритм ЛИ формирует оценку $g(t)$ во время пропуска измерений по формуле $\hat{g}(t_k) = y(t^-) + \frac{y(t^+) - y(t^-)}{t^+ - t^-} (t^+ - t^-)$, где t^- — момент поступления последнего измерения до пропуска, t^+ — момент поступления первого измерения после пропуска.

Апробация алгоритмов на модельных данных с одним протяженным пропуском

Здесь $\rho(t) = \sin \left(\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T_1} \right) + \varphi_0 \right)$, $T_1 = 800$ с — период, φ_0 — случайная начальная фаза с равномерным на интервале $[0, 2\pi)$ распределением, $c = 2$ — безразмерная величина.

Коррелированная во времени помеха измерений представлена стационарным узкополосным марковским процессом второго порядка [9], который описывается с помощью двумерного вектора \mathbf{x} . Его непрерывная модель определяется матрицей динамики $\mathbf{A} = -\alpha \mathbf{E}_2$ и матрицей интенсивностей порождающих белых шумов $\mathbf{Q} = 2\alpha\sigma^2 \mathbf{E}_2$ при начальной ковариационной матрице $\mathbf{P}_0 = \sigma^2 \mathbf{E}_2$, где \mathbf{E}_2 — единичная 2×2 матрица. Входящая в уравнение для измерения матрица \mathbf{H} имеет вид $\mathbf{H} = [\cos(\beta t) \sin(\beta t)]$. Коррелированная помеха имеет среднеквадратическое значение $\sigma = 0,05$, интервал корреляции $\tau = 1/\alpha = 4^\circ$ с, преобладающий период $T_2 = \frac{2\pi}{\beta} = 2$ с. Интенсивность шума измерений при восстановлении процесса в протяженном пропуске $R = 1$.

Было промоделировано 1000 реализаций измерений с полезным сигналом со случайными начальными фазами и помехами измерений. Дискретность поступления измерений составляла 0,1 с. Длительность пропуска во всех представленных экспериментах равнялась 200 с. Ограничения на производную имеют вид $\bar{p} = \frac{2\pi}{T_1}$.

При моделировании фиксировалась длительность измерений L слева и справа от пропуска, и для КВ и КВО подбиралось число интервалов полиномиального представления S , обеспечивающее минимальное значение наибольшей на интервале пропуска среднеквадратической погрешности (СКП) восстановления. Ошибка вычислялась как разность значений гармоники и оценки $\hat{c}\hat{r}(t)$. В табл. 2 сведены результаты исследования эффективности алгоритмов КВ и КВО при различных L , S и T . Значение T для КВ и КВО во всех случаях было выбрано так, чтобы минимизировать максимальную СКП восстановления. В табл. 2 для КВ и КВО при $S = 2$ выбрано $T = 150$ с, а при $S = 3 - 9$ выбрано $T = 100$ с.

Таблица 2. Значения максимальных СКП восстановления для КВ и КВО в зависимости от L , S и T

| Четное количество интервалов S | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|
| L , с | 50 | 100 | 200 | 300 | 400 |
| max СКП КВ, усл. ед. | 0,45 | 0,65 | 0,51 | 0,48 | 0,48 |
| max СКП КВО, усл. ед. | 0,37 | 0,33 | 0,3 | 0,3 | 0,3 |
| Нечетное количество интервалов S | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| L , с | 50 | 150 | 250 | 350 | 450 |
| max СКП КВ, усл. ед. | 1,6 | 1,5 | 1,5 | 1,5 | 1,5 |
| max СКП КВО, усл. ед. | 0,55 | 0,4 | 0,34 | 0,33 | 0,3 |

Из табл. 2 можно сделать следующие выводы: оба алгоритма демонстрируют минимальные значения максимальных СКП восстановления при четном S , а эффект уменьшения максимальной СКП восстановления с увеличением L присутствует только для КВО как при четном, так и при нечетном S .

Далее для $L = 50$ с было определено S , обеспечивающее минимальные значения максимального СКП восстановления для обоих алгоритмов (рис. 1). Здесь и на последующих рисунках участки с измерениями затемнены. Для КВ и КВО наиболее эффективной оказалась конфигурация из двух интервалов полиномиального представления: длительность интервалов $T = 150$ с. На рис. 1 при $S = 3$ длительность полиномиальных интервалов $T = 100$ с для обоих алгоритмов, а при $S = 4$ длительность $T = 75$ с для КВО. Значения СКП для КВ при $S = 4$ не приводятся, так как в этом случае коэффициенты полинома не наблюдаемы. Для КВО роль дополнительных измерений выполняют ограничения. Минимальные значения максимальных СКП восстановления для КВ и КВО достигаются при $S = 2$ и составляют 0,45 и 0,37 усл. ед. соответственно. Максимальное значение СКП восстановления для ЛИ — 0,98 усл. ед.

