

УДК 531.5

ПОСТРОЕНИЕ КАРТ ИЗОЛИНИЙ АНОМАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ТОЧЕЧНЫХ МАСС

О.М. Яшникова

Описаны процедура и реализующая ее в пакете Matlab программа построения карт аномального гравитационного поля Земли на основе метода точечных масс. Процедура носит итерационный характер, в связи с чем обсуждается критерий, используемый при выборе точечных масс. Приводятся результаты и апробация методики построения карт для района озера Байкал.

Ключевые слова: аномальное гравитационное поле, точечные массы, карты изолиний.

Введение

При решении ряда прикладных задач требуются карты различных характеристик гравитационного поля Земли (ГПЗ), их трехмерные изображения и соответствующие им изолинии, а также профили вдоль различных направлений. В частности, такая потребность возникает при исследовании плотностных неоднородностей земной коры, разведке полезных ископаемых, оценке сейсмологической обстановки и т.п. Измерение величин, характеризующих ГПЗ, может проводиться гравиметрическими методами с использованием данных гравиметров, гравитационных вариометров и градиентометров. По данным съемки строятся гравиметрические карты, характеризующие аномалии ГПЗ [1, 2]. Поскольку гравиметрические съемки проведены далеко не на всей поверхности Земли, особенно в труднодоступных районах с аномальной изменчивостью поля, возникают задачи описания параметров гравитационного поля в условиях отсутствия данных гравиметрической съемки. Для этого создаются различного рода математические модели поля исследуемого района.

Один из вариантов построения модели аномального ГПЗ может быть основан на так называемом методе точечных масс. Теоретические основы этого метода известны и довольно подробно освещены в работах [3–5] применительно к описанию возмущающего потенциала [6].

В настоящей работе ставится задача построения карт изолиний аномального гравитационного поля на основе метода точечных масс и определение параметров ГПЗ, характеризующих изменчивость аномальной составляющей поля как в пространственной, так и во временной областях. Для этих целей в прикладном пакете Matlab разработана компьютерная программа, реализующая описываемую ниже математическую модель гравитационного поля и позволяющая на основе заданных характеристик точечных масс строить карты изолиний интересующих параметров. Приводятся результаты апробации методики построения карт для района озера Байкал.

Математическая модель аномального гравитационного поля

Согласно закону тяготения Ньютона проекции вектора силы притяжения F , направленного от притягиваемой точки P с единичной массой и координатами (x_P, y_P, z_P) к притягивающей точке M с массой m и координатами (x_M, y_M, z_M) , могут быть представлены [7] в векторной форме в виде

$$F_j = G \frac{m}{r^2} \cos(r, j), \quad j = x, y, z,$$

или в скалярной форме в виде

$$F_j = G \frac{m(j_P - j_M)}{r^3}, \quad j = x, y, z,$$

где G – гравитационная постоянная; $r = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2}$.

Помимо силы притяжения, на каждую точку на Земле действует центробежная сила, однако она не зависит от наличия притягивающих масс, поэтому можно считать, что сила тяжести для единичной массы определяется только силой притяжения, т.е. $g_x = F_x$, $g_y = F_y$, $g_z = F_z$. Если на точку P действуют не одна, а n притягивающих точечных масс, то выражения для компонент вектора действительной силы тяжести $\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z)^T$ (здесь индекс «Т» означает транспонирование) могут быть представлены в виде

$$g_j = G \sum_{k=1}^n \frac{m_k (j_P - j_k)}{r_k^3}, \quad j = x, y, z. \quad (1)$$

Проекции вектора силы тяжести на плоскости географического сопровождающего трехгранника (ГСТ) позволяют определить направление вектора силы тяжести. Примем точку P за начало прямоуголь-

ной системы координат, ось z совместим с направлением вектора нормальной силы тяжести $\gamma = [0, 0, \gamma]^T$, ось x направим по касательной к меридиану на север, а ось y – на восток (рис. 1).

