

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОГО ЗВЕЗДНОГО ДАТЧИКА

Т. В. ДАНИЛОВА, М. А. АРХИПОВА, М. А. МАСЛОВА

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: vka@mil.ru*

Представлена математическая модель многофункционального бортового звездного датчика с расширенным набором возможностей. Возможности датчика помимо распознавания звезд и расчета геоцентрической ориентации включают функции формирования оперативных оценок случайных погрешностей измерений координат звезд и звездных величин в различных форматах. Полученные оценки необходимы для обеспечения штатного функционирования прибора в условиях деградации, вызванной длительной эксплуатацией или воздействием иных факторов. Сформированные оценки могут быть использованы при решении навигационной задачи в бортовом комплексе управления космическим аппаратом.

**Ключевые слова:** *звездный датчик, оптико-электронный прибор, случайные погрешности измерений, система автономной навигации и ориентации, бортовой комплекс управления*

**Введение.** Повышение уровня автономности функционирования систем управления космическими аппаратами (КА), т.е. перенос функций управления с наземных комплексов управления на бортовые, является одной из важнейших тенденций развития космических технологий. В этой связи астрономические системы автономной навигации и ориентации (АСАНО), основанные на использовании пассивных измерений относительно естественных полей, являются наиболее перспективными. Актуальность разработок таких систем подтверждается также надежностью, помехозащищенностью и, как правило, малыми массогабаритными характеристиками измерителей, требуемых для их реализации [1, 2].

Основой функционирования АСАНО является использование результатов измерений в оптико-электронных приборах (ОЭП), или звездных датчиках (ЗД). Научные разработки и промышленное производство ОЭП претерпевают непрерывное развитие, звездными датчиками оснащаются практически все КА, в том числе и малые [3—7]. Наряду с этим появляются новые классы КА и, соответственно, новые типы орбит, увеличиваются сроки активного функционирования спутников, повышаются требования к точности навигационных определений и данных ориентации, к надежности функционирования систем управления КА. Эти обстоятельства неизменно влекут развитие разработок в области автономных методов и алгоритмов навигации и ориентации, в первую очередь, с использованием звездных датчиков, что предъявляет к последним все новые и новые требования [8, 9].

Функциями современных ОЭП являются измерение данных звездного поля, наблюдаемого в поле зрения прибора, распознавание звезд и формирование оценок ориентации осей прибора относительно геоцентрической экваториальной инерциальной системы координат (ГЭИСК). Целью настоящей работы является расширение состава функций, создание модели многофункционального, с элементами автоматического мониторинга и самонастройки ЗД, на основе опыта теоретических разработок, глубокого моделирования процессов решения задач навигации и ориентации.

**Постановка задачи.** ОЭП функционирует на основе измерений характеристик наблюдаемого звездного поля. Исходной информацией для работы прибора является массив

измерительных данных  $(\xi_k, \eta_k, m_k)$ , где  $(\xi_k, \eta_k)$  — приборные координаты звезды,  $m_k$  — звездная величина,  $k = 1, 2, \dots, Q'$ ,  $Q'$  — число наблюдаемых звезд. Все функции предлагаемой модели ЗД делятся на два класса: основные и дополнительные. К основным относятся распознавание звезд и определение геоцентрической ориентации прибора; к дополнительным — оперативное оценивание приборных погрешностей, а именно случайных погрешностей измерений координат звезд и звездных величин в различных форматах. При этом алгоритм распознавания звезд дополняется подфункциями, формирующими несколько видов показателей точности проведенных измерений, для использования их значений при решении навигационных задач с целью повышения точности. Следовательно, выходные данные, в зависимости от функции, — это массив идентификаторов распознанных звезд, параметры геоцентрической ориентации осей прибора, оценки погрешностей измерений.

**Описание модели функционирования прибора.** После измерений выполняется распознавание звезд, на основе результатов которого реализуются остальные функции прибора, как основные, так и дополнительные.