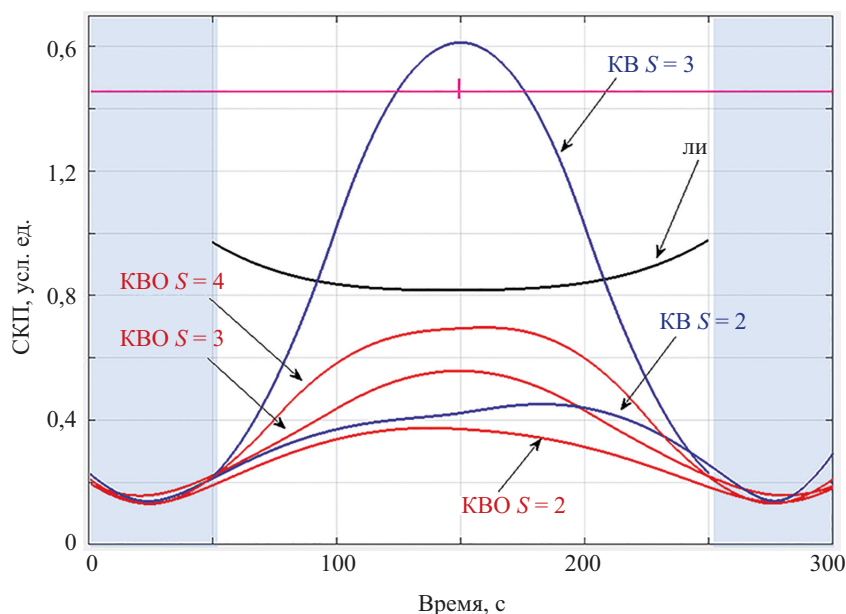


Рис. 1. Среднеквадратическая погрешность алгоритмов квадратичного восстановления ($S = 2, S = 3$) и квадратичного восстановления с ограничениями ($S = 2-4$) при моделировании

На рис. 2 приведен типовой пример оценок КВ, КВО и ЛИ на фоне эталонных значений. Здесь ЛИ, неспособная передать изгиб гармоники, предстает в крайне невыгодном свете, а КВ хоть и пытается воспроизводить изгиб, делает это слишком грубо.

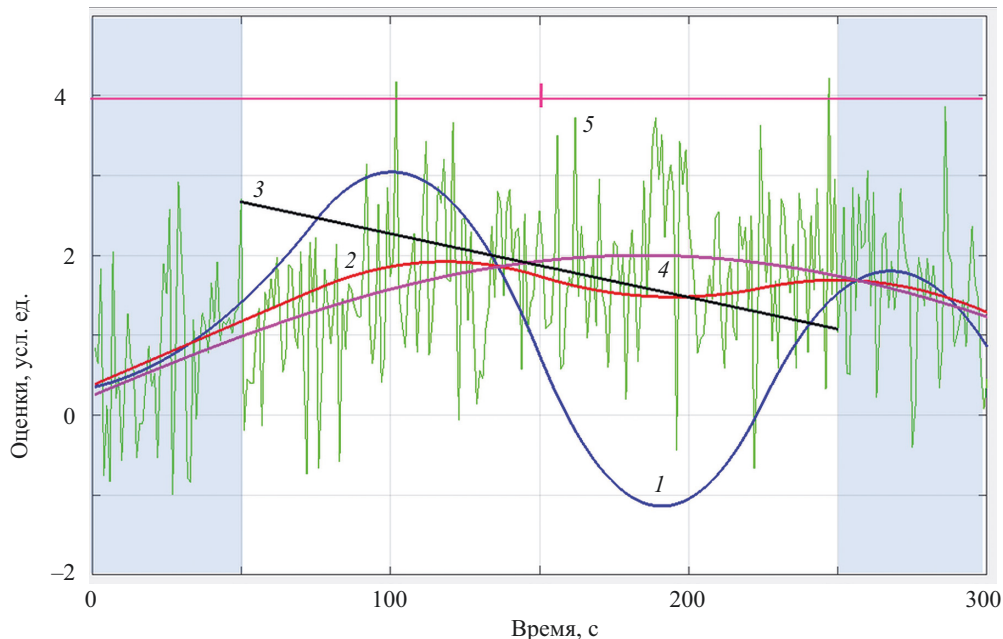


Рис. 2. Пример оценок алгоритмов на фоне эталонных значений.

Квадратичное восстановление (1), квадратичное восстановление с ограничениями (2), линейная интерполяция (3), эталонные значения (4), помеха (5)

Обобщив полученные результаты, можно дать следующие рекомендации по достижению наименьшей СКП при заполнении одиночных протяженных пропусков.

1) Пользоваться алгоритмом КВО, так как при наилучшем подборе параметров для каждого алгоритма, КВО по точности превосходит КВ более чем в 1,5 раза, а ЛИ — более чем в 3 раза.

2) Разбивать фрагмент реализации измерений так, чтобы на участке пропуска измерений находилось не более одного стыка интервалов полиномиального представления сигнала (в представленных примерах это обеспечивается при четном числе интервалов).

3) При наличии протяженных интервалов измерений слева и справа от пропуска можно ограничиться обработкой реализации, включающей интервалы измерений в 150–200 % от длительности пропуска.

4) При малом числе измерений наилучшим вариантом является разбиение фрагмента реализации с пропуском на два интервала.