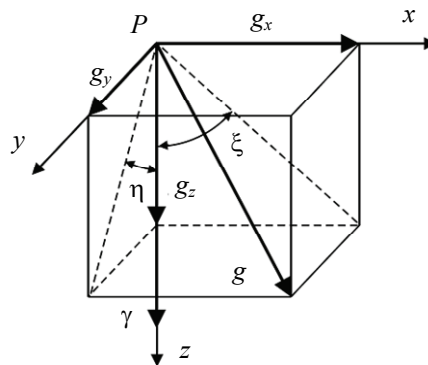


Рис. 1. Проекция вектора силы тяжести

Из (1) можем получить выражения для интересующих нас составляющих аномального ГПЗ:

$$\xi = -\frac{g_x}{g_z}, \quad \eta = -\frac{g_y}{g_z}, \quad (2)$$

$$\Delta g = g_z - \gamma, \quad (3)$$

где ξ и η – так называемые продольная и поперечная составляющие ГПЗ, а Δg – аномалия силы тяжести. В выражении (2) ввиду малости углов тангенсы заменены значениями самих углов, выраженными в радианах.

Уравнения (1)–(3) и определяют используемую далее математическую модель аномального ГПЗ. Для ее конкретизации необходимо выбирать точечные массы и соответствующие им координаты. Поскольку процедура подбора этих параметров носит итерационный характер и требует многократных вычислений, была разработана программа, позволяющая автоматизировать процесс построения таких моделей и соответствующих им карт изолиний в зависимости от числа задаваемых точечных масс и их характеристик.

Построение карт изолиний аномального гравитационного поля и результаты моделирования

Процедура построения карт изолиний аномального ГПЗ с использованием модели (1)–(3) на основе точечных масс заключается в следующем. Географическая карта интересующего района разбивается на равные участки, в центре каждого из них размещается точечная масса. С использованием географических карт определяются координаты x_{M_i}, y_{M_i} основных притягивающих масс M_i (рис. 2, а). Для выбранного количества точечных масс строятся изолинии аномалий. Необходимое количество точечных масс определяется из условия непересечения изолиний и их сглаживания с критерием волнистости изолинии не более 5%. Данный критерий характеризует степень приближенности расчетной изолинии к реальной и представляет собой соотношение длин этих изолиний [8, 9]. При добавлении точечных масс разработанная программа автоматически рассчитывает величину достигнутого критерия и отображает новые изолинии.

Описанная процедура была апробирована при построении карт изолиний сильно аномального гравитационного поля в районе озера Байкал (рис. 2). Байкал лежит в глубоком тектоническом понижении, и местность вокруг озера имеет сложный, глубоко расчлененный рельеф. Горные хребты тянутся здесь параллельно один другому в направлении с северо-запада на юго-восток и разделены котловинообразными понижениями. Высота большинства хребтов Забайкалья составляет около 1300–1800 м, а наиболее высокие хребты достигают значений около 3000 м.

Для определения величины притягивающей массы горный массив в месте залегания точки аппроксимировался равносторонней пирамидой (рис. 2, б), высота которой принималась равной максимальной высоте массива на данном участке.

В этом случае величина массы определялась выражением

$$m_{M_i} = \frac{\rho \cdot S \cdot h}{3}, \quad (4)$$

где ρ – плотность вмещающей среды; S, h – площадь основания и высота пирамиды соответственно. Согласно работам [10, 11], за среднюю плотность вмещающей среды, составляющей Байкальскую рифтовую зону, принимается $\rho = 3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. В качестве высоты залегания точечной массы выбиралась высота расположения центра масс пирамиды.