#### Основные функции ЗД

1. *Распознавание звезд.* Разработанный авторами алгоритм распознавания описан в [1]. Здесь представим кратко суть алгоритма и основные моменты, необходимые для дальнейшего изложения материала.

С целью оптимизации процесса распознавания небесная сфера разбивается на несколько областей, в нашем случае — на четырнадцать. При наличии данных о приблизительном направлении оптической оси прибора определяется область направления, и распознавание осуществляется в локальном режиме по этой области, в противном случае звезды распознаются в глобальном режиме по всем областям последовательно. В любом из режимов ключевым является алгоритм распознавания звезд по заданной области. При этом идентифицируется заданное число звезд  $Q$ . Если на каком-либо измерительном сеансе число наблюдаемых звезд  $Q' < Q$ , то полагается  $Q = Q'$ . Звезды не распознаются, если  $Q' < 5$ .

Распознавание осуществляется посредством анализа матриц взаимных угловых расстояний звезд, одна из которых, эталонная  $\mathbf{Z}_0$ , рассчитывается на основе измерений координат звезд, а другая, динамическая, — формируется исходя из данных бортового каталога:

$$\mathbf{Z}_0 = \left\| Z_{0,kl} \right\|, \quad k, l = 1, \dots, Q, \quad (1)$$

$$Z_{0,kl} = \begin{cases} \arccos(\mathbf{b}_k, \mathbf{b}_l); & k = 1, \dots, Q-1; \quad l = k+1, \dots, Q; \\ 0; & k = 1, \dots, Q; \quad l = 1, \dots, k; \end{cases}$$

где  $Z_{0,kl}$  — угловое расстояние между звездами;  $\mathbf{b}_k$  и  $\mathbf{b}_l$  — направляющие косинусы звезд в приборной системе координат (ПСК), рассчитываются на основе измерений координат;  $k$  и  $l$  — номера звезд.

Список претендентов формируется для каждой звезды с измеренными параметрами  $(\xi_k, \eta_k, m_k)$ ,  $(\xi_k, \eta_k)$  — приборные координаты. В список включаются звезды, принадлежащие заданной области и близкие к заданной звезде по звездной величине; степень этой близости определяется погрешностью измерения звездной величины  $p_m$ , задаваемой в процентах. Для звезды с номером  $i$  из данной области и звездной величиной  $m_i$  проверяется условие

$$\frac{|m_k - m_i|}{m_i} \cdot 100 < dM, \quad (2)$$

где  $dM$  — значение фильтра звездной величины,  $dM = k_m \cdot 3 \cdot p_m$ ;  $k_m$  — коэффициент фильтра звездной величины,  $k_m \in [1, 0; 2, 0]$ .

При выполнении условия (2) звезда включается в соответствующий список претендентов. Путем перебора звезд из этих списков, организованного по разработанному алгоритму, минимизирующему число вариантов (и тем самым — время перебора), формируются цепочки звезд  $\mathbf{W}$  длиной  $Q$  (по одной звезде из каждого списка). При включении звезды в цепочку проверяются следующие условия: все звезды цепочки должны быть „наблюдаемы“ в ОЭП, т.е. их взаимные угловые расстояния не должны превышать поля зрения ОЭП, а разность измеренных и фактических угловых расстояний не должна превышать предельного значения  $dU$  :

$$dU = k_U 3\sqrt{2} \cdot \sigma_{\text{ОЭП}}, \quad (3)$$

где  $\sigma_{\text{ОЭП}}$  — случайная погрешность измерений в ОЭП (паспортная характеристика прибора);  $k_U$  — коэффициент фильтра разности угловых расстояний,  $k_U \in [1,5; 3,0]$  — это значение зависит от режима использования алгоритма распознавания, т.е. проверяется истинность условия

$$|Z_{kl} - Z_{0,kl}| < dU, \quad (4)$$

где  $Z_{kl}$  — фактические угловые расстояния между звездами, определяемые по бортовому каталогу.