Апробация алгоритмов на натуральных данных с одним протяженным пропуском

При обработке использовались задокументированные с частотой 10 Гц навигационные решения ГЛОНАСС/GPS приемника Novatel DL-V3¹, полученные на основе фазовых и кодовых измерений. В статье представлены результаты только для одной из трех координат — высоты h . Кодовые и фазовые решения представляются в виде $y_{\text{код}} = h + Y_{\text{код}}(t)$, $y_{\text{фаз}} = h + Y_{\text{фаз}}(t)$, где $Y_{\text{код}}(t)$, $Y_{\text{фаз}}(t)$ — погрешности решений. Как уже отмечалось во введении, более точные фазовые решения могут содержать пропуски из-за неразрешенной фазовой неоднозначности.

Измерения (1) формировались в виде разности $y = y_{\text{код}} - y_{\text{фаз}}$. Для апробации использовано 8 реализаций по 840 с (рис. 3). В них искусственно создавался одиночный пропуск длительностью 200 с. С помощью алгоритмов КВО, КВ и ЛИ решалась задача восстановления фазовых решений путем оценки и компенсации медленноменяющейся составляющей погрешности кодовых решений (рис. 4).

Для медленноменяющейся составляющей погрешности кодовых решений в алгоритмах КВО и КВ использовано представление (4). Полученная на выходе алгоритмов оценка $\hat{c}\hat{f}(t)$ применяется для коррекции кодовых решений по формуле $\hat{y}_{\text{код}} = y_{\text{код}} - \hat{c}\hat{f}(t)$. Погрешность алгоритмов определялась как разность между скорректированными кодовыми и фазовыми решениями $\hat{y}_{\text{код}} - y_{\text{фаз}} = y - \hat{c}\hat{f}(t)$. Эффективность алгоритма оценивалась по наибольшей СКП алгоритмов, которая имеет место примерно в середине пропуска.

¹ DL-V3 User Manual [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.novatel.com/assets/Documents/Manuals/om-20000119.pdf>

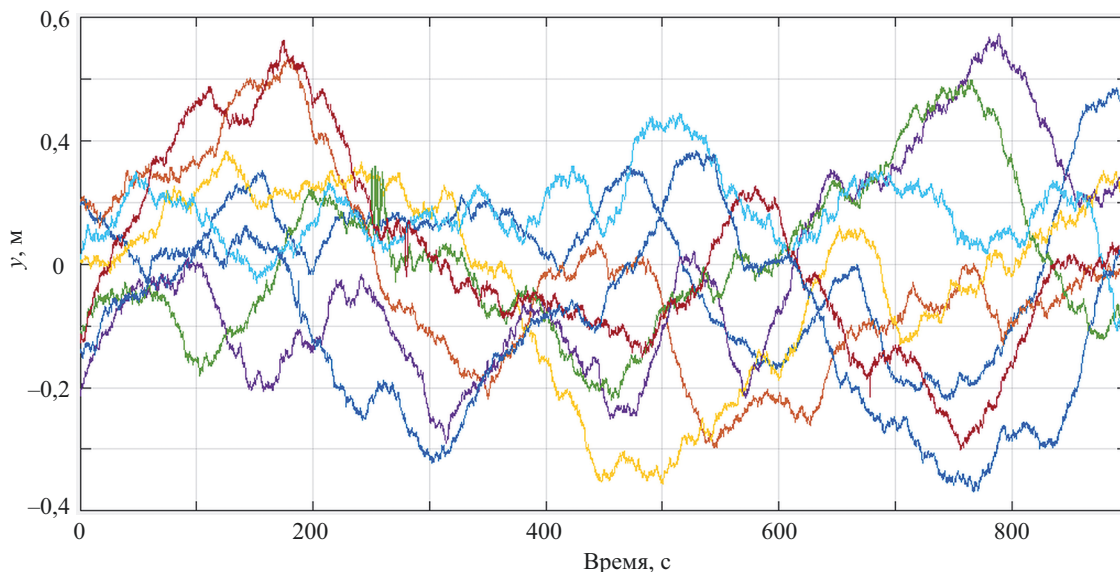


Рис. 3. Реализации разности фазовых и кодовых решений y , используемых при апробации алгоритмов

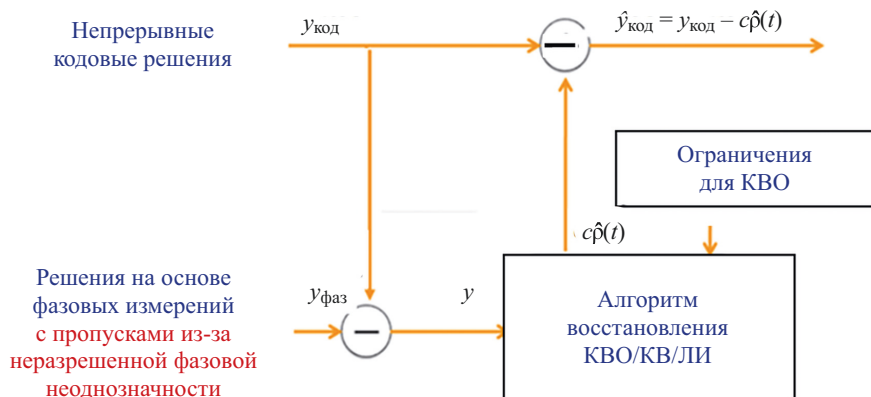


Рис. 4. Блок-схема решения задачи восстановления фазовых решений путем оценки и компенсации медленноменяющейся составляющей погрешности кодовых решений

