

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДОВОДКИ СФЕРИЧЕСКОГО РОТОРА ШАРОВОГО ГИРОСКОПА

С. Н. ФЕДОРОВИЧ

*АО Концерн «ЦНИИ „Электронприбор“», 197046, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: fedorovichsn@gmail.com*

Рассмотрен один из ключевых этапов процесса формообразования сферического ротора шарового гироскопа: удаление материала с поверхности при абразивной доводке. Предложена математическая модель, описывающая процесс удаления материала с поверхности ротора в процессе доводки. В основу модели заложены элементы энергетической теории износа Флейшера, а также использованы элементы теории внедрения системы штампов в упругое полупространство И. Г. Горячевой. Заложенные в основу математической модели удаления материала гипотезы подтверждены экспериментально, о чем свидетельствует расхождение результатов моделирования и эксперимента на уровне погрешности измерений. Результаты моделирования могут быть использованы при построении алгоритмов управления прецизионными сферодоводочными станками. Представлены практические рекомендации по методу подготовки притиров.

Ключевые слова: сферический ротор, шаровый ротор, доводка, сферодоводка, шаровый гироскоп, электростатический гироскоп, моделирование

Введение. В условиях повышения требований, предъявляемых к эксплуатационным характеристикам электростатических гироскопов (ЭСГ), необходимо совершенствовать технологии изготовления деталей и узлов гироскопов. Наиболее ответственной частью чувствительного элемента ЭСГ является ротор. Поскольку возмущающие моменты сил электрического подвеса ротора прямо пропорциональны напряжению электродов подвеса и отклонению поверхности ротора от сферы [1], к технологии доводки ротора предъявляется жесткое требование по обеспечению сферичности на уровне десятых долей микрометра. Поэтому совершенствование технологий формообразования поверхности ротора является актуальной и в то же время сложной задачей. В технологическом процессе изготовления ротора к формообразующим относятся операции доводки его поверхности. Основным методом является доводка чашечными притирами [2]. Метод основан на вращении чашечного притира, на рабочую поверхность которого наносится абразив.

Целью работы являлось исследование процесса удаления материала со сферической поверхности, а также изменений формы сферической поверхности во время удаления материала. Предложена динамическая модель удаления материала с поверхности, учитывающая отклонения поверхностей ротора и притира от сферических, распределение давлений в области взаимодействия тел. Результаты моделирования подтверждаются экспериментальной обработкой ротора на штатном технологическом оборудовании.

Доводка поверхности ротора. В методе доводки чашечными притирами абразив (в виде паст и суспензий) наносится на притир и ротор. Доводочная паста состоит из абразива и наполнителя. В качестве абразивного материала используется алмазный микропорошок, с наполнителем из олеиновой и стеариновой кислот, керосина и различных органических веществ. Компоненты наполнителя предназначены для ускорения химического и физического разрушения обрабатываемой поверхности, также они обеспечивают охлаждение. Наполнитель пасты позволяет абразиву находиться во взвешенном состоянии, не допуская оседания [3]. В процессе доводки часть абразива шаржируется в ротор и притир. Оставшаяся часть

абразива, не вдавленная в поверхности, остается подвижной. Размер абразивных частиц на окончательных операциях доводки менее 1 мкм.

Рассмотрим процесс удаления материала с поверхностей ротора и притира, при котором их форма изменяется в случае вращения чашечного притира по поверхности ротора (рис. 1). Представленный частный случай выбран, поскольку прост в экспериментальной проверке и допускает обобщение на случай произвольного движения притира по поверхности ротора.