Каждой сформированной цепочке звезд  $\mathbf{W}$  ставится в соответствие матрица взаимных угловых расстояний

$$\mathbf{Z}(\mathbf{W}) = \| Z_{kl} \|, \\ Z_{kl} = \begin{cases} \arccos(\mathbf{w}_k, \mathbf{w}_l); & k = 1, \dots, Q-1; \quad l = k+1, \dots, Q; \\ 0; & k = 1, \dots, Q; \quad l = 1, \dots, k; \end{cases}$$

где  $\mathbf{w}_k$  и  $\mathbf{w}_l$  — направляющие косинусы звезд в ГЭЙСК, определяемые по каталогу звезд-

Затем рассчитывается значение функции  $S(\mathbf{W})$  как мера различия между двумя „рисунками“ звезд, один из которых наблюдаем в поле зрения ОЭП, другой составлен из звезд цепочки  $\mathbf{W}$ :

$$S(\mathbf{W}) = \sum_{k=1}^{Q-1} \sum_{l=k+1}^Q (Z_{kl} - Z_{0,kl})^2.$$

Задача распознавания сводится к определению массива  $\mathbf{W}'$ , который минимизирует функцию  $S(\mathbf{W})$ :

$$S' = S(\mathbf{W}') = \min S(\mathbf{W}). \quad (5)$$

Пусть  $\mathbf{Z}'$  — матрица угловых расстояний для оптимальной цепочки:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{Z}(\mathbf{W}') = \| Z'_{kl} \|. \quad (6)$$

Для контроля корректности распознавания вводится фильтр  $\tilde{S}$ , значение которого рассчитывается следующим образом:

$$\tilde{S} = k_S 2\sigma_{\text{ОЭП}}^2 Q(Q-1), \quad (7)$$

где  $k_S$  — коэффициент фильтра корректности распознавания,  $k_S \in [1,2; 1,8]$ ;  $Q$  — число распознаваемых на текущем сеансе звезд.

После расчета определенного в (5) минимума  $S'$  проверяется условие

$$S' < \tilde{S}, \quad (8)$$

при выполнении которого распознавание полагается успешным.

Алгоритм распознавания в целом играет роль фильтра, так как наличие грубых измерений приводит к нарушению условий (2), (4) или (8), вследствие чего звезды не распознаются, и результаты данного измерительного сеанса в ОЭП не используются.

Коэффициенты фильтров  $k_m$ ,  $k_U$  и  $k_S$  являются управляющими параметрами алгоритма распознавания. Варьируя эти параметры в указанных допустимых пределах, можно обеспечивать различные режимы работы алгоритма. При максимальных значениях коэффициентов обеспечивается наибольшее количество распознаваний, уменьшение их значений приводит к отказу в распознавании при возрастании случайных погрешностей измерений.

2. *Определение геоцентрической ориентации осей прибора.* Принимая во внимание равенство угловых расстояний между звездами и осями ЗД в двух ортогональных системах координат (приборной и геоцентрической), искомые направляющие косинусы осей  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  прибора в ГЭИСК предлагается определять путем решения трех систем  $Q$  линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} g_{11}x_{n1} + g_{12}x_{n2} + g_{13}x_{n3} = a_{1n}, \\ g_{21}x_{n1} + g_{22}x_{n2} + g_{23}x_{n3} = a_{2n}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ g_{Q1}x_{n1} + g_{Q2}x_{n2} + g_{Q3}x_{n3} = a_{Qn}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\mathbf{g}_k (g_{k1}, g_{k2}, g_{k3})$  — направляющие косинусы  $k$ -й звезды в ГЭИСК, известны в результате распознавания  $Q$  звезд;  $\mathbf{a}_k (a_{k1}, a_{k2}, a_{k3})$  — направляющие косинусы  $k$ -й звезды в ПСК, известны в результате измерений,  $k = 1, \dots, Q$ ;  $\mathbf{x}_n (x_{n1}, x_{n2}, x_{n3})$  — искомый вектор направляющих косинусов оси ОЭП,  $n = 1$  отвечает оптической оси  $\xi$ ,  $n = 2$  — оси  $\eta$  и  $n = 3$  — оси  $\zeta$  (здесь оси  $\xi$  и  $\eta$  располагаются в фокальной плоскости прибора).

