УДК 519.87:551.46
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-10-806-810

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ПЛАНИРОВАНИЯ ГИДРОГРАФИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

В. Н. Завгородний

Российский государственный гидрометеорологический университет,
192007, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: zavgor@list.ru

Разработана математическая модель распределения судов по районам, предназначенная для эффективного решения задачи океанологических исследований. Рассматривается распределение судов по районам гидрографических работ съемки рельефа дна. Представлен метод динамического программирования, обеспечивающий оптимизацию распределения судов, указаны условия применения метода оптимизации.

Ключевые слова: *математическая модель, метод динамического программирования, гидрографические работы, исследование операций*

Гидрографические исследования служат для обеспечения: безопасного судовождения; проектирования прибрежных водозащитных сооружений, портовой инфраструктуры (прокладывание кабеля через водные пространства, дноуглубительные работы); предварительной оценки перемещения пятен загрязнения на море (управление водными ресурсами); спасательных операций на море (управление чрезвычайными ситуациями на море); поиска ресурсов на морском дне.

При организации и планировании гидрографических работ на обширной акватории моря или океана необходимо распределять гидрографические суда различных классов и проектов по районам выполнения работ. Допустимые варианты назначения судов в районы могут оцениваться по расходу топлива. В случае планирования гидрографических работ [1, 2] в связной области акватории (любые две ее точки можно соединить непрерывной линией) районы можно характеризовать их площадью.

Постановка задачи. В интересах обеспечения морской деятельности в Арктическом бассейне требуется провести плановую съемку рельефа дна для картографирования заданной области на площади S. Для таких гидрографических работ могут быть выделены n океанографических и гидрографических судов различных проектов, оборудованных гидролокатором бокового обзора (см. рисунок). Обследование i-м судном с производительностью u_i района площадью s_i потребует расхода топлива w_i условных единиц. Требуется определить, какие суда из n выделенных следует назначить для производства работ в состав отряда из k судов ($k \le n$), и найти такое распределение судов по районам акватории, при котором общий расход топлива W всех судов будет наименьшим [3].

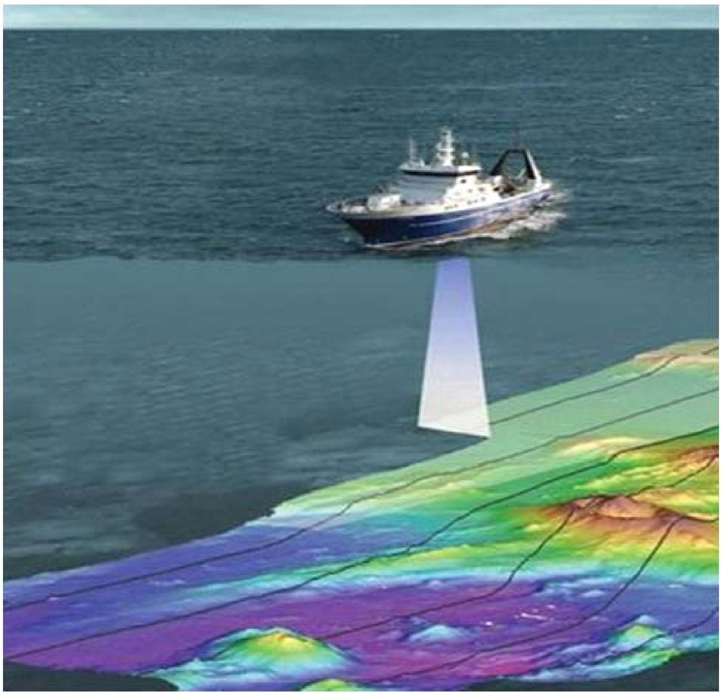
Математическая постановка задачи состоит в определении наименьшего значения целевой функции W:

$$W = \sum_{i=1}^{n} w_i\left(s_i\right) \to \min \qquad (1)$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n} s_i = S\,, \qquad (2)$$