Выбор L , S и T проводился в соответствии с рекомендациями, приведенными в конце раздела «Апробация алгоритмов на модельных данных с одним протяженным пропуском». Для получения наименьшего максимального СКП КВО были выбраны параметры $L = 350$ с, $S = 10$, $T = 90$ с. Для КВ выбирались $L = 320$ с, $S = 8$, $T = 105$ с, чтобы в пропуск попадало не более одного стыка интервалов полиномиального представления $p(t)$. На рис. 5 представлены СКП КВ и КВО при указанных параметрах совместно с СКП для ЛИ. Максимальная СКП КВО составляет 0,26 м, что в 1,5 раза лучше, чем СКП кодовых решений без компенсации погрешности. СКП для КВ и ЛИ — 0,4 м и 0,43 м соответственно.

Далее в соответствии с рекомендацией 3 из раздела «Апробация алгоритмов на модельных данных с одним протяженным пропуском» получены результаты для $S = 2$ при $L = 50$ с для КВО и КВ. Эти результаты сравниваются с результатами для $S = 3$ и $S = 4$ при том же L (рис. 6). Максимальная СКП КВ при $S = 3$ равно 1,45 м.

Из рис. 6 следует, что увеличение числа измерений не влияет на точность алгоритма КВ, но несколько повышает точность КВО. При $L = 50$ с наименьшие максимальные СКП для КВ имеют место при $S = 2$ (0,4 м), а для КВО — при $S = 2$ и 4 (0,33 м). Наименьшая максимальная СКП для ЛИ — 0,43 м. Таким образом, несмотря на небольшое количество используемых в обработке реализаций, результаты апробации алгоритмов на натуральных данных вполне согласуются с результатами моделирования.

Общий вывод, который можно сделать по результатам обработки натуральных данных: для восстановления сигнала на начальном и конечном участках пропуска измерений целесообразно пользоваться ЛИ, а на внутренней части пропуска применять КВО. Более низкая эффективность КВО по сравнению с моделированием объясняется тем, что при обработке натуральных данных невозможно абсолютно точно задать ограничения на уровень процесса и его производную.

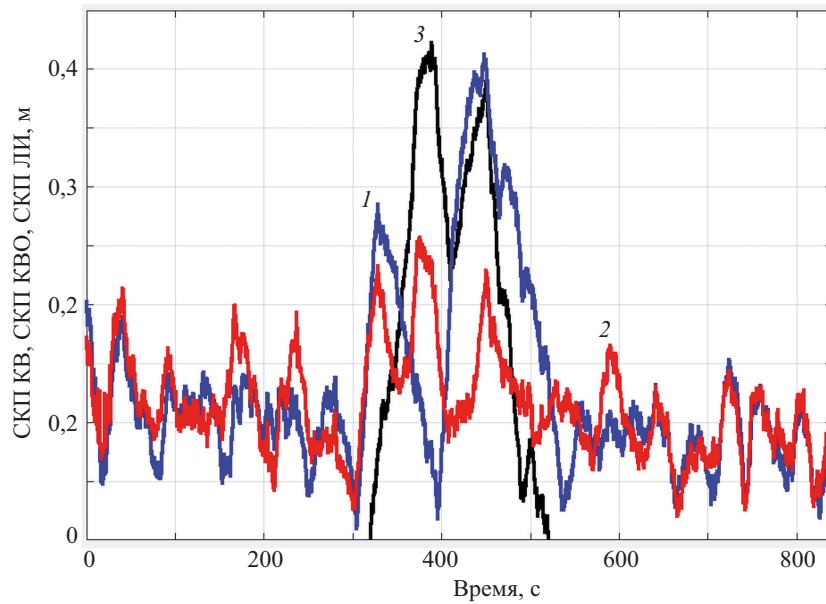


Рис. 5. Среднеквадратическая погрешность квадратичного восстановления 1 ($T = 105$ с, $L = 320$ с, $S = 8$), квадратичного восстановления с ограничениями 2 ($T = 84$ с, $L = 320$ с, $S = 10$) и линейной интерполяции (3) по множеству реализаций на натуральных данных

