4 АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

УДК 681.5.015, 681.51

УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНЫХ МОДЕЛЕЙ С АДАПТАЦИЕЙ[1]

С.А. Колюбин, Д.В. Ефимов, В.О. Никифоров, А.А. Бобцов

Решается задача синтеза гибридной модели, аппроксимирующей динамику нелинейной системы с достаточной точностью и имеющей удобную структуру для разработки соответствующих алгоритмов управления. Предложенный подход обеспечивает возможность адаптации результирующей модели в режиме реального времени. Рассматривается схема комбинированного управления.

Ключевые слова: нелинейная система, гибридная модель, комбинированное управление, идентификация.

Введение

Для нелинейных систем задача синтеза алгоритмов управления, особенно в условиях возмущений, является крайне нетривиальной (например, [1, 2]). В то же время множество реальных технических систем, если не прибегать к существенным модельным упрощениям, являются таковыми. Если в качестве математических моделей для подобных систем использовать системы дифференциальных уравнений, построенных на основании физических закономерностей, то точность воспроизведения динамики будет высока, однако такое описание является весьма громоздким, что заметно усложняет его использование при синтезе алгоритмов управления.

Альтернативным подходом является использование аппроксимирующих моделей с заранее определяемой структурой, что удобно для разработки регуляторов. В этом случае ключевым моментом является компромисс между точностью модели и ее простотой. Одним из естественных решений могут быть гибридные модели. Основная идея подхода состоит в том, что нелинейная динамика системы для каждого отдельного режима может быть достаточно точно описана упрощенной локальной моделью. Результирующая гибридная модель в этом случае определяется как совокупность локальных моделей, объединенных соответствующим правилом переключения.

Наиболее распространенными формами аппроксимации нелинейной динамики являются кусочно аффинные и смешанные логическо-динамические системы. Эквивалентность различных классов гибридных моделей и методы преобразований между ними анализируются в работах [3, 4].

Результирующая модель, получаемая в настоящей работе, близка по своей структуре к кусочно аффинным системам. Предлагаемый подход отличается тем, что в качестве локальных используются нелинейные авторегрессионные модели, для разделения по режимам учитываются только значения характерных переменных, а не всех векторов состояния и входов. С другой стороны, представляемая работа имеет общие точки с другим методом аппроксимации нелинейных систем с помощью моделей Такаги-Сугено на основе нечеткой логики [5].

Отдельной задачей является выбор алгоритма переключения между локальными моделями. Будем условно выделять два типа переключения: «жесткое» и «смешанное». Под «жестким» переключением имеются в виду два метода, получившие распространение в современной теории управления: с задержкой по времени или с гистерезисом [6, 7]. В обоих случаях в момент переключения происходит скачок управления, реакция на который снижает качество регулирования. С целью избежать подобного негативного эффекта в настоящей работе рассматривается «смешанное» переключение [8, 9].

В большинстве современных систем управления используются цифровые электронные компоненты, составляющие сенсорные блоки и непосредственно управляющий контроллер, что ведет к дискретизации процессов в системе в целом. Далее, в настоящей работе математические модели и алгоритмы управления приводятся в дискретном времени, так как подобная форма представления более соответствует практике.

Итак, пусть задачей управления является стабилизация выходной переменной системы. Это может быть формализовано в виде следующего целевого неравенства:

$$\left|y(k)-y^{*}\right|\leq\varepsilon\ ,\ \forall k>T\ ,$$

где $y(k)$ – значение выходной переменной на k-ом шаге; y^{*} – желаемое значение выходной переменной; ε – точность стабилизации; T – время настройки регулятора.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № 14.740.11.1264 от 17.06.2011).

Разработка гибридной модели системы

В качестве локальных используются нелинейные авторегрессионные модели:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{j=0}^{p} \mathbf{b}_j^T \mathbf{d}(k-j), \tag{1}$$

где коэффициенты a_i и векторы коэффициентов $\mathbf{b}_j$ предполагаются неизвестными, порядки полиномов $n \geq 1$, $p \geq n-1$, а $\mathbf{d}(k)$ обозначает вектор внешних входов.