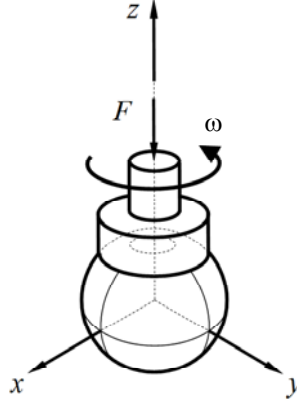


Рис. 1

В неподвижной, связанной с ротором, системе координат x, y, z к притиру, вращающемуся с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси z , приложена неизменная во времени сила F . Притир имеет поступательную и вращательную степени свободы относительно оси z . Между ротором и притиром нанесена абразивная суспензия (средний диаметр абразивных частиц d_a). При относительном движении поверхностей абразивные частицы срезают некоторый слой материала. Требуется определить, как будет изменяться форма поверхностей притира и ротора с течением времени, средний диаметр абразивных частиц в рассматриваемом интервале времени принимается постоянным. Запишем условия поставленной задачи:

$$F = \text{const}; \quad d_a = \text{const}; \quad \omega = \text{const}. \quad (1)$$

Проведем некоторые предварительные рассуждения. Область взаимодействия притира и ротора в первом приближении представляет собой сферическую поверхность. Ввиду неровностей на поверхностях ротора и притира давление на единицу площади в области взаимодействия распределено неравномерно. Скорость абразивного удаления материала с поверхностей зависит от распределения сил нормального давления, линейных скоростей относительного движения, температуры, а также химических и физических свойств материалов — притира, ротора, абразивных частиц и наполнителя суспензии. По мере удаления материала давление перераспределяется по поверхностям, тем самым в некоторой степени уравновешивая скорость удаления по всей области взаимодействия [4]. После приработки поверхности приобретают некоторую общую форму, которая со временем также будет изменяться [5, 6].

Выделим несколько подзадач и рассмотрим их отдельно:

- 1) удаление материала на элементе площади,
- 2) распределение давления по поверхностям,
- 3) изменение формы поверхностей с течением времени.

Удаление материала на элементе площади. Введем сферические координаты:

$$x = \rho \sin \theta \cos \varphi; \quad y = \rho \sin \theta \sin \varphi; \quad z = \rho \cos \theta.$$

Пусть область касания поверхностей $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2; 0 \leq \varphi \leq \pi$, а поверхности притира и ротора заданы как расстояние от начала координат до точек поверхности ротора ρ . Рассмотрим

элемент объема срезаемого за время dt материала с поверхности ротора, при относительном движении поверхностей со скоростью v . Для этого обратимся к рис. 2.

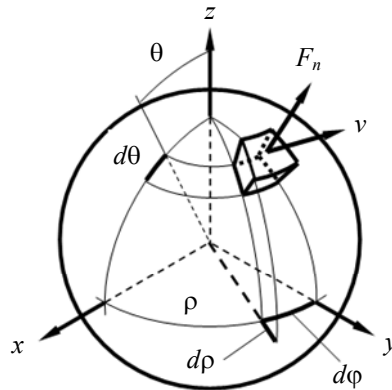


Рис. 2

На основе энергетической теории износа Флейшера [7] сделаем предположение, что, аналогично трению износа, при абразивной доводке элемент объема dV удаленного материала пропорционален элементарной работе сил трения dW_f на элементе площади, с коэффициентом пропорциональности χ :

$$dV = \frac{dW_f}{\chi} . \quad (2)$$

С физической точки зрения, коэффициент χ соответствует количеству энергии, необходимой для срезания единицы объема материала. В соответствии с обозначениями рис. 2 перепишем уравнение (2):

$$\rho^2 \sin \theta d\rho d\theta d\varphi = \frac{k dF_n dl}{\chi} , \quad (3)$$

где k — коэффициент трения; dl — участок пути трения:

$$dl = \omega \rho \sin \theta dt . \quad (4)$$

Подставив уравнение (4) в (3), выразим скорость изменения радиус-вектора на рассматриваемом элементе поверхности ротора:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{k dF_n \omega}{\chi \rho d\theta d\varphi} . \quad (5)$$

Отметим, что выражение (5) применимо как к притиру, так и к ротору. Однако коэффициент χ для разных материалов различен, что следует учесть в дальнейшем. Перейдем к определению входящих в (5) элементарных сил реакции dF_n и рассмотрим их распределение по площади взаимодействия.