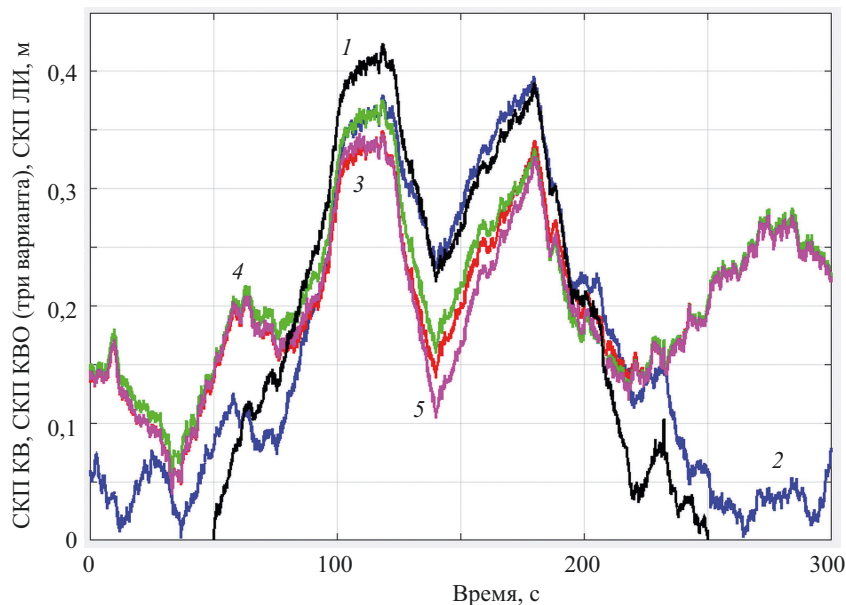


Рис. 6. Среднеквадратическая погрешность квадратичного восстановления 1 ($S = 2$, $T = 150$ с), квадратичного восстановления с ограничениями: 2 ($S = 2$, $T = 150$ с), 3 ($S = 3$, $T = 100$ с), 4 ($S = 4$, $T = 75$ с) и линейной интерполяции (5) по множеству реализаций на натуральных данных

Апробация алгоритмов на модельных данных при редком поступлении измерений

Моделирование проводилось с тем же полезным сигналом и помехами, как и в разделе с апробацией алгоритмов на модельных данных с одиночным пропуском, за исключением того, что интенсивность шума теперь равнялась 10^{-2} . Дискретность поступления измерений составляла 240 с. Всего было промоделировано 1000 реализаций длительностью 1680 с, что при выбранной дискретности поступления соответствует 8 измерениям. Для КВО и КВ были выбраны различные интервалы полиномиального представления, обеспечивающие минимальную СКП восстановления для каждого алгоритма. Так, для КВО $T = 210$ с, что соответствует 8 интервалам, а для КВ $T = 280$ с, что соответствует 6 интервалам. На рис. 7 приведен пример поведения оценок полезного сигнала с помощью рассматриваемых алгоритмов в сопровождении эталонных значений. Преимущество КВО перед КВ объясняется в том числе меньшей длительностью интервала полиномиального представления T , при которой гармоника аппроксимируется точнее. Стоит отметить, что

для корректного оценивания полиномиальных коэффициентов без учета ограничений число измерений на интервале решения не должно быть меньше числа оцениваемых коэффициентов, равному числу интервалов +2. Это обстоятельство не позволяет использовать в КВ интервалы короче 280 с. Для КВО увеличение числа интервалов и соответственно уменьшение их длительности T оказывается возможным за счет учета ограничений на уровень сигнала и производную, которые выступают в качестве дополнительной информации, используемой при формировании оценок.

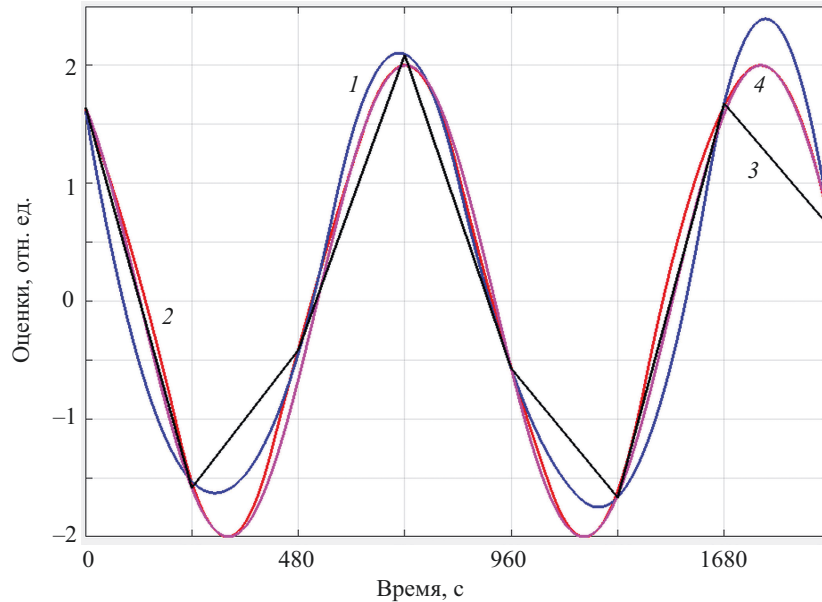


Рис. 7. Пример оценок алгоритмов квадратичного восстановления (1), квадратичного восстановления с ограничениями (2) и линейной интерполяции (3) на фоне эталонных значений (4) при моделировании

