УДК 681.51.015

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ И ДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ

А.А. Бобцов, А.А. Пыркин

Обсуждается подход к управлению по выходу линейными объектами с неизвестными параметрами и динамической размерностью математической модели. Предлагается новый закон управления в неопределенных условиях для более широкого класса допущений на объект по сравнению с аналогами.

Ключевые слова: управление по выходу, параметрическая неопределенность, неизвестная динамическая размерность.

В современной научной литературе в области автоматического регулирования большое внимание уделяется разработке алгоритмов управления по выходу (т.е. без измерения переменных состояния или производных выходного сигнала) линейными объектами с неизвестными параметрами и динамической размерностью. Иными словами, рассматриваются объекты, представленные в виде обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$a(p)y(t) = b(p)u(t), \qquad (1)$$

где измеряются только сигналы $y(t)$ и $u(t)$, $p = d/dt$ обозначает оператор дифференцирования; полиномы $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \ldots + a_0$ и $b(p) = b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + b_{m-2}p^{m-2} + \ldots + b_0$ имеют не только неизвестные параметры $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_0$, $b_m, b_{m-1}, \ldots, b_0$, но и неопределенные размерности n и m. Как правило, решается задача поиска такого управляющего сигнала $u(t)$, чтобы замкнутая система была устойчива, а выходная переменная $y(t)$ вела себя некоторым специально заданным образом, например, стремилась к нулю при $t \to \infty$.

Существует ряд подходов [1, 2], полученных совсем недавно и независимо разными авторами, позволяющих решать данную задачу. Однако, на взгляд авторов данной работы, подходы [1, 2] могут быть развиты за счет формулирования более сильного допущения относительно неопределенности параметров и динамической размерности. В отличие от [1, 2], будем полагать, что параметры $a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_0$, $b_m, b_{m-1}, \ldots, b_0$ априорно неопределенны, а известно только число $\rho_{\max}$ – максимально возможная относительная степень математической модели объекта (1), в то время как число $\rho = n - m$, представляющее собой реальную относительную степень, неизвестно. В частности, в [1] допускается, что определена область изменения параметров и для полинома $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \ldots + a_0$ известно число $\bar{n}$ такое, что $n \le \bar{n}$. В [2] известны минимальное и максимальное значения относительной степени. Предлагаемый в этой работе подход будет базироваться на результате [2], но, в отличие от [2], будем полагать, что минимальная относительная степень неизвестна. Будем решать задачу поиска управляющего воздействия, обеспечивающего стремление выходной переменной $y(t)$ к нулю при $t \to \infty$. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = -k\frac{\alpha(p)}{(Tp+1)^{\rho_{\max}-1}}\xi_1(t), \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \sigma\xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \sigma\xi_3, \\ \ldots \\ \dot{\xi}_{\rho-1} = \sigma(-k_1\xi_1 - k_2\xi_2 - \ldots - k_{\rho-1}\xi_{\rho-1} + k_1 y), \end{cases} \qquad (3)$$

где число $k > 0$ и полином $\alpha(p)$ степени $(\rho_{\max} - 1)$ выбираются так, чтобы передаточная функция $H(p) = \dfrac{\alpha(p)b(p)}{a(p)(Tp+1)^{\gamma} + k\alpha(p)b(p)}$ была строго вещественно положительной; $\gamma = \rho_{\max} - \rho > 0$; постоянная времени T апериодического звена должна быть достаточно малой величиной; число $\sigma > T^{-1} > k$, а коэффициенты k_i рассчитываются из требований асимптотической устойчивости системы (3) при нулевом входе $y(t)$.

Чтобы следующие далее рассуждения были понятны и имели логический смысл, авторы адресуют читателя к разделу 3 (заключение) статьи [2], где обсуждаются достаточно близкие идеи. Итак, рассмотрим два случая.

1. Пусть $\rho = \rho_{\max}$, тогда закон управления (2) примет вид

$$u(t) = -k\alpha(p)v(t), \; v(t) = \frac{1}{(Tp+1)^{\rho_{\max}-1}}\xi_1(t),$$

где вторая система представляет собой неучтенную асимптотически устойчивую динамику, обсуждаемую в [2]. Как было показано в [2], существуют такие числа $\sigma > T^{-1} > k$, что $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = 0$.

2. Пусть $\rho < \rho_{\max}$, тогда закон управления (2) примет вид

$$u(t) = -k \frac{\alpha(p)}{(Tp+1)^{\gamma}} v(t), \; v(t) = \frac{1}{(Tp+1)^{\rho-1}} \xi_1(t),$$

где вторая система, также как и в первом случае, представляет собой неучтенную динамику, анализируемую в [2]. Также как и в первом случае, согласно [2], найдутся такие числа $\sigma > T^{-1} > k$, что $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = 0$.

Чтобы рассматриваемый в данной работе результат был более конструктивным, авторы предлагают адаптивную схему настройки параметров k, T^{-1} и σ, которая близка к подобному подходу, опубликованному в [2]. Будем настраивать коэффициент k по линейному закону до тех пор, пока переменная $y(t)$ не попадет в некоторую малую область, заданную разработчиком системы. Параметры T^{-1} и σ можно рассчитывать следующим образом: $T^{-1} = k^2$ и $\sigma = (T^{-1})^{2\rho_{\max}}$. При таком расчете коэффициентов регулятора обеспечивается сходимость выходной переменной $y(t)$ в некоторую малую область, заданную разработчиком системы.

В заключение следует отметить, что, используя результаты, опубликованные в [2–5], представленный подход без труда может быть распространен на параметрически и функционально неопределенные нелинейные системы, функционирующие в условиях внешних возмущений, запаздывания и неучтенной динамики. Также на базе [6] представляет интерес распространение предлагаемого результата для доказательства экспоненциальной устойчивости на случай систем с запаздыванием.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 09-08-00139-а).

1. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Адаптивное управление объектами с неизвестной относительной степенью // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 6. – С. 109–118.
2. Бобцов А.А., Шаветов С.В. Управление по выходу линейным параметрически неопределенным объектом в условиях возмущающих воздействий и неучтенной динамики // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 1. – С. 32–38.
3. Бобцов А.А., Николаев Н.А. Управление по выходу линейными системами с неучтенной паразитной динамикой // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 6. – С. 115–122.
4. Бобцов А.А., Капитонов А.А., Николаев Н.А. Управление по выходу нелинейными системами с неучтенной динамикой // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 12. – С. 3–10.
5. Бобцов А.А., Фаронов М.В. Управление по выходу нелинейными системами с запаздыванием в условиях неучтенной динамики // Известия РАН. ТиСУ. – 2011. – № 3. – С. 68–76.
6. Бобцов А.А., Пыркин А.А. Новый функционал Ляпунова–Красовского для доказательства экспоненциальной устойчивости нелинейной системы с запаздыванием // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2011. – № 2. – С. 169.

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, декан, bobtsov@mail.ifmo.ru
Пыркин Антон Александрович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, ассистент, a.pyrkin@gmail.com