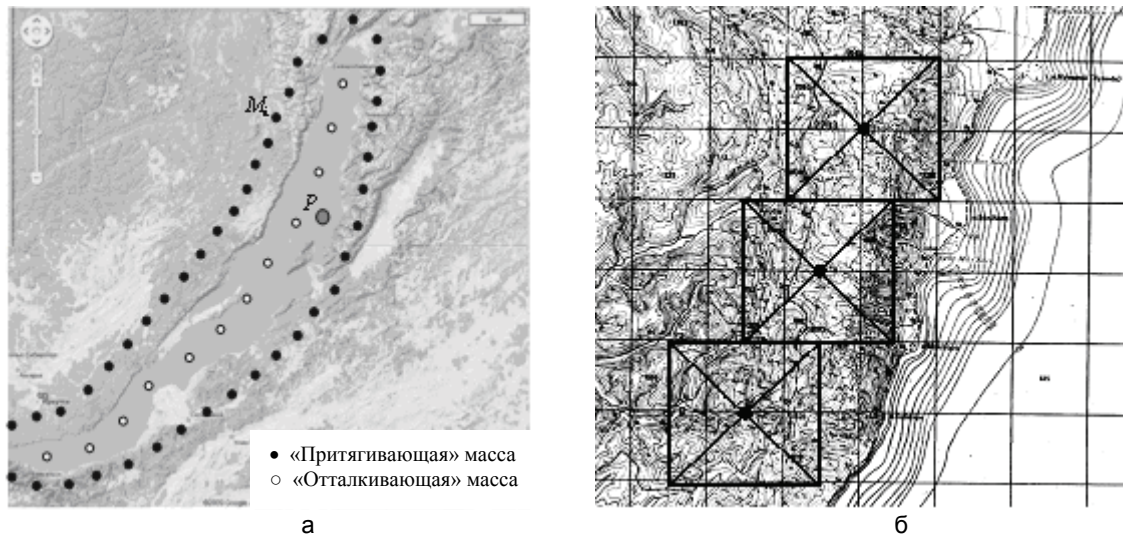


Рис. 2. Схема расположения точечных масс (а) и аппроксимация горного массива (б)

Аналогичная аппроксимация проводилась и для глубин озера с заменой в формуле (4) средней плотности среды на плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Масса в этом случае бралась с обратным знаком, так как является «отталкивающей», т.е. уменьшающей значение полной силы тяжести.

Далее с использованием значений масс m_i и соответствующих им координат $x_{M_i}, y_{M_i}, z_{M_i}$ в программе согласно выражениям (1)–(3) рассчитывались искомые параметры ξ, η , характеризующие аномальную составляющую гравитационного поля в точке с заданными координатами.

Для исследуемого района, исходя из описанного критерия, была определена модель с количеством масс, равным 120.

В ряде случаев требуется знание аномалий ГПЗ вдоль заданной траектории, например, когда точка P прямолинейно перемещается в исследуемом районе. Удобно, чтобы зависимость параметров ГПЗ представляла собой функцию от времени. Для этого необходимо задаться траекторией движения внутри поля. Предположим, что объект перемещается прямолинейно из точки S в точку F (рис. 3).

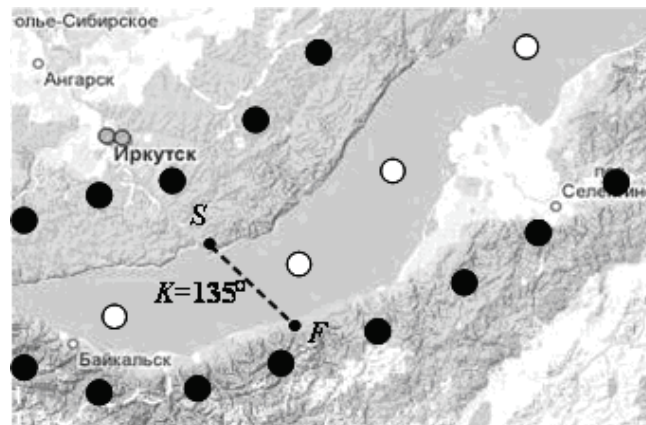


Рис. 3. Траектория движения

В этом случае координаты вычисляются как

$$X_{P_i} = X_0 + V \cdot (t - t_0) \cdot \sin(K),$$

$$Y_{P_i} = Y_0 + V \cdot (t - t_0) \cdot \cos(K),$$

где X_0, Y_0 – координаты точки старта (точка S на рис. 3); V – скорость движения объекта; t – текущее время; t_0 – начальное время; K – курс объекта.

В программе предусмотрена процедура реализации траектории в виде координат X_{P_i}, Y_{P_i} для каждого момента времени и вычисления параметров ГПЗ $\xi, \eta, \Delta g$ для каждой точки траектории.