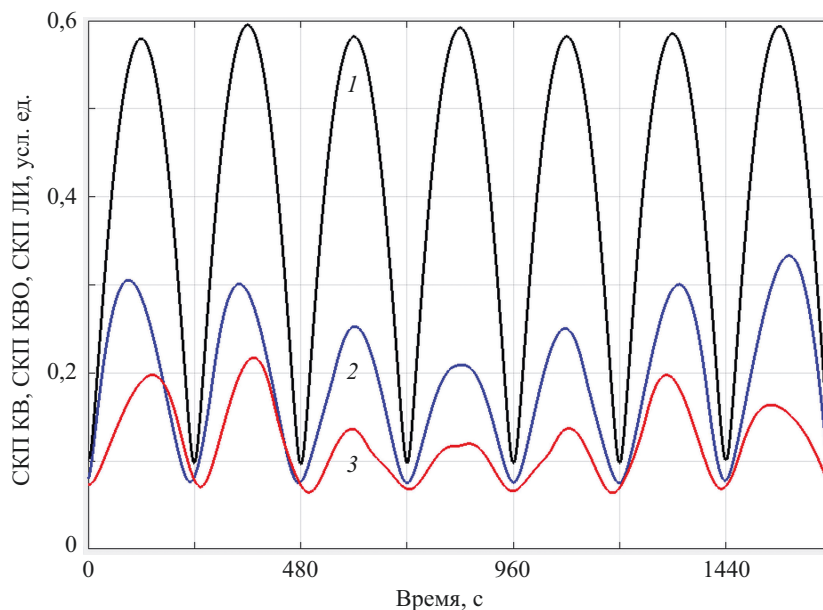


Рис. 8. Среднеквадратическая погрешность квадратичного восстановления (1), квадратичного восстановления с ограничениями (2) и линейной интерполяции (3) по множеству реализаций при моделировании

Из рис. 7 видно, что оценка КВО не выходит из установленного для нее диапазона $[-2; 2]$ на протяжении всего времени оценивания, что благоприятно сказывается на точности оценивания. В то же время оценка алгоритма КВ имеет ярко выраженные всплески, что нашло отражение и на рис. 8, где приведены СКП восстановления с помощью рассматриваемых алгоритмов по множеству реализаций. Учет ограничений устраняет этот недостаток. Оценки ЛИ носят такой же характер, как и в разделе «Апробация алгоритмов на модельных данных с одним протяженным пропуском», т. е. не способны передать изгиб полезного сигнала. Именно поэтому максимальные значения СКП восстановления с применением ЛИ превышают максимальные значения СКП КВ и КВО на всей длительности реализации.

В табл. 3 приведены диапазоны максимальных на разных интервалах СКП восстановления с помощью рассматриваемых алгоритмов. Для КВ и КВО первое значение этих диапазонов имеет место на среднем 4-м интервале, а второе — на первом или последнем интервале. Для ЛИ максимальное СКП восстановления практически на всех интервалах одинакова.

Таблица 3. Максимальные СКП восстановления на различных интервалах

| Алгоритм | СКП |
|----------|-----------|
| КВ | 0,21–0,34 |
| КВО | 0,12–0,20 |
| ЛИ | 0,58–0,59 |

Апробация алгоритмов на натуральных данных при редком поступлении измерений

При апробации алгоритмов на редко поступающих натуральных данных рассматривалась та же прикладная задача, что и в разделе «Апробация алгоритмов на натуральных данных с одним протяженным пропуском» и, как и ранее, была использована схема обработки, представленная на рис. 4. В обработке использовались те же 8 реализаций, а длительность решения составляла 840 с. При этом наблюдать преимущества алгоритма КВО перед КВ и ЛИ удалось уже при дискретности поступления измерений 210 с. Значения T для КВО составляет 84 с ($S = 10$), а для КВ — 280 с ($S = 3$). На рис. 9 отображаются СКП рассматриваемых алгоритмов, а в табл. 4 приведены диапазоны их изменения. Из этих данных следует, что применение полиномиальной аппроксимации с учетом ограничений и с длительностью интервала полиномиального представления меньшей, чем временной промежуток между соседними измерениями, эффективнее, чем применение КВ или ЛИ.

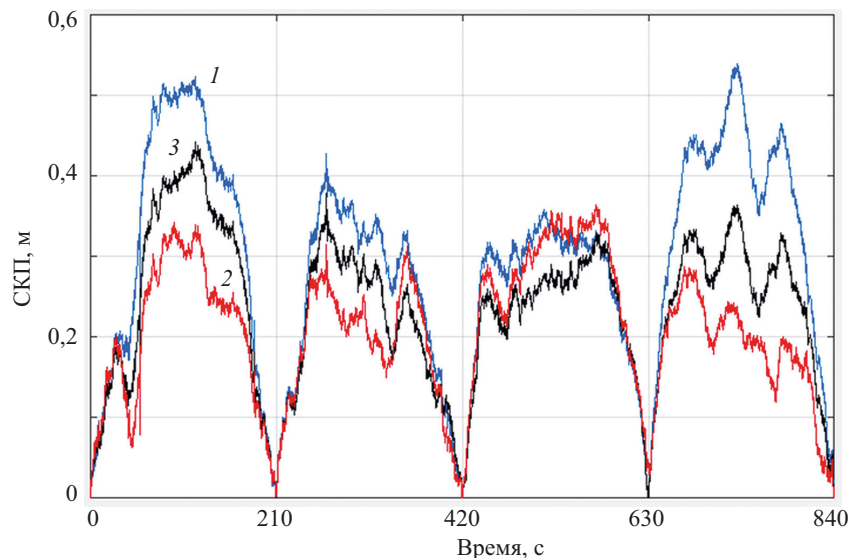


Рис. 9. Среднеквадратическая погрешность квадратичного восстановления (1), квадратичного восстановления с ограничениями (2) и линейной интерполяции (3) по множеству реализаций на натуральных данных