Распределение давления по поверхностям. Говоря о распределении сил реакции по площади взаимодействия, необходимо определить характер зависимости толщины абразивной прослойки между рабочими поверхностями от величины этих сил. Основываясь на теории внедрения системы штампов в упругое полупространство И. Г. Горячевой [8], представим абразивные частицы сферами, описанными вокруг формы реальных частиц (рис. 3), со средним диаметром d_a в соответствии с условиями поставленной задачи (1).

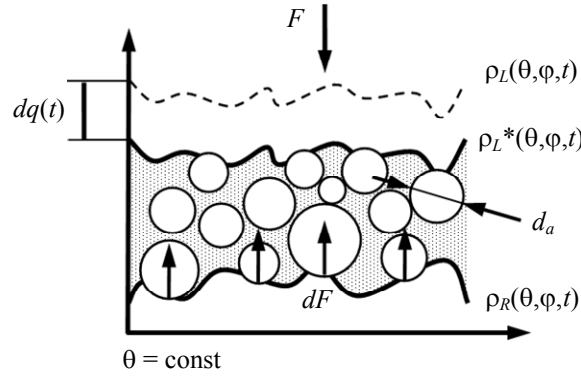


Рис. 3

Согласно условию, притир имеет поступательную степень свободы по оси z . Притир, действуя на поверхность ротора, перемещается и сдавливает абразивную прослойку до состояния, при котором приложенная к притиру сила F уравнивается распределенной по поверхности притира силой реакции связи. Интенсивность силы реакции связи соответствует элементарной силе dF_R , препятствующей вдавливанию абразива в поверхность ротора. Запишем выражение поверхности притира в положении равновесия:

$$\rho_L^*(\theta, \varphi, t + dt) = \rho_L(\theta, \varphi, t) - dq(t) \cos \theta, \quad (6)$$

где $\rho_L^*(\theta, \varphi, t)$ — поверхность притира в состоянии равновесия для момента времени t , $dq(t)$ — величина перемещения поверхности притира по оси z для момента времени t .

Толщина абразивной прослойки в каждой точке поверхности представляется как:

$$h(\theta, \varphi, t) = \rho_L^*(\theta, \varphi, t) - \rho_R(\theta, \varphi, t). \quad (7)$$

На основании [8] предположим, что элементарная сила dF экспоненциально зависит от толщины абразивной прослойки:

$$dF(\theta, \varphi, t) = \frac{a}{\exp\left(\frac{h(\theta, \varphi, t)}{d_a}\right)}, \quad (8)$$

где a — сила, необходимая для полного вдавливания частицы среднего диаметра в рабочие поверхности.

Используя (6)—(8), запишем условие равновесия давлений:

$$F = a \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp\left(\frac{\rho_R(\theta, \varphi, t) - \rho_L(\theta, \varphi, t) + dq(t) \cos \theta}{d_a}\right) d\theta. \quad (9)$$

Изменение формы поверхностей с течением времени. Поверхность притира в каждый момент времени, вследствие истирания поверхностей и их неровностей, будет перемещена по оси z на величину $\Delta q(t) \cos \theta$ для обеспечения условия равновесия (9). Подставив (8) в (5), запишем уравнение для описания изменения поверхности ротора при обработке:

$$\rho_R(\theta, \varphi, t + dt) = \rho_R(\theta, \varphi, t) - \frac{k a \omega \cos \theta dt}{\chi_R \exp\left(\frac{\rho_L^*(\theta, \varphi, t) - \rho_R(\theta, \varphi, t)}{d_a}\right) \rho_R(\theta, \varphi, t) d\theta d\varphi}. \quad (10)$$

Для вращающегося притира по поверхности ротора изменение поверхности формы притира может быть вычислено аналогично:

$$\rho_L(\theta, \varphi + \omega dt, t + dt) = \rho_L^*(\theta, \varphi, t) + \frac{k a \omega \cos \theta dt}{\chi_L \exp\left(\frac{\rho_L^*(\theta, \varphi, t) - \rho_R(\theta, \varphi, t)}{d_a}\right)} \rho_L^*(\theta, \varphi, t) d\theta d\varphi. \quad (11)$$

Из формул (10) и (11) видно, что от коэффициентов χ_R и χ_L зависит, какая поверхность будет истираться интенсивнее.