$$s_i \ge 0\left(i = \overline{1,n}\right). \qquad (3)$$



Сформулированная задача относится к задачам нелинейного программирования. В случае, когда $w_i(s_i)$ — выпуклые функции, ее решение можно найти методом множителей Лагранжа [4, 5]. Если функции $w_i(s_i)$ не являются выпуклыми, то методы нелинейного программирования не позволяют определить глобальный максимум функции (1). Тогда решить задачу (1)—(3) можно с помощью метода динамического программирования [6, 7]. Для этого исходную задачу нужно рассмотреть как многоэтапную (многошаговую). Вместо того чтобы рассматривать допустимые варианты распределения судов *n* между районами и оценивать их эффективность, исследуем целевые функции последовательно одного судна, двух судов и т.д., наконец, *n* судов. Таким образом, получим *n* этапов, на каждом из которых состояние системы (в качестве которой выступает группа судов) описывается площадями районов акватории, подлежащей обследованию *i* судами ($i = \overline{1, n}$). Решения о размере района, в который назначается *i*-е судно, являются управлениями. Задача состоит в выборе таких управлений, при которых функция (1) принимает наименьшее значение.

Рассмотрим решение этой задачи в общем виде [4] и введем необходимые обозначения. Предположим, что состояние рассматриваемой системы перед *i*-м шагом определяется площадью $S - s_{i-1}$, не распределенной после (*i*–1)-го шага. При этом будем считать, что состояние, в которое переходит система на *i*-м шаге, зависит от состояния после (*i*–1)-го шага $S - s_{i-1}$ и выбранного управления s_i на *i*-м шаге и не зависит от того, каким образом система пришла в состояние перед *i*-м шагом.

На шаг *i* будет затрачен определенный объем w_i топлива, и с учетом предыдущих шагов расход топлива составит W_i, так же в зависимости от исходного состояния системы после (*i*–1)-го шага и выбранного управления на *i*-м шаге. Общий расход за *n* шагов является критерием эффективности решения задачи и определяется в виде целевой функции (1).

Таким образом, сформулированы два условия, которым должна удовлетворять рассматриваемая задача распределения судов как задача динамического программирования. Первое условие — отсутствие последействия, а второе — условие аддитивности целевой функции задачи.

Для решения этой задачи динамического программирования следует составить рекуррентное соотношение Беллмана:

$$W_1(S)=\min_{0\le s_1\le \mathrm{S}}\{(w_1(s_1))\};$$
$$W_2(S)=\min_{0\le s_2\le \mathrm{S}}\{w_2(s_2)+W_1(S-s_2)\}; \tag{4}$$
$$W_{n-1}(S)=\min_{0\le s_{n-1}\le \mathrm{S}}\{w_{n-1}(s_{n-1})+W_{n-2}(S-s_{n-1})\}.$$

Здесь функции $W_i(S)$, $i=\overline{1,n-1}$, определяют минимальный расход топлива при соответствующих распределениях площади S акватории между i судами. Значение функции $w_n(s_n)$ вычисляется лишь для $s_n=S$, так как требуется, чтобы площадь районов, выделяемых для всех n судов, была равна S.

Используя теперь рекуррентные соотношения (4), решим задачу для исходных данных модели в табл. 1, т.е. определим сначала условно оптимальные, а затем оптимальные распределения площади S заданной области акватории между судами.

Таблица 1

Исходные данные площади районов и расхода топлива судов

s_i, км^2	w_i, у.е.			
	судно 1	судно 2	судно 3	судно 4
2000	48	56	52	72
4000	132	112	152	156
6000	176	152	188	192
8000	256	224	248	260
10000	312	320	316	328

Начинаем с определения условно оптимальных значений площади районов, выделяемых для первого судна. Для этого задаем значения s_1 = 0, 2000, 4000, 6000, 8000 и 10 000 и находим расход топлива $W_1(s_1)$ = 48, 132, 176, 256, 312 (табл. 2).