Таблица 4. Максимальные СКП восстановления на различных интервалах

| Алгоритм | СКП |
|----------|-----------|
| КВ | 0,36–0,54 |
| КВО | 0,31–0,36 |
| ЛИ | 0,33–0,44 |

Заключение

Исследована эффективность алгоритмов восстановления сигналов при протяженных пропусках и редком поступлении измерений. Проведено моделирование с гармоническим сигналом и камеральная обработка натуральных данных приемника. Установлено, что наилучшим из них с точки зрения точности является квадратичное восстановление с ограничениями, однако, при восстановлении сигнала в период протяженного пропуска измерений в начале и в конце пропуска лучше использовать линейную интерполяцию. Для достижения минимальной среднеквадратической погрешности на внутренней части пропуска

рекомендуется использовать квадратичное восстановление с ограничениями и разбивать фрагмент обрабатываемой реализации измерений так, чтобы на участке пропуска измерений находилось не более одного стыка интервалов полиномиального представления восстанавливаемого сигнала. При наличии протяженных интервалов измерений слева и справа от пропуска можно ограничиться обработкой реализации, включающей интервалы измерений в 150–200 % от длительности пропуска. При коротких интервалах измерений слева и справа от пропуска наилучшим вариантом является разбиение фрагмента реализации на два интервала. При восстановлении сигналов в условиях редко поступающих измерений целесообразно выбирать длительность интервала полиномиального представления меньше, чем период дискретности измерений.

Литература

1. Литтл Р.Дж.А., Рубин Д.Б. Статистический анализ данных с пропусками. М.: Финансы и статистика, 1991. 336 с.
2. Ефимов А.С. Решение задачи кластеризации методом конкурентного обучения при неполных статистических данных // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. № 1. С. 220–225.
3. Jagaru A., McDougall I.R. Treatment of thyrotoxicosis // *Journal of Nuclear Medicine*. 2007. V. 48. N 3. P. 379–389.
4. Васильев В.И., Шевченко А.И. Восстановление пропущенных данных в эмпирических таблицах // Искусственный интеллект. 2003. № 3. С. 317–324.
5. Kondrashov D., Shprits Y., Ghil M. Gap filling of solar wind data by singular spectrum analysis // *Geophysical research letters*. 2010. V. 37. N 15. P. L15101. doi: 10.1029/2010GL044138
6. Волошко А.В., Бедерак Я.С., Лутчин Т.Н., Кудрицкий М.Ю. К вопросу восстановления учетных данных на химических предприятиях // Известия Томского политехнического университета. 2014. Т. 324. № 5. С. 101–107.
7. Crocoll P., Görcke L., Trommer G.F., Holzappel F. Unified model technique for inertial navigation aided by vehicle dynamics model // *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*. 2013. V. 60. N 3. P. 179–193. doi: 10.1002/navi.39
8. Crocoll P., Seibold J., Scholz G., Trommer G.F. Model-aided navigation for a quadrotor helicopter: A novel navigation system and first experimental results // *Proc. Institute of Navigation International Technical Meeting 2014 (ITM 2014)*. 2014. P. 384–406.
9. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 417 с.
10. Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // *Радиотехника*. 2004. № 7. С. 11–17.
11. Дмитриев С.П., Кошаев Д.А., Степанов О.А. Многоканальная фильтрация и ее применение для исключения неоднозначности при позиционировании объектов с помощью GPS // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 1997. № 1. С. 65–70.
12. Кошаев Д.А. Метод фиктивных измерений для многоальтернативного оценивания процессов в линейной стохастической системе // *Автоматика и телемеханика*. 2016. № 6. С. 81–108.
13. Лопарев А.В., Степанов О.А., Кулакова В.И. Приближенное решение задачи робастной фильтрации с использованием метода локальных аппроксимаций спектральных плотностей // *Гироскопия и навигация*. 2013. № 3(82). С. 85–90.
14. Козионов А.П., Пяйт А.Л., Мохов И.И., Иванов Ю.П. Исследование алгоритмов восстановления пропусков в изменяемых сигналах для системы мониторинга состояния дамб // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. 2015. Вып. 2-3(217-222). С. 93–104. doi: 10.5862/JCSTCS.217-222.8
15. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003. 87 с.
16. Рефан М.Х., Дамешги А., Камарзаррин М. Использование рекуррентных нейронных сетей и генетического алгоритма для предсказания дифференциальных поправок к псевдодальностям GPS // *Гироскопия и навигация*. 2015. № 2(89). С. 92–105. doi: 10.17285/0869-7035.2015.23.2.092-105
17. Дмитриев С.П., Кошаев Д.А. Оценивание непрерывно дифференцируемого сигнала с учетом ограничений // *Автоматика и телемеханика*. 2011. № 7. С. 116–133.