Численные решения уравнений модели. Рассмотрим решения уравнений модели (10), (11) с помощью программного пакета MatLab. Начальные условия выбирались исходя из реальных параметров рассматриваемой системы:

$$F = 1,5 \text{ Н}; d_a = 1 \text{ мкм}; \theta_1 = 12^\circ; \theta_2 = 54^\circ; \omega = 12 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \chi_R = \chi_L = 0,08 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}; t = 0 \dots 22,5 \text{ с.}$$

Неровности на поверхностях ротора и притира моделировались как сумма сферических гармоник вида:

$$\rho(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n c_n^m Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (12)$$

где c_n^m — комплексная амплитуда степени n и порядка m ; $Y_n^m(\theta, \varphi)$ — сферическая гармоника степени n и порядка m .

Рассмотрим поверхности ротора и притира в начальный момент времени. В качестве иллюстрации неровностей на моделируемых поверхностях представим их на сфере единичного радиуса (рис. 4, *а* — ротор, *б* — притир. Масштаб радиуса ротора ($1:10^7$ мкм) и отклонений ($1:1$ мкм) различен для демонстрации эффектов при формировании гармоник).

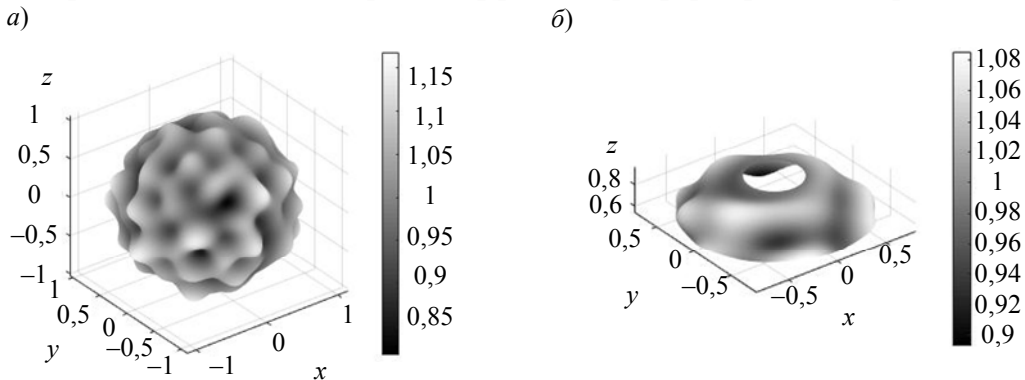


Рис. 4

Неровности поверхности притира и ротора по азимуту в представленной модели описываются зональными гармониками, по азимуту и высоте — тессеральными, по высоте — секториальными. Отклонение от сферичности поверхностей модели, в области соприкосновения поверхностей, составляло 0,12 мкм для притира и 0,15 мкм — для ротора.

Рассмотрим влияние обработки на изменение зональных гармоник. Для этого целесообразно рассмотреть интегрально усредненные по азимуту поверхности притира и ротора. Ограничимся рассмотрением первых четырех гармоник. Амплитуда первой гармоники означает величину углубления притира в ротор при обработке. Вычислим коэффициент a_1 (первую гармонику):

$$\rho(\theta) \approx a_0 + a_1 \cos \theta, \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2). \quad (13)$$

Решив уравнение методом наименьших квадратов для каждого временного интервала, можно найти изменение первой зональной гармоники с течением времени (рис. 5).

