

## МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ПСЕВДОШУМОВЫХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С НЕКРАТНЫМИ ПЕРИОДАМИ ПОВТОРЕНИЯ

В. С. БАХОЛДИН

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: bvs@email.ru*

Рассматривается новый метод формирования псевдошумовых сигналов, использующий М-последовательности с некратными периодами повторения. Представлены результаты математического моделирования корреляционных и спектральных характеристик комбинированных последовательностей в сравнении с последовательностями Голда. Исследовано влияние числа символов и тактовых частот исходных последовательностей на характеристики комбинированных последовательностей. Приведены гистограммы распределения уровней боковых лепестков для различных комбинаций числа символов и тактовых частот исходных последовательностей.

**Ключевые слова:** *псевдослучайные последовательности, эквивалентная линейная сложность, корреляционные характеристики, спектральные характеристики, математическая теория чисел*

В настоящее время область применения псевдослучайных последовательностей (ПСП) с требуемыми корреляционными характеристиками непрерывно расширяется. В системах связи на базе последовательностей, оптимальных по минимаксному критерию и объему, строятся ансамбли широкополосных сигнатур [1, 2]. При этом в закрытых системах передачи информации последовательности, имеющие большую эквивалентную линейную сложность (ЭЛС), используются для шифрования информации. Двоичные последовательности, имеющие близкие к идеальным автокорреляционные функции (АКФ), в глобальных навигационных спутниковых системах используются в качестве дальномерных кодов, а в системах воздушно-космического мониторинга — в качестве зондирующих сигналов. Бинарные последовательности применяются при построении кодов, исправляющих ошибки.

В рамках общей теории построения фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической АКФ можно определить число неэквивалентных последовательностей для произвольного периода с заданным значением уровня боковых лепестков и правила их построения [3]. В работе [4] на основе общей теории проведен синтез, разработаны правила кодирования и исследованы свойства полученных последовательностей с периодом от 2 до 10. Однако для практического применения требуются последовательности со значительно большим периодом повторения.

Бинарная фазовая манипуляция М-последовательностями обеспечивает наилучшие энергетические соотношения для достижения минимальной вероятности ошибки. На практике широко применяются ансамбли комбинированных псевдослучайных последовательностей (КПСП), получаемых путем суммирования по модулю 2 двух М-последовательностей,

сформированных с использованием  $n$ -разрядных сдвиговых регистров с обратными связями. Наиболее часто таким образом формируются ансамбли последовательностей Голда и Кассами, для которых соотношение периодов исходных последовательностей составляет 1/1 и 1/2 соответственно. При этом полагается, что длительности символов исходных и комбинированной ПСП одинаковы. Необходимо отметить, что выбор структуры сигналов связан с некоторыми трудностями [5], так как длина большинства ПСП составляет число, равное примерно  $2^n - 1$ , а использование фрагментов необходимой длины таких ПСП приводит к ухудшению корреляционных характеристик получаемых сигналов.

Рассмотрим метод формирования КПСП путем суммирования по модулю 2 двух последовательностей, заданных в поле  $GF(2)$  неприводимыми полиномами  $q_1(x) = a_{n_1}x^{n_1} + a_{n_1-1}x^{n_1-1} + \dots + 1$  и  $q_2(x) = a_{n_2}x^{n_2} + a_{n_2-1}x^{n_2-1} + \dots + 1$ , с тактовыми частотами  $f_{T1}$  и  $f_{T2}$ , соответственно [6, 7]. Если отношение периодов исходных ПСП представить в виде

простой дроби  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{(2^{n_2} - 1)/f_{T2}}{(2^{n_1} - 1)/f_{T1}} = \frac{P}{\Theta}$ , то период КПСП может быть вычислен в соответствии с выражением  $T = PT_1 = \Theta T_2 = \text{НОК}(N_1 f_2, N_2 f_1)$ , где  $N_1 = 2^{n_1} - 1$  и  $N_2 = 2^{n_2} - 1$  — число символов исходных последовательностей, а  $n_1$  и  $n_2$  — разрядности сдвиговых регистров, формирующих М-последовательности.