Если среди всех сигналов выделяется сигнал управления и требуется сохранить линейность модели относительно него, то из вектора входов необходимо исключить все компоненты, содержащие его в степени больше единицы. В этом случае для вектора входов в (1) можно записать:

$$\mathbf{d}(k) = \left[\mathbf{d}_1^T(k) \quad \mathbf{d}_2^T(k)\right]^T, \tag{2}$$

где $\mathbf{d}_1(k) = \tilde{\mathbf{d}}(k)u(k)$, $\tilde{\mathbf{d}}(k) = \left[1 \quad \tilde{d}_2(k) \quad \ldots \quad \tilde{d}_l(k)\right]$, $u(k)$ – сигнал управления.

Уравнение (2) показывает, что для вектора внешних входов можно провести декомпозицию на две составляющие, одна из которых, $\mathbf{d}_1(k)$, включает в себя входы системы, зависящие линейно от сигналов управления $u(k)$. Для такого типа систем задачи анализа управляемости полученной модели и непосредственно синтеза алгоритмов управления имеют значительно более простое решение. Для синтеза локальных моделей для каждого *j*-го режима может быть использован следующий алгоритм.

1. Задать диапазоны допустимых значений для каждого из параметров n_j, p_j и сформировать соответствующий вектор входов.
2. Для модели в форме (1) при текущих значениях n_j и p_j и векторе входа провести идентификацию неизвестных параметров $a_{i,j}$ и $\mathbf{b}_{m,j}$.
3. Оценить качество аппроксимации.
4. Если используемый набор параметров модели обеспечивает лучшее качество аппроксимации по сравнению с предыдущими итерациями, зафиксировать текущие вектор входов $\mathbf{d}$, порядки полиномов n_j и p_j и оценки параметров $a_{i,j}$ и $\mathbf{b}_{m,j}$ как оптимальные.
5. Повторить предыдущие пункты до осуществления полного перебора параметров модели.

Для идентификации неизвестных параметров $a_{i,j}$ и $\mathbf{b}_{m,j}$ модели (1) может быть использован любой из известных методов [10, 11]. Для этого предварительно перепишем модель (1) в форме

$$y_j(k) = \theta_j^T \phi_j(k), \tag{3}$$

где $\theta_j = [a_{1,j} \ldots a_{n_j,j} \quad \mathbf{b}_{0,j}^T \ldots \mathbf{b}_{p_j,j}^T]^T$, $\phi_j(k) = [y_j(k-1) \ldots y_j(k-n_j) \quad \mathbf{d}_j^T(k) \ldots \mathbf{d}_j^T(k-p_j)]^T$.

Идентификация проводится на основе имеющихся массивов из N_j измерений $\mathbf{Y}_j = [y_j(1) \ldots y_j(N_j)]^T$. Метод наименьших квадратов для оценки параметров модели (3) дает решение

$$\hat{\theta}_j = (\mathbf{\Phi}_j^T \mathbf{\Phi}_j)^{-1} \mathbf{\Phi}_j^T \mathbf{Y}_j. \tag{4}$$

Для оценки точности аппроксимации вводятся следующие показатели:

– среднеквадратичная ошибка: $J = \sqrt{N^{-1} \sum_{k=1}^{N} e^2(k)}$, где $e(k) = y^*(k) - y(k)$; $y^*(k)$ – реальный выход моделируемой системы, например, записанный в результате экспериментов; $y(k)$ – текущий выход аппроксимирующей модели;
– максимальная ошибка: $e_m = \max\limits_{1 \leq k \leq N} |e(k)|$.

Далее, пусть для характерной переменной $x(k)$ определены граничные значения для каждого из интервалов $Z_j, j = \overline{1 : N_z - 1}$, где N_z – общее число интервалов, тогда для одномерного разбиения в каждый дискретный момент времени можно вычислить функцию принадлежности:

$$s_j(k) = \begin{cases} 1, \text{ если } Z_{j-1} \leq x(k) \leq Z_j, \\ 1 - \dfrac{x(k) - Z_j}{\Delta_Z}, \text{ если } Z_j \leq x(k) \leq Z_j + \Delta_Z, \\ 1 - \dfrac{Z_{j-1} - x(k)}{\Delta_Z}, \text{ если } Z_{j-1} - \Delta_Z \leq x(k) \leq Z_{j-1}, \\ 0, \text{ иначе}, \end{cases} \tag{5}$$

где $\Delta_Z < \min\limits_{j=2:N_Z-1}(Z_j - Z_{j-1})$ представляет собой буферную зону между интервалами, которая вводится специально, чтобы сгладить переходы между режимами. Функция принадлежности, определяемая на основании алгоритма (5), имеет трапецеидальное распределение (рисунок).