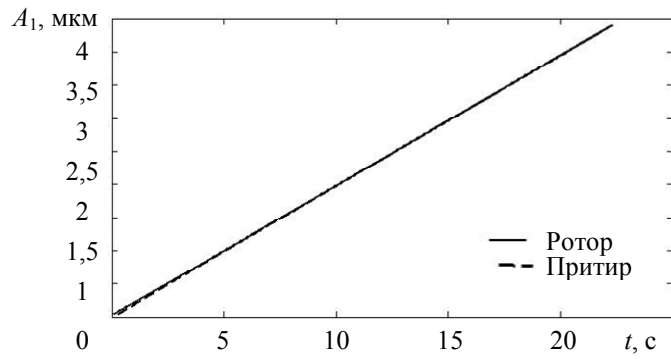


Рис. 5

Рассмотрение гармоник выше первой целесообразно провести для $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ — полного периода колебаний, без учета первой гармоники:

$$\rho(\theta) - a_0 + a_1 \cos \theta \approx \sum_{n=2}^4 a_n \cos(n\theta), \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2. \quad (14)$$

Изменение второй—четвертой зональных гармоник проиллюстрировано на рис. 6.

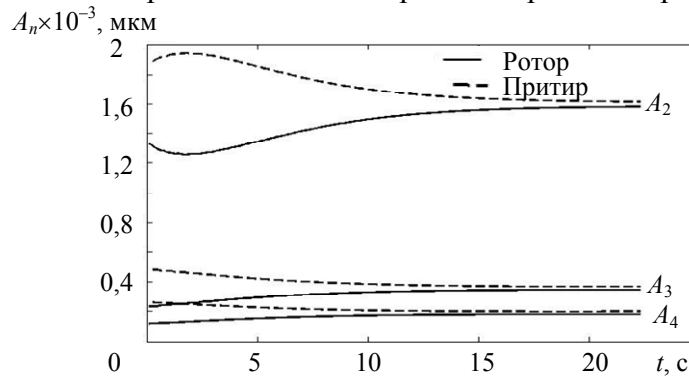


Рис. 6

Рассмотрим влияние обработки на изменение секториальных гармоник, для этого усредним по высотному углу θ и выполним разложение в ряд Фурье:

$$\rho(\varphi) \approx \sum_{n=1}^4 a_n \cos(n\varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \quad (15)$$

Изменение с первой по четвертую секториальных гармоник представлено на рис. 7.

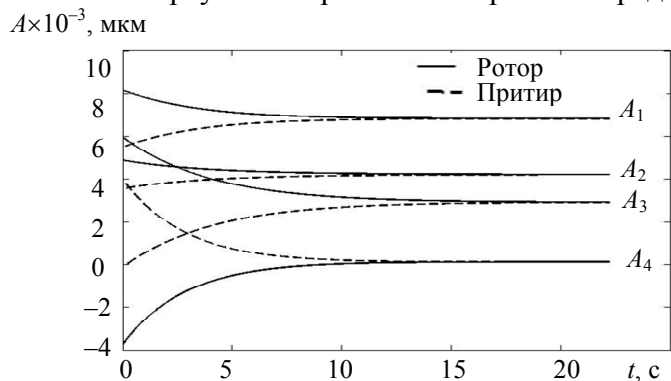


Рис. 7

Как видно из результатов моделирования, после приработки поверхностей наблюдается лишь возрастание первой зональной гармоники, которое означает углубление поверхности притира в поверхность ротора. Гармоники формы притира и ротора начиная со второй, как секториальные, так и зональные, после приработки усредняются.

Результаты эксперимента. Проверка результатов моделирования выполнялась на четырехшпиндельном механизме для доводки роторов ЭСГ (рис. 8). Тремя нижними притирами L1, L2, L3 ротор удерживался неподвижным, при этом притир L4 вращался со скоростью $12 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Использовались притиры из чугуна СЧ-20 в сочетании с абразивной суспензией АСМ зернистостью 0/1 мкм. Усилие давления чаши притира на ротор составляло 1,5 Н. Длительность вращения притира L4 22,5 с.