Каждая из систем (9) решается методом наименьших квадратов, решением является вектор  $\mathbf{x}_n$ , минимизирующий длину вектора невязки — разности правой и левой частей системы [1].

Точность полученных оценок геоцентрической ориентации прибора определяется приборными погрешностями измерений.

#### *Дополнительные функции ЗД*

Из анализа выражений (2), (3) и (7) видно, что возрастание со временем случайных погрешностей измерений  $\sigma_{\text{ОЭП}}$  и  $p_m$  при отсутствии учета этого фактора приведет к нарушению выполнения указанных условий и сбоям в распознавании звезд, и следовательно, к сокращению информативных для решения задач навигации и ориентации измерительных сеансов. Отсюда следует необходимость введения в контур функционирования ЗД алгоритмов формирования оценок этих погрешностей.

Отметим важность оперативной оценки случайных погрешностей измерения для точности навигационных определений. В процессе решения классической навигационной задачи после измерений для формирования поправок к априори известным оценкам параметров орбиты используется сглаживающий фильтр. При этом в расчетах используется весовая матрица измерений, обратная к матрице вторых моментов случайных погрешностей измерений [2]. В большинстве случаев, когда отсутствуют средства оперативного оценивания текущих значений случайных погрешностей, измерения в ОЭП полагаются равноточными с равными весами, а элементы весовой матрицы рассчитываются на основе теоретических (паспортных) характеристик приборов. В случае независимых измерений на навигационном сеансе с номером  $j$  весовая матрица измерений  $\mathbf{P}_j$  имеет вид:

$$P_j = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_{j1}} & & & \\ & \frac{1}{\sigma_{j2}} & & \\ & & \dots & \\ & & & \frac{1}{\sigma_{jm}} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $\sigma_{ji}$  — случайная погрешность измерений на  $j$ -м сеансе  $i$ -го навигационного параметра,  $i = 1, \dots, m$ ;  $m$  — размерность навигационной вектор-функции.

При проведении измерений в ЗД  $\sigma_{ji}$  является функцией от  $\sigma_{\text{ОЭП}}$ , т.е.  $\sigma_{ji} = f(\sigma_{\text{ОЭП}})$ . Вид этой зависимости определяется характером измерений и составом измерителей, т.е. методом навигации. При решении задачи навигации методом, использующим только измерения в ОЭП (пример — метод виртуальных измерений зенитных расстояний звезд [8, 9]) и основанным на равноточных измерениях в однотипных ОЭП,  $\sigma_{ji} = \sigma_{\text{ОЭП}}$  для всех элементов навигационной функции на всех измерительных сеансах. Тогда весовая матрица измерений постоянна и не отражает динамики случайных погрешностей измерений, что при определенных условиях (например, при наличии отдельных грубых измерений или деградации прибора и тенденции к возрастанию случайных приборных измерений со временем) приводит к снижению точности навигационных определений.

Следовательно, для повышения надежности функционирования алгоритмов распознавания и сохранения точности генерируемых АСАНУ навигационных определений необходимо оперативно оценивать случайные погрешности измерений в ОЭП.

1. *Оценивание случайных погрешностей измерений координат звезд.* В общем случае минимум  $S'$ , полученный согласно выражению (5), складывается из приборных погрешностей измерений  $\sigma_{\text{ОЭП}}$  и погрешностей бортового каталога звезд  $\sigma_{\text{КЗ}}$ . Однако  $\sigma_{\text{КЗ}} \ll \sigma_{\text{ОЭП}}$ ; это различие составляет несколько порядков и погрешностями  $\sigma_{\text{КЗ}}$  можно пренебречь. Следовательно, оперативная информация о величине случайных погрешностей измерений в ОЭП на конкретном навигационном сеансе содержится в  $S'$ .