Таблица 2

Условные оптимальные площади района и расход топлива судна 1 (этап 4)

s_i, км^2	w_i, у.е.						W_1*	s_1
	0	2000	4000	6000	8000	10000		
2000		48					48	200
4000			132				132	400
6000				176			176	600
8000					256		256	800
10000						312	312	1000

Используя теперь данные табл. 1 и 2, определим условно оптимальные площади районов, выделяемых второму судну. Полученные результаты расхода топлива W_2 судов 1, 2 и найденные площади районов, выделяемых судну 2, показаны в табл. 3.

Таблица 3

Условные оптимальные площади района судна 2 и расход топлива судов 1, 2 (этап 3)

s_i, км^2	0			2000			4000			6000			8000			10000			W_2*	s_2
	w_2	W_1	W_2	w_2	W_1	W_2	w_2	W_1	W_2	w_2	W_1	W_2	w_2	W_1	W_2	w_2	W_1	W_2		
2000	0	48	48	56	0	56													48	0
4000	0	132	132	56	48	104	112	0	112										104	2000
6000	0	176	176	56	132	188	112	48	160	152	0	152							152	6000
8000	0	256	256	56	176	232	112	132	244	152	48	200	224	0	224				200	6000
10000	0	312	312	56	256	312	112	176	288	152	132	284	224	48	272	320	0	320	272	8000

Результаты расхода топлива W_3 судов 1, 2, 3 и найденные условно оптимальные площади районов, выделяемых судну 3, показаны в табл. 4.

Таблица 4

Условные оптимальные площади района судна 3 и расход топлива судов 1, 2, 3 (этап 2)

s_i, км^2	0			2000			4000			6000			8000			10000			W_3*	s_3
	w_3	W_2	W_3	w_3	W_2	W_3	w_3	W_2	W_3	w_3	W_2	W_3	w_3	W_2	W_3	w_3	W_2	W_3		
2000	0	48	48	52	0	52													48	0
4000	0	104	104	52	48	100	152	0	152										100	2000
6000	0	152	152	52	104	156	152	48	200	188	0	188							152	0
8000	0	200	200	52	152	204	152	104	256	188	48	236	248	0	248				200	0
10000	0	272	272	52	200	252	152	152	304	188	104	292	248	48	296	316	0	316	252	2000

Так как в данном случае четыре судна, то на последнем этапе вычисления проводятся лишь для s_4 = 10 000 (табл. 5).

Таблица 5

Условные оптимальные площади района судна 4 и расход топлива судов 1, 2, 3, 4 (этап 1)

s_i, км^2	0			2000			4000			6000			8000			10000			W*	s_4
	w_4	W_3	W	w_4	W_3	W	w_4	W_3	W	w_4	W_3	W	w_4	W_3	W	w_4	W_3	W		
10000	0	252	252	72	200	272	156	152	308	192	100	292	260	48	308	328	0	328	252	0

Следовательно, минимальный расход топлива составляет 252 у.е. Это имеет место, когда второму судну выделяется район s_2=6000, а первому и третьему — s_1=s_3=2000. Поскольку s_4=0, судно 4 не участвует в распределении.

Итак, получен оптимальный план распределения судов по районам акватории, при котором общий расход топлива всех судов будет наименьшим.

Заключение. Таким образом, в результате последовательного прохождения всех этапов от конца к началу процесса определяется минимальный расход топлива за n шагов и для каждого из них находится условно оптимальный закон управления. Чтобы найти оптимальную площадь районов s_i для каждого судна, нужно пройти всю последовательность шагов в прямом направлении от начала к концу: на первом шаге в качестве оптимального s^*_n выбирается найденное безусловное управление s_n, соответствующее общему расходу топлива W^*_n=W_n. На втором шаге найдем состояние, в которое переводит систему управление s^*_{n-1}, его теперь будем считать оптимальным и т.д. Если на очередном этапе судну назначается район нулевой площади, такое судно не включается в состав отряда для производства работ. В результате находим решение задачи, т.е. определяем минимальный расход топлива и оптимальные площади районов, назначаемых каждому судну.