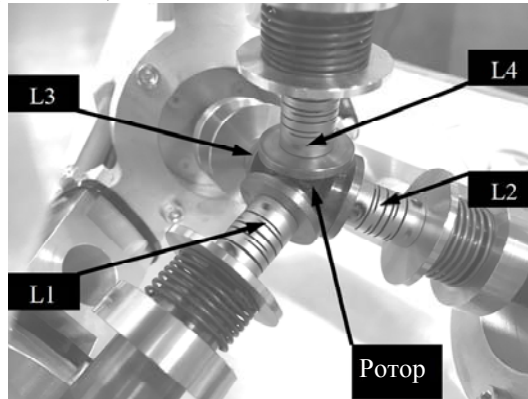


Рис. 8

Измерения обработанной поверхности осуществлялись на кругломере Talygond 73. Ротор измерялся в семи меридиональных сечениях, после чего результаты измерений усреднялись, это позволило выделить зональные гармоники обработанной поверхности. Результаты измерений представлены на рис. 9 в виде семи усредненных меридиональных сечений. Выделенная область круглограммы обозначает место обработки ротора, целесообразно сравнить ее с результатами моделирования.

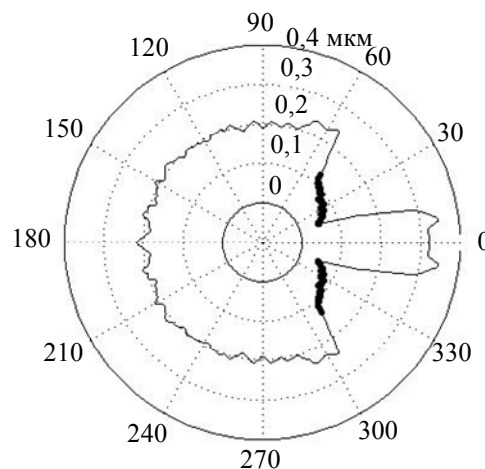


Рис. 9

На рис. 10 представлены значения амплитуд второй—четвертой секториальных гармоник области взаимодействия притира и ротора, рассчитанные по (15).

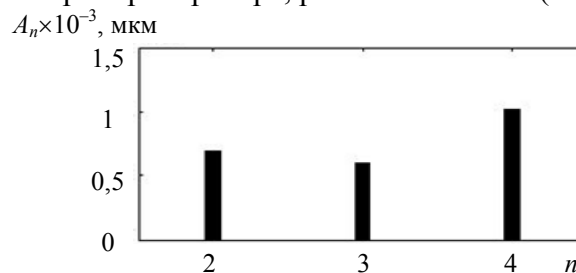


Рис. 10

Как видно из рис. 10, амплитуды второй—четвертой секториальных гармоник сопоставимы с результатами модели, что подтверждает лишь возрастание первой зональной гармоники.

Выводы. Результаты моделирования показали, что после приработки поверхностей возрастает лишь первая зональная гармоника, это означает углубление поверхности притира в поверхность ротора. При этом форма поверхностей зависит от отношения коэффициентов $\frac{a}{\chi_R}$ и $\frac{a}{\chi_L}$, что подчеркивает исключительную важность выбора материала притиров и способа получения рабочей поверхности притиров. Так, использование притира с рабочей поверхностью, полученной токарным способом, неизбежно приводит к увеличению зональных гармоник на приработанных поверхностях. При изготовлении притиров следует отдавать предпочтение методам обработки, позволяющим получить преимущественно секториальные гармоники на рабочей поверхности.

Кроме того, показано, что использование притиров с малыми отклонениями диаметра рабочей поверхности от диаметра ротора (на уровне 1 мкм) приводит лишь к увеличению длительности приработки поверхностей и существенно не влияет на форму ротора после приработки.

Предложенная модель процесса удаления материала с поверхности ротора в процессе формообразования подтвердила адекватность. Актуальным направлением развития предложенной модели является обобщение модели на случай произвольного движения чаши притира по поверхности ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романенко С. Г. и др. О движении роторов электростатических гироскопов бескарданной системы ориентации орбитального космического аппарата // Гироскопия и навигация. 2000. Т. 30, № 3. С. 3—11.
2. Федорович С. Н. Современное состояние и перспективы развития технологии сферодоводки прецизионных узлов // Металлообработка. 2018. Т. 103, № 1. С. 52—57.
3. Орлов П. Н. Технологическое обеспечение качества деталей методами доводки. М.: Машиностроение, 1988. 384 с.
4. Крагельский И. В. Трение изнашивание и смазка. Справочник. Кн. 1. М.: Машиностроение, 1978. 84 с.
5. Крагельский И. В. Основы расчетов на трение на износ. М.: Машиностроение, 1977. 310 с.
6. Мышкин Н. К., Петроковец М. И. Трение, смазка, износ. Физические основы и технические приложения трибологии. М.: Физматлит, 2007. 53 с.
7. Fleischer G. Energetische Methode der Bestimmung des Verschleißes // Schmierungstechnik. 1973. Bd 4. P. 9—12.
8. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 38 с.