Таким образом, варьируя число символов в исходных ПСП и тактовые частоты, можно получить требуемый период КПСП. При анализе характеристик получаемых ПСП необходимо рассмотреть несколько частных случаев для различных соотношений числа символов и тактовых частот исходных последовательностей.

Для случая когда тактовые частоты и число символов исходных ПСП одинаковы, рассматриваемый метод формирования ПСП соответствует известному алгоритму синтеза последовательностей Голда. Во втором случае при равенстве тактовых частот и некратном числе символов получаются ПСП с достаточно хорошо изученными характеристиками, в том числе ПСП, подобные последовательностям Кассами при соотношении числа символов ПСП, близком к 1/2. Для сравнительного анализа в табл. 1 приведены характеристики некоторых КПСП при  $f_{T1} = f_{T2}$ , полученные путем математического моделирования для первого и второго случая.

Таблица 1

Номер КПСП	Примитивный полином ПСП <sub>1</sub>	Примитивный полином ПСП <sub>2</sub>	Число символов КПСП	Средний квадрат уровня боковых лепестков АКФ, дБ	ЭЛС
1	$x^5+x^3+1$	$x^6+x^1+1$	1953	-46,2	11
2	$x^5+x^3+1$	$x^7+x^4+1$	3837	-50,0	12
3	$x^5+x^3+1$	$x^8+x^7+1$	7905	-53,5	13
4	$x^5+x^3+1$	$x^9+x^5+1$	15841	-56,8	14
5	$x^6+x^1+1$	$x^7+x^4+1$	8001	-55,3	13
6	$x^7+x^4+1$	$x^8+x^7+1$	32385	-64,4	15
7	$x^8+x^7+1$	$x^9+x^5+1$	130305	-73,5	17
8	$x^{10}+x^3+1$	$x^{10}+x^7+1$	1023	-29,8	20
9	$x^{11}+x^2+1$	$x^{11}+x^9+1$	2047	-33,4	22
10	$x^{12}+x^6+x^4+x^1+1$	$x^{12}+x^6+x^5+x^3+1$	4095	-36,7	24
11	$x^{13}+x^4+x^3+x^1+1$	$x^{13}+x^7+x^2+x^1+1$	8191	-38,9	26
12	$x^{14}+x^9+x^7+x^2+1$	$x^{14}+x^5+x^3+x^1+1$	16383	-42,2	28
13	$x^{18}+x^7+1$	$x^{18}+x^{10}+x^7+x^5+1$	262143	-54,2	36

В таблице строки с 8-й по 13-ю соответствуют последовательностям Голда.

В третьем случае для синтеза КПСП были использованы последовательности, имеющие равное число символов и идентичный примитивный полином  $q(x) = x^7 + x^4 + 1$ , но разные тактовые частоты, отношение которых представляется простой дробью. Такие ПСП образуют ансамбль частотно-сдвинутых бинарных последовательностей [5]. В рассматриваемом случае происходит расширение спектра, изменение формы и ширины максимального корреляционного пика относительно исходных последовательностей. Ширина спектра комбинированной и исходных ПСП определяется выражением  $f_{\max} = f_{\tau 1} \Theta = f_{\tau 2} P$ , где  $P$  и  $\Theta$  — числитель и знаменатель простой дроби, задающей отношение тактовых частот. На рис. 1 и 2 представлены нормированные по амплитуде и полосе спектры ПСП и максимумы огибающих нормированных АКФ при соотношении тактовых частот исходных последовательностей  $3/4$ .