Достоинством разработанной модели является независимость от нелинейности функции критерия эффективности, в то же время критериальная функция эффективности должна обладать аддитивностью, реализуемой в модели за счет марковских свойств (отсутствие последействия) процесса распределения судов.

Разработанная модель позволяет при планировании навигационно-гидрографического и гидрометеорологического обеспечения на обширной акватории найти оптимальный состав судов, наилучшим образом распределить их по районам, а также определить размеры районов при проведении океанологических исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Типовые нормы на океанографические работы. Л.: ГУНиО МО, 1990.

2. Правила гидрографической службы № 4. Съемка рельефа дна (ПГС № 4). Л.: ГУНиО МО, 1984.

3. *Гроховский И. В., Завгородний В. Н.* Модель оптимального распределения судов в районах гидрографических работ // Информационные технологии в образовании: Сб. ст. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых. 31 марта 2021 г. СПб: РГГМУ, 2021. С. 187—192.

4. *Акулич И. Л.* Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высш. шк., 1986. 319 с.

5. *Завгородний В. Н.* Исследование операций и методы оптимизации: курс лекций. СПб: РГГМУ, 2020 [Электронный ресурс]: <http://moodle.rshu.ru/>.

6. *Bellman R. E.* Dynamic Programming. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957.

7. *Таха Х. А*. Введение в исследование операций. М.: Вильямс, 2007.

Сведения об авторе

Владимир Николаевич Завгородний — д-р техн. наук; Российский государственный гидрометеорологический университет, кафедра морских информационных систем; профессор; E-mail: zavgor@list.ru

Поступила в редакцию
26.05.2021 г.

Ссылка для цитирования: *Завгородний В. Н.* Построение модели динамического программирования процесса планирования гидрографической съемки // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 10. С. 806—810.

DEVELOPING A DYNAMIC PROGRAMMING MODEL OF THE HYDROGRAPHIC SURVEY PLANNING PROCESS

V. N. Zavgorodniy

Russian State Hydrometeorological University, 192007, St. Petersburg, Russia
E-mail: zavgor@list.ru

A mathematical model for ships distribution across area is developed effectively solve the problem of oceanological research. The distribution of ships in the area of hydrographic survey of the bottom relief is considered. A dynamic programming method is presented, which ensures optimal distribution of the ships involved, conditions for the optimization method application are formulated.

Keywords: mathematical model, dynamic programming method, hydrographic survey, operations research

REFERENCES

1. *Tipovyye normy na okeanograficheskiye raboty* (Model Norms for Oceanographic Works), Leningrad, 1990. (in Russ.)
2. *Pravila gidrograficheskoy sluzhby № 4. S"yomka rel'yefa dna* (Hydrographic Service Regulations no. 4. Bottom Relief Survey), Leningrad, 1984. (in Russ.)
3. Grokhovsky I.V., Zavgorodniy V.N. *Informatsionnyye tekhnologii v obrazovanii* (Information Technologies in Education), Collection of articles of the scientific-practical conference of students, graduate students and young scientists, March 31, 2021, St. Petersburg, 2021, pp. 187–192. (in Russ.)
4. Akulich I.L. *Matematicheskoye programmirovaniye v primerakh i zadachakh* (Mathematical Programming in Examples and Problems), Moscow, 1986, 319 p. (in Russ.)
5. Zavgorodniy V.N. *Issledovaniye operatsiy i metody optimizatsii* (Operations Research and Optimization Techniques), St. Petersburg, 2020, http://moodle.rshu.ru. (in Russ.)
6. Bellman R.E. *Dynamic Programming*, Princeton, N.J. Princeton University Press, 1957.
7. Taha H.A. *Operations Research: an Introduction,* New Jersey, Pearson Education, 2003.

Data on author

Vladimir N. Zavgorodniy — Dr. Sci.; Russian State Hydrometeorological University, Department of Marine Information Systems; Professor; E-mail: zavgor@list.ru

For citation: Zavgorodniy V. N. Developing a dynamic programming model of the hydrographic survey planning process. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 10. P. 806—810 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-10-806-810