Сведения об авторе

Сергей Николаевич Федорович — АО Концерн «ЦНИИ „Электроприбор“», Лаборатория роторов из бериллия; начальник лаборатории; E-mail: Fedorovichsn@gmail.com

Поступила в редакцию
13.01.2020 г.

Ссылка для цитирования: Федорович С. Н. Моделирование процесса доводки сферического ротора шарового гироскопа // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 4. С. 307—315.

MODELING THE PROCESS OF FINISHING THE SPHERICAL ROTOR OF A BALL GYROSCOPE

S. N. Fedorovich

Concern CSRI Elektropribor, JSC, 197046, St. Petersburg, Russia
E-mail: fedorovichsn@gmail.com

One of the key issues in the process of shaping the spherical rotor of a ball gyroscope, namely, the process of removing material from the surface of the rotor during abrasive finishing, is discussed. A model describing the process of removing material from the surface of the rotor in the process of finishing is proposed. The model is based on energy-based wear theory by Fleischer, as well as elements of the theory of the introduction of a system of punches into an elastic half-space by I. G. Goryacheva. The hypotheses used in the mathematical model of material removal are confirmed experimentally, as evidenced by the discrepancy between the results of modeling and experiment at the level of measurement error. Results of simulation using the model can be used in the construction of control algorithms for precision spherical finishing machines. Practical recommendations on method of lappers preparing are formulated.

Keywords: spherical rotor, ball rotor, finishing, spherical finishing, ball gyroscope, electrostatic gyroscope, modeling

REFERENCES

1. Romanenko S.G. et al. *Gyroscopy and Navigation*, 2000, no. 3(30), pp. 3–11. (in Russ.)
2. Fedorovich S.N. *Metalloobrabotka*, 2018, no. 1(103), pp. 52–57. (in Russ.)
3. Orlov P.N. *Tekhnologicheskoye obespecheniye kachestva detaley metodami dovodki* (Technological Assurance of the Quality of Parts by Finishing Methods), Moscow, 1988, 384 p. (in Russ.)
4. Kragel'skiy I.V. *Treniye iznashivaniye i smazka. Spravochnik. Kniga 1* (Friction Wear and Lubrication. Reference book 1), Moscow, 1978, 84 p. (in Russ.)
5. Kragel'skiy I.V. *Osnovy raschetov na treniye na iznos* (Friction Wear Calculation Fundamentals), Moscow, 1977, 310 p. (in Russ.)
6. Myshkin N.K., Petrokovets M.I. *Treniye, smazka, iznos. Fizicheskiye osnovy i tekhnicheskiye prilozheniya tribologii* (Friction, Lubrication, Wear. Physical Foundations and Technical Applications of Tribology), Moscow, 2007, 53 p. (in Russ.)
7. Fleischer G. *Energetische Methode der Bestimmung des Verschleißes. Schmierungstechnik*, 1973, Bd 4, pp. 9–12.
8. Goryacheva I.G. *Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya* (Frictional Interaction Mechanics), Moscow, 2001, 38 p. (in Russ.)

Data on author**Sergey N. Fedorovich**

— Concern CSRI Elektropribor, JSC; Beryllium Rotors Laboratory;
Head of the Laboratory; E-mail: Fedorovichsn@gmail.com

For citation: Fedorovich S. N. Modeling the process of finishing the spherical rotor of a ball gyroscope. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 4. P. 307–315 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-4-307-315