Полученные параметры ГПЗ в проекциях на плоскости ГСТ приведены на рис. 4 и представляют собой карты изолиний, описывающие характер аномального гравитационного поля в данном районе.

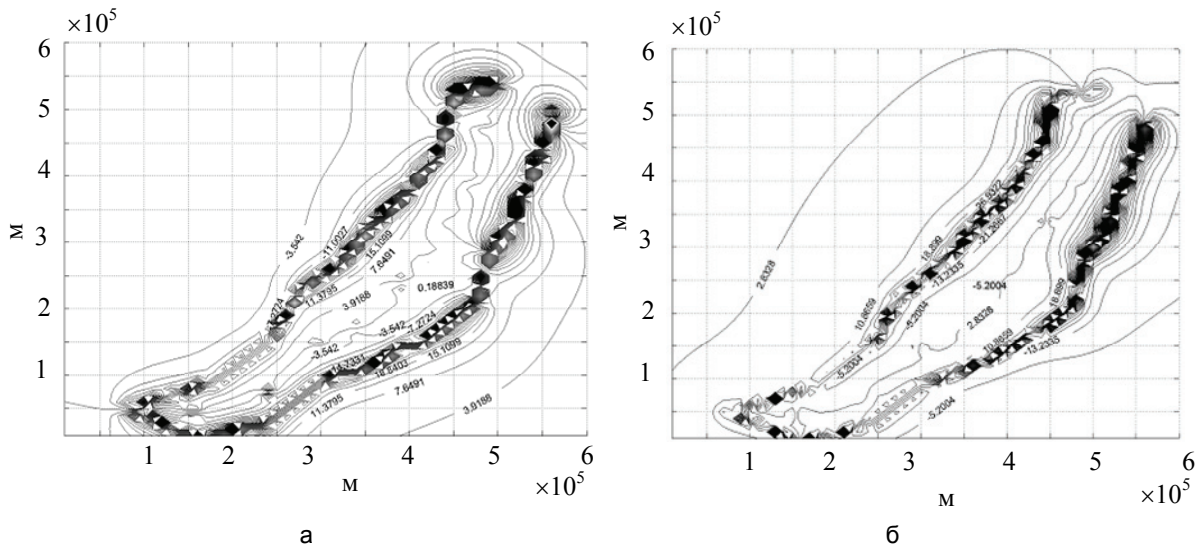


Рис. 4. Параметры ГПЗ в проекциях на меридиональную (а) и вертикальную (б) плоскости ГСТ на поверхности акватории озера Байкал (угл. с)

Аномалия силы тяжести, а также продольная и поперечная составляющие аномального ГПЗ относительно касательной к траектории движения были получены для курса $K = 135^\circ$ (рис. 3) и скорости $V = 8$ узлов и приведены на рис. 5.