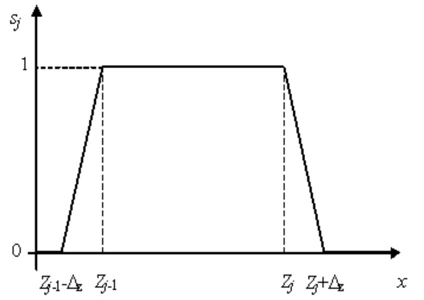

Рисунок. Графики распределения функции принадлежности $s_j(x(k))$ для одномерного случая

Нормировка степени принадлежности проводится на основании соотношения

$$\bar{s}_j(k) = \frac{s_j(k)}{\sum\limits_{i=1}^{N_Z} s_i(k)}.$$

Адаптация в системе осуществляется посредством автоматического корректирования значений функции принадлежности на основании величины ошибки между выходом аппроксимирующей модели и текущим значением регулируемой переменной:

$$\begin{cases} \tilde{s}_j(k) = \bar{s}_j(k) J_j^0(k), \\ J_j^0(k) = e^{-\alpha\sqrt{M^{-1}\sum\limits_{i=0}^{M}(y^*(k-i)-\hat{\theta}_j^T\phi_j(k-i))^2}} \end{cases},$$

где параметр $\alpha > 0$ и ширина скользящего окна M выбираются разработчиком, а оценки $\hat{\theta}_j^T$ находятся из алгоритма идентификации (4). В этом случае выход результирующей модели определяется как взвешенное среднее выходов локальных моделей:

$$y(k) = \sum_{j=1}^{N_Z} \tilde{s}_j(k)\hat{\theta}_j^T\phi_j(k). \tag{6}$$

Синтез алгоритма управления

Рассмотрим систему комбинированного управления, включающую прямую и обратную связи.

Для синтеза алгоритма управления по прямой связи за основу были взяты методы управления, использующиеся при решении обратных задач динамики [12]. Преобразуем (6) к следующему виду:

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^{n} \mathbf{W}_{j,i}^{y} y(k-i) + \sum_{l=-1}^{p} \mathbf{W}_{j,l+1}^{1}\mathbf{f}_1(k-l) + \sum_{l=-1}^{p}[\mathbf{W}_{j,l+1}^{u} + \mathbf{W}_{j,l+1}^{0}\mathbf{F}_0(k-l)]u(k-l), \tag{7}$$

где $\mathbf{W}_{j,i}{}^{y}, \mathbf{W}_{j,l+1}^{1}, \mathbf{W}_{j,l+1}^{u}, \mathbf{W}_{j,l+1}^{0}$ – значения векторов неизвестных параметров, зависящие от времени, а $y(k)$, $u(k)$, $\mathbf{f}_1(k)$ и $\mathbf{F}_0(k)$ – выходы, управления и дополнительные входы системы соответственно в каждый дискретный момент времени k. Векторы $\mathbf{f}_1(k)$ и $\mathbf{F}_0(k)$ формируются на основании компонент исходного вектора входов модели (1) $\mathbf{d}_2(k)$ и $[\tilde{d}_2(k) \ \ \ldots \ \ \tilde{d}_l(k)]$ соответственно на основании (2).

Инвертируя (7) относительно сигнала управления, получаем выражение

$$u(k+l) = [\mathbf{W}_{j,0}^{u} + \mathbf{W}_{j,0}^{0}\mathbf{F}_0(k+1)]^{-1}\{y^*(k+1) + \sum_{i=0}^{z}\mathbf{A}_i(y(k-i) - y^r(k-i)) -$$

$$-\sum_{i=0}^{n}\mathbf{W}_{j,i}^{y} y(k-i) - \sum_{l=-1}^{p}\mathbf{W}_{j,l+1}^{1}\mathbf{f}_1(k-l) - \sum_{l=0}^{p}[\mathbf{W}_{j,l+1}^{u} + \mathbf{W}_{j,l+1}^{0}\mathbf{F}_0(k-l)]u(k-l),$$

где y^* обозначает желаемый выход системы, а матрица коэффициентов $\mathbf{A}_i$ выбирается таким образом, чтобы гарантировать устойчивость модели ошибки $e(k) = \sum_{i=0}^{z}\mathbf{A}_i e(k-i)$.