References

1. Little R.J.A., Rubin D.B. *Statistical analysis with missing data*. John Wiley & Sons, 1987, 278 p.
2. Efimov A.S. Clusterization problem solution by competitive learning for incomplete statistical data. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, 2010, no. 1, pp. 220–225. (in Russian)
3. Jagaru A., McDougall I.R. Treatment of thyrotoxicosis. *Journal of Nuclear Medicine*, 2007, vol. 48, no. 3, pp. 379–389.
4. Vasilev V.I., Shevchenko A.I. Missed data recovery in empirical tables. *Artificial Intelligence*, 2003, no. 3, pp. 317–324. (in Russian)
5. Kondrashov D., Shprits Y., Ghil M. Gap filling of solar wind data by singular spectrum analysis. *Geophysical research letters*, 2010, vol. 37, no. 15, pp. L15101. doi: 10.1029/2010GL044138
6. Voloshko A.V., Bederak Y.S., Lutchyn T.M., Kudritskiy M.Yu. The problem of accounting data recovery on chemical enterprise. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2014, vol. 324, no. 5, pp. 101–107. (in Russian)
7. Crocoll P., Görcke L., Trommer G.F., Holzappel F. Unified model technique for inertial navigation aided by vehicle dynamics model. *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*, 2013, vol. 60, no. 3, pp. 179–193. doi: 10.1002/navi.39
8. Crocoll P., Seibold J., Scholz G., Trommer G.F. Model-aided navigation for a quadrotor helicopter: A novel navigation system and first experimental results. *Proc. Institute of Navigation International Technical Meeting 2014 (ITM 2014)*, 2014, pp. 384–406.
9. Stepanov O.A. *Basics on the theory of assessment with applications to the tasks of processing navigation information. Part 2. Introduction to the theory of filtration*. St. Petersburg, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, 2012, 417 p. (in Russian)
10. Dmitriev S.P., Stepanov O.A. Multiple model filtering for navigation problems of information processing. *Radiotekhnika*, 2004, no. 7, pp. 11–17. (in Russian)
11. Dmitriev S.P., Koshayev D.A., Stepanov O.A. Multichannel filtration and its application in removing ambiguity when positioning objects by using the GPS. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1997, vol. 36, no. 1, pp. 57–62.
12. Koshayev D.A. Method of dummy measurements for multiple model estimation of processes in a linear stochastic system. *Automation and Remote Control*, 2016, vol. 77, no. 6, pp. 1009–1030. doi: 10.1134/S0005117916060060
13. Loparev A.V., Stepanov O.A., Kulakova V.I. Robust filtering using the method of local approximations of power spectral densities. *Gyroscopy and Navigation*, 2014, vol. 5, no. 1, pp. 40–43. doi: 10.1134/S2075108714010088
14. Kozionov A.P., Pyayt A.L., Mokhov I.I., Ivanov Yu.P. Research on gap-filling algorithms for dike health monitoring systems. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems*, 2015, no. 2-3(217–222), pp. 93–104. (in Russian). doi: 10.5862/JCSTCS.217-222.8
15. Golyandina, N.E. *The «Caterpillar»-SSA: method for analysis of time series*. St. Petersburg: St. Petersburg State University, 2003, 87 p. (in Russian)
16. Refan M.H., Damashghi A., Kamarzarrin M. Utilizing hybrid recurrent neural network and genetic algorithm for predicting the pseudo-range correction factors to improve the accuracy of RTDGPS. *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 197–206. doi: 10.1134/S207510871503013X

18. Зайцев О.В. Повышение точности оценивания стохастически-неопределенных процессов с учетом ограничений в виде неравенств // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2017. Т. 60. № 3. С. 211–220. doi: 10.17586/0021-3454-2017-60-3-211-220
19. Зайцев О.В. Прогноз дифференциальных поправок глобальных навигационных спутниковых систем с учетом ограничений // Известия ТулГУ. Технические науки. 2019. № 6. С. 245–258.
17. Dmitriev S.P., Koshaev D.A. Estimation of continuously differentiable signal with allowance for constraints. *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 7, pp. 1458–1473. doi: 10.1134/S0005117911070149
18. Zaitsev O.V. Improvement in accuracy of assessment of stochastically uncertain processes with the account for restrictions in the form of inequalities. *Journal of Instrument Engineering*, 2017, vol. 60, no. 3, pp. 211–220. (in Russian). doi: 10.17586/0021-3454-2017-60-3-211-220
19. Zaitsev O.V. Prediction of GNSS differential corrections taking into account constraints. *Proceedings of the TSU. Technical sciences*, 2019, no. 6, pp. 245–258. (in Russian)

Автор

Зайцев Олег Владимирович — младший научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 197046, Российская Федерация, Scopus ID: 57195507438, ORCID ID: 0000-0003-2883-3672, olgerd@yandex.ru

Author

Oleg V. Zaitsev — Junior Scientific Researcher, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, 197046, Russian Federation, Scopus ID: 57195507438, ORCID ID: 0000-0003-2883-3672, olgerd@yandex.ru