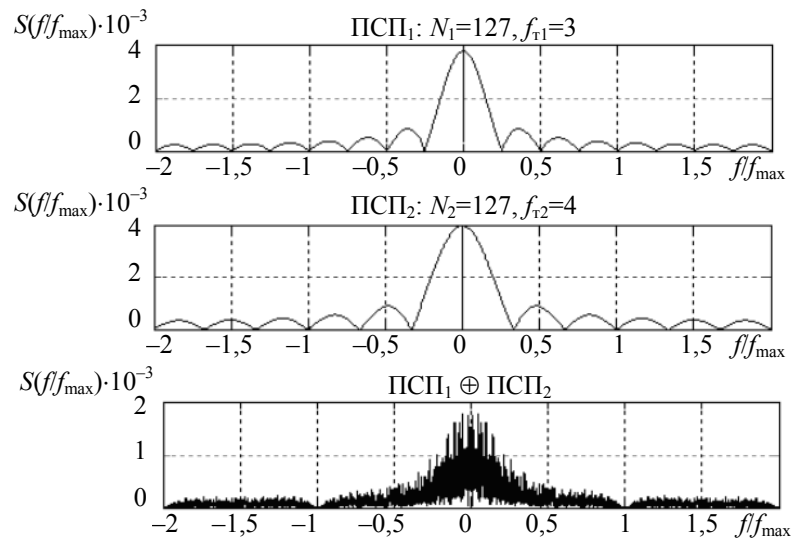


Рис. 1

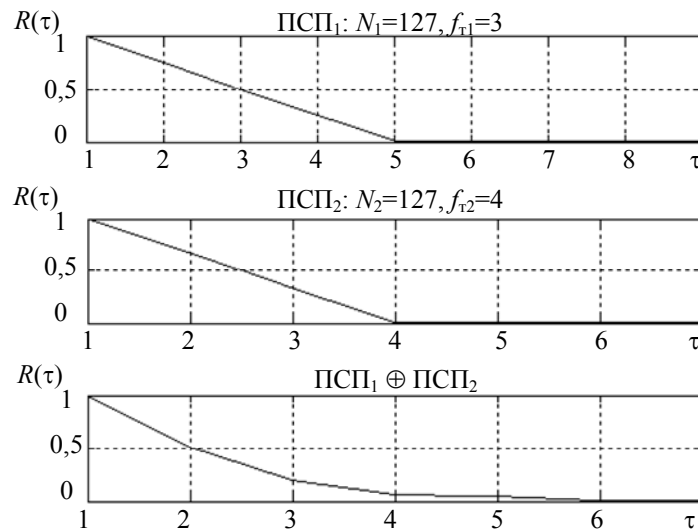


Рис. 2

Характеристики КПСП при  $f_{\tau 1} \neq f_{\tau 2}$ , полученные для третьего частного случая, приведены в табл. 2.

Номер КПСП	Тактовая частота ПСП <sub>1</sub>	Тактовая частота ПСП <sub>2</sub>	Число символов КПСП	Относительная ширина максимума АКФ по уровню 0,5	Средний квадрат уровня боковых лепестков АКФ, дБ	ЭЛС
1	2	3	762	0,77	-27,2	35
2	3	4	1524	0,69	-29,9	49
3	4	5	2540	0,67	-30,6	63
4	6	7	5334	0,62	-34,5	91
5	10	11	13970	0,62	-35,7	147
6	14	15	26670	0,60	-37,1	203
7	13	16	26416	0,64	-37,1	203
8	11	18	25146	0,71	-37,4	203
9	8	21	21336	0,80	-37,6	203
10	6	23	17526	0,90	-37,7	203

Результаты моделирования показали, что при увеличении высоты дроби (суммы числителя и знаменателя) происходит значительный рост ЭЛС, а также сужение главного корреляционного максимума АКФ и уменьшение уровня боковых лепестков (см. табл. 2, строки 1—6). При фиксированной высоте дроби и увеличении разности между ее числителем и знаменателем наблюдается незначительное снижение дисперсии уровней боковых лепестков и расширение главного корреляционного максимума АКФ относительно дроби, разность между числителем и знаменателем которой равна единице (см. табл. 2, строки 6—10). Увеличение разности между числителем и знаменателем приводит к уменьшению числа символов в получаемой последовательности. Средний квадрат уровня боковых лепестков для КПСП оказывается на 2—6 дБ больше, чем у последовательностей Голда. На рис. 3 и 4 приведены гистограммы распределения уровней боковых лепестков для КПСП № 2 и 6, полученных из М-последовательностей с отношением тактовых частот 3/4 и 14/15 (здесь  $A$  — нормированная амплитуда,  $p$  — частота появления боковых лепестков).