Для синтеза управления по обратной связи был использован нелинейный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор:

$$u_{fb}(k) = k_1 e(k) + k_2 \sum_{i=0}^{k} e(i) + k_3 \sum_{i=1}^{k} (e(i) - e(i-1)) + k_4 sign(e(k)) + k_5 e^3(k), \tag{8}$$

где коэффициенты регулятора $k_1 \ldots k_5$ настраиваются, исходя из требований устойчивости замкнутой системы. Данный алгоритм содержит две нелинейных функции от ошибки. Кубический член в уравнении (8) позволяет обеспечить наиболее быструю реакцию по ошибке по сравнению с пропорциональной составляющей, и в то же время нечетная степень позволяет учесть знак ошибки. В свою очередь, введение функции знака позволяет гарантировать робастность динамики ошибки регулирования по отношению к малым шумам в канале управления.

Заключение

В работе рассматривается оригинальный подход к синтезу гибридных аппроксимирующих моделей для нелинейных систем. Предполагается использование локальных нелинейных авторегрессионных моделей для отдельных динамических режимов системы и организация переключения между ними на основе «смешивания». Адаптация в системе осуществляется за счет коррекции весовых функций принадлежности к отдельным режимам в процессе функционирования.

Предлагается схема комбинированного управления. Синтез управления по прямой связи проводится решением обратной задачи динамики. В свою очередь, в обратной связи используется нелинейный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор. Вывод моделей и синтез регуляторов проводится в дискретном времени, что соответствует на практике динамике современных систем с цифровыми электронными компонентами.

В качестве направлений дальнейшей работы можно обозначить исследование методов автоматического выделения динамических режимов в системе и разработку более эффективных схем переключения, позволяющих обеспечить одновременно робастность системы и высокие показатели качества регулирования.

Литература

1. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб: Наука, 2000. – 549 с.
2. Арановский С.В., Бобцов А.А., Никифоров В.О. Синтез наблюдателя для нелинейного объекта в условиях гармонического возмущения, приложенного к выходной переменной // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 3 (67). – С. 32–38.
3. Heemels W.P.M.H., De Schutter B., Bemporad A. Equivalence of hybrid dynamical models // Automatica. – 2001. – № 37. – P. 1085–1091.
4. Bemporad A. Efficient Conversion of Mixed Logical Dynamical Systems Into an Equivalent Piecewise Affine Form // IEEE Transaction on Automatic Control. – 2004. – V. 49. – № 5. – P. 832–838.
5. Takagi T. and M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control // IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. – 1985. – V. 15. – № 1. – P .116–132.
6. Liberzon D. Switching in Systems and Control. – Boston: Birkhauser, 2003. – 233 p.
7. Efimov D.V. Uniting Global And Local Controllers Under Acting Disturbances // Automatica. – 2006. – № 42. – P. 489–495.
8. Han Z. and K.S. Narendra. Multiple Adaptive Models for Control // Proc. 49th IEEE Conference on Decision and Control. – 2010. – P. 60–65.
9. Kuipers M. and P. Ioannou. Multiple model adaptive control with mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2010. – V. 55. – № 8. – P. 1822–1836.
10. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М: Наука, 1991. – 432 с.
11. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. Оценивание параметров и состояния. – М.: Мир, 1975. – 684 с.
12. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций: Учебное пособие для вузов. – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.

Колюбин Сергей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, s.kolyubin@gmail.com

Ефимов Денис Валентинович – Государственный институт исследований по информатике и автоматике, Лилль, Франция, доктор технических наук, исследователь, efde@mail.ru

Никифоров Владимир Олегович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, проректор, nikiforov@mail.ifmo.ru

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, декан, bobtsov@mail.ifmo.ru