

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.5+531

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПОЛОЖЕНИЯ ПУЧКА ОСЕЙ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ
ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕНЗОРА ИНЕРЦИИ

С.Н. Шаховал, Г.И. Мельников

При определении тензора инерции произвольного твердого тела исследуется зависимость точности идентификации тензора инерции от углов между осями.

Ключевые слова: тензор инерции, идентификация параметров, обусловленность системы.

Задача идентификации параметров и, в частности, определения тензора инерции является важной для областей науки и техники, относящихся к машиностроению и управлению различными объектами. Развиваются современные методы определения моментов и тензоров инерции с использованием программных роботов [1, 2]. Расчет компонентов тензора инерции в точке тела по экспериментально измеренным параметрам связан с решением системы $\mathbf{A}\mathbf{J}=\mathbf{I}$, где \mathbf{A} – матрица системы линейных алгебраических уравнений, связывающих тензор инерции $\mathbf{J}=(J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}, J_{xy}, J_{yz}, J_{xz})^T$ в декартовой системе координат O_{xyz} с экспериментальными значениями $\mathbf{I}=(J_1, \dots, J_6)^T$ моментов инерции $J_i = J_{e_i}$ ($i=1, 2, \dots, 6$). Требуется хорошая обусловленность системы, обеспечивающая небольшие погрешности расчетов. Условие хорошей обусловленности запишем в виде неравенства [3]: $|\det(\mathbf{A})| \geq 0,5$.

В работе исследуются случаи, когда часть осей лежит на сегменте конуса, величина которого определяется угловым параметром $\gamma \in (0; 2\pi)$. Вторым параметром является угол $\alpha \in (0; \pi/2)$ между центральной осью и осями, лежащими на поверхности сегмента. Ставится задача нахождения значений угловых параметров, определяющих расположение шести осей, проходящих через заданный центр тестируемого тела, при которых система имеет максимальное по модулю значение определителя матрицы \mathbf{A} , а также требуется определить интервалы значений варьируемых углов, при которых выполняется условие обусловленности. Исследуются два случая: когда пять осей равномерно распределены по поверхности сегмента, а шестая направлена вдоль (а) центральной, либо (б) перпендикулярной ей оси. Получены следующие результаты:

$$(a) \quad \alpha_0 = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} \approx 63,4349^\circ, \quad \gamma_0 = 4 \arccos \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} = 288^\circ, \quad |D_{\max}(\alpha, \gamma)| = |D(\alpha_0, \gamma_0)| \approx 2,2897,$$

$$\alpha \in [40,357^\circ; 82,032^\circ] \text{ при оптимальном } \gamma = \gamma_0, \quad \gamma \in [196,968^\circ; 349,567^\circ] \text{ при оптимальном } \alpha = \alpha_0;$$

$$(b) \quad \alpha_0 = \frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{5} \right) \approx 50,768^\circ, \quad \gamma_0 = 288^\circ, \quad |D_{\max}(\alpha, \gamma)| = |D(\alpha_0, \gamma_0)| \approx 0,966,$$

$$\alpha \in [36,172^\circ; 64,915^\circ] \text{ при } \gamma = \gamma_0; \quad \gamma \in [228,955^\circ; 334,834^\circ] \text{ при } \alpha = \alpha_0.$$

Из рассмотренных двух вариантов расположения пучка осей следует вывод, что в обоих случаях можно не слишком сильно ограничивать угловые параметры для определения достаточно точных данных на практике, когда присутствует погрешность измерений. С точки зрения простоты конструкции исполнительного устройства, когда желательно иметь значения углов как можно меньше, такое расположение осей также является достаточно приемлемым. Полученный результат можно использовать на практике при создании устройства, предназначенного для определения элементов тензора инерции.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 10-08-01046-а.

1. Мельников В.Г., Едачев А.С., Мельников Г.И., Шаховал С.Н. Метод определения тензора инерции на программных движениях // Изв. Самарского научного центра РАН. – 2010. – Т. 12(33). – № 1(2). – С. 445–448.
2. Мельников В.Г. Энергетический метод параметрической идентификации тензоров инерции тел // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 1. – С. 59–63.
3. Шаховал С.Н. Исследование матричных алгебраических уравнений, определяющих тензор инерции через осевые моменты инерции // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2008. – № 47. – С. 196–201.

Шаховал Сергей Николаевич – ЗАО «Эрикссон Корпорация АО», администратор базы данных, shakhovalsey@gmail.com

Мельников Геннадий Иванович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, melnikov@ifmo.ru