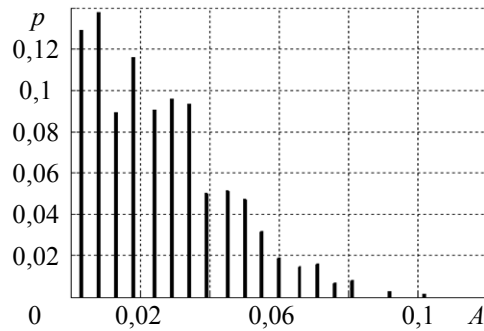


Рис. 3

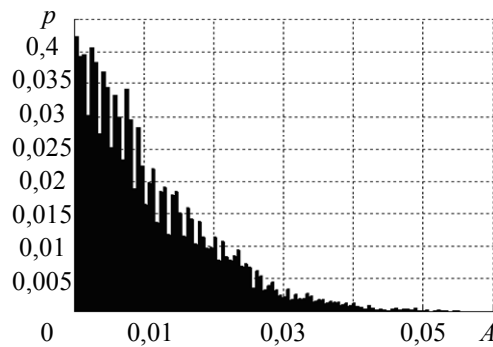


Рис. 4

В четвертом случае КПСП получается из последовательностей с разным числом символов и разными тактовыми частотами. Характеристики КПСП зависят от соотношения между

дробью, показывающей отношение числа символов, и дробью, задающей отношение тактовых частот исходных ПСП. В этом случае возможно получение как одномодовых, так и многомодовых АКФ. На рис. 5 и 6 приведены АКФ для исходных и комбинированных ПСП с числом символов 31 и 127 и отношением частот 3/2 и 2/3. Комбинированные ПСП, имеющие многомодовые АКФ (см. рис. 5), могут использоваться для реализации методов ускоренной синхронизации в каналах передачи телеметрической и другой информации.