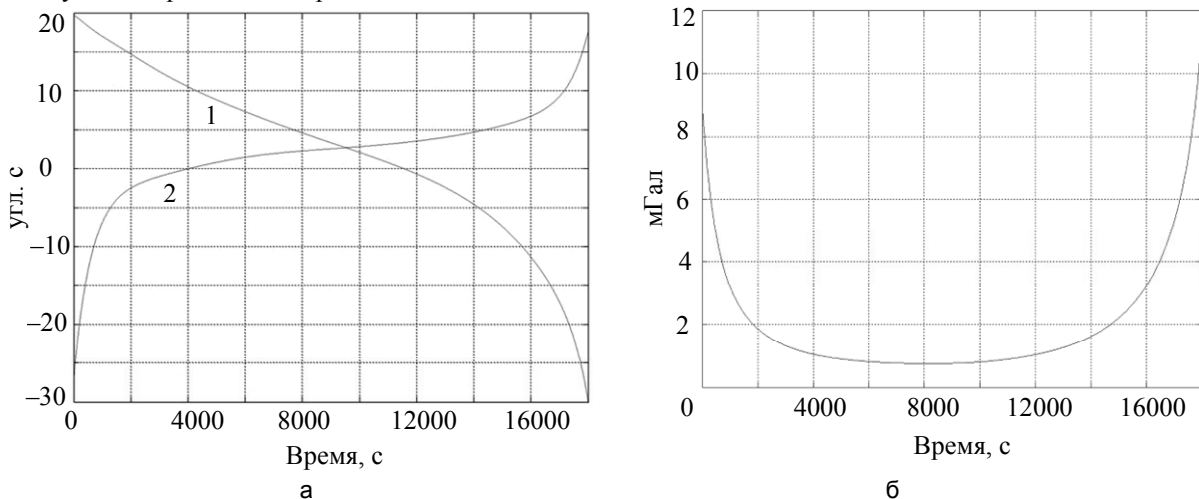


Рис. 5. Продольная ξ (1) и поперечная η (2) составляющие аномального ГПЗ относительно касательной к траектории движения (угл. с) (а) и аномалия силы тяжести Δg (мГал) (б)

Из рис. 5, б, видно, что аномалия силы тяжести для приведенной траектории (рис. 3) имеет вид параболы, значения которой возрастают до 12 мГал по мере приближения к горному массиву и опускаются фактически до нуля в середине траектории. Подобный характер кривой, описывающей аномалию ГПЗ в данном районе, полностью согласуется с данными, полученными на основе гравиметрической съемки [11, 12].

Заключение

Описаны процедура и реализующая ее в пакете Matlab программа построения карт аномального гравитационного поля Земли на основе метода точечных масс.

Практическая апробация процедуры выполнена для акватории озера Байкал, характеризующейся сложным, глубоко расчлененным рельефом. Характер изолиний параметров ГПЗ, полученных с помощью используемой модели, с достаточной степенью точности соответствует аналогичным картам, полученным гравиметрическим методом [11, 12].

Литература

1. Непоклонов В.Б. О создании цифровых карт уклонов отвесной линии // Геодезия и картография. – 1996. – № 9. – С. 2–6.

2. Хмелевской В.К. Геофизические методы исследований: Учебное пособие для геофизических специальностей вузов. – Петропавловск-Камчатский: изд-во КГПУ, 2004. – 232 с.
3. Фомин В.Н. О представлении гравитационного поля простейших тел притяжением точечных масс // *Астрономия и геодезия*. – Томск: Изд-во ТГУ, 1980. – Вып. 8. – С. 102–110.
4. Антонов В.А. Представление гравитационного поля планеты потенциалом системы точечных масс // *Труды астрономической обсерватории ЛГУ*. – 1978. – Т. 34. – С. 145–155.
5. Полещиков С.М. О построении вещественной системы точечных масс, представляющих гравитационное поле планеты // *Вестник ЛГУ*. – 1984. – Т. 14. – С. 95–99.
6. *Гравиметрия и геодезия* / Под ред. Б.В. Бровара. – М.: Научный мир, 2010. – 570 с.
7. Огородова Л.В., Шимбирев Б.П., Юзефович А.П. *Гравиметрия*. – М: Недра, 1978. – 325 с.
8. Бурик О.В. Исследование методов автоматического построения изолиний // *Сборник трудов магистрантов Донецкого национального технического университета*. Вып. 2. – Донецк: ДонНТУ. Министерство образования и науки Украины, 2003. – С. 331–342.
9. Чернова Л.И. Обработка геопространственной информации при цифровом моделировании топографических задач // *Автореферат дис. к.т.н.* – Иркутск, 2006. – 20 с.
10. Савиных В.П., Яценко В.Р., Ямбаев Х.К. Геодезические исследования геодинамики рифтовой зоны озера Байкал // *Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*. – 2006. – № 5. – С. 3–10.
11. Кабан М.К. Гравитационная модель коры и верхней мантии Северной Евразии // *Российский журнал наук о Земле*. – 2001. – Т. 3. – № 2. – С. 143–163.
12. Милановский Е.Е. *Геология России и Ближнего Зарубежья (Северной Евразии): Учебник*. – М.: Изд-во МГУ. – 1996. – 448 с.

Яшников *Ольга Михайловна* – ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», аспирант, olga_evstifeeva@mail.ru