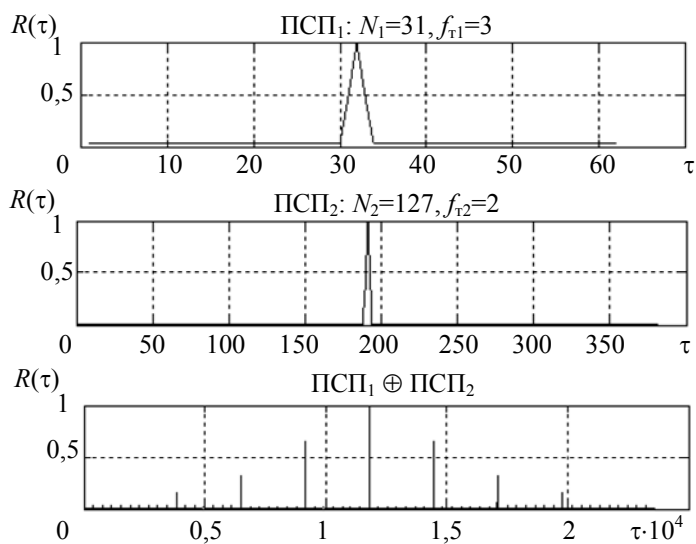


Рис. 5

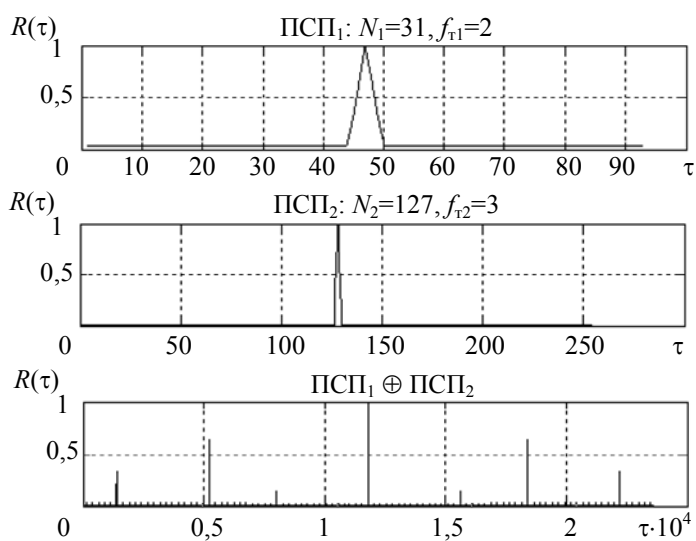


Рис. 6

Таким образом, предложенный метод формирования ПСП позволяет получить более широкий диапазон возможных значений числа символов КПСП, а также сократить аппаратные затраты (разрядность сдвигового регистра) при реализации генератора ПСП. Характеристики полученных КПСП сопоставимы с характеристиками последовательностей Голда и Кассами. Соотношение между числом символов в исходных ПСП, а также высота дроби, задающей отношение тактовых частот, и разность между ее числителем и знаменателем, оказывают существенное влияние на спектральные и корреляционные характеристики формируемых ПСП. Исследование характеристик КПСП, получаемых при использовании других классов исходных последовательностей (коды Баркера, троичные и т. д.), следует рассматривать как направление перспективных исследований.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М.: Сов. радио, 1975. 200 с.
2. *Гандмахер В. Е., Быстров Н. Е., Чеботарев Д. В.* Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка. СПб: Наука и техника, 2005. 400 с.
3. *Леухин А. Н., Парсаев Н. В.* Общий подход к построению фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2009. № 6. С. 5—12.
4. *Парсаев Н. В.* Синтез и анализ фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Йошкар-Ола, 2010.
5. *Ипатов В. П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения: Пер. с англ. М.: Техносфера, 2007. 448 с.
6. *Пономарев В. А., Пономарев А. В., Пономарева Т. М., Бахолдин В. С.* Разрешение неоднозначности в информационно-измерительных многоскальных приборах и системах. СПб: ВИКУ, 2001. 164 с.
7. Пат. 2276385, РФ. Способ формирования и приема сложных сигналов на основе M-последовательности / *В. А. Пономарев, В. С. Бахолдин.* 2005.

**Сведения об авторе**

**Владимир Станиславович Бахолдин** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра космической радиолокации и радионавигации; E-mail: bvs@email.ru

Рекомендована кафедрой  
космической радиолокации  
и радионавигации

Поступила в редакцию  
14.02.17 г.

**Ссылка для цитирования:** *Бахолдин В. С.* Метод формирования псевдошумовых сигналов на основе M-последовательностей с кратными периодами повторения // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 7. С. 635—640.

**METHOD FOR PSEUDO-NOISE SIGNAL GENERATION  
BASED ON M-SEQUENCES WITH NON-MULTIPLE RECURRING PERIODS**

**V. S. Bakholdin**

*A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia  
E-mail: bvs@email.ru*

A new method is proposed for generation of pseudo-noise signals. The method uses M-sequences with non-multiple recurring periods. Results of mathematical simulation of correlation and spectral characteristics of combined sequences are presented, comparison with Gold sequences is performed. The influence of the number of characters and the clock frequency of the original sequences on the characteristics of the combined sequences is studied. The histograms of distribution of side lobes levels for different combinations of number of characters and the clock frequency of the original sequences are presented.

**Keywords:** pseudorandom sequences, equivalent linear complexity, correlation characteristics, spectral characteristics, mathematical number theory

**Data on author**

**Vladimir S. Bakholdin** — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Space Radiolocation and Radio Navigation; E-mail: bvs@email.ru

**For citation:** Bakholdin V. S. Method for pseudo-noise signal generation based on M-sequences with non-multiple recurring periods. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 7. P. 635—640 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-7-635-640