В силу того что при  $Q$  распознанных звездах имеется  $Q(Q-1)$  взаимных угловых расстояний, начальное значение искомой оперативной (текущей) оценки случайной погрешности измерений  $\tilde{\sigma}_{0,ji}$  положим следующим:

$$\tilde{\sigma}_{0,ji} = \sqrt{\frac{S'}{2Q(Q-1)}}. \quad (11)$$

Разность  $d_{kl} = |Z_{kl} - Z_{0,kl}|$  между двумя угловыми расстояниями звезд возникает вследствие погрешностей  $d\xi_k, d\eta_k$  и  $d\xi_l, d\eta_l$  измерения координат звезд  $(\xi_k, \eta_k)$  и  $(\xi_l, \eta_l)$ . В общем случае  $d\xi \neq d\eta$ . Но так как известна только интегрированная оценка  $S'$ , для решения задачи оценивания положим равенство погрешностей по каждой из осей, т.е.  $d\xi = d\eta$ . В силу того что  $\sqrt{d\xi^2 + d\eta^2} \geq \frac{d\xi + d\eta}{\sqrt{2}}$ , значение  $\tilde{\sigma}_{0,ji}$ , определенное выражением (11), меньше среднего значения реальных случайных погрешностей измерений навигационного сеанса. Для получения уточненной оценки  $\tilde{\sigma}_{ji}$  требуется введение корректирующего множителя  $\lambda$ ,

который, как показал опыт моделирования, зависит от закона распределения случайных приборных погрешностей. Окончательное значение для получения искомой оперативной оценки случайных погрешностей измерений составит:

$$\tilde{\sigma}_{ji} = \lambda \sqrt{\frac{S'}{2Q(Q-1)}}, \quad (12)$$

где  $\lambda$  — корректирующий множитель, который полагается равным 1,15 для нормального закона распределения случайных погрешностей измерений и 1,25 — для равномерного.

Полученное значение  $\tilde{\sigma}_{ji}$  следует использовать при формировании весовой матрицы (10), тогда более точные измерения будут иметь и больший вес.

Вероятностная оценка случайной погрешности измерений  $\tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}}$  формируется как интегрированная на основе результатов распознавания звезд в конце мерного интервала в соответствии со следующим выражением:

$$\tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}} = \rho \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n S'_j}{\sum_{j=1}^n Q_j(Q_j - 1)}}, \quad (13)$$

где  $\rho$  — корректирующий множитель, который полагается равным 1,0 для нормального закона распределения случайных погрешностей измерений и 2,3 — для равномерного;  $S'_j$  — минимум суммы (3) на  $j$ -м навигационном сеансе;  $Q_j$  — число распознанных звезд на  $j$ -м сеансе;  $n$  — число навигационных сеансов.

По окончании мерного интервала следует положить  $\sigma_{\text{ОЭП}} = \tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}}$  и в дальнейшем при распознавании звезд и решении навигационной задачи использовать это откорректированное значение случайной погрешности.

2. *Оценивание случайных погрешностей измерений для группы звезд.* При решении навигационной задачи может быть задействовано несколько самых ярких из наблюдаемых звезд, называемых рабочими. Принимая во внимание то обстоятельство, что случайные погрешности измерений возрастают с убыванием звездной величины, целесообразно дополнительно оценивать случайную погрешность измерений для группы первых (самых ярких) звезд, а также для каждой из этих звезд в отдельности.

Пусть  $Q_{\text{гр}}$  — размер группы или число рабочих звезд,  $\sigma_{\text{гр},j}$  — оценка случайной погрешности для этой группы, наличие в индексе номера навигационного сеанса подчеркивает ее оперативность. Формирование  $\sigma_{\text{гр},j}$  может быть проведено только при условии успешного распознавания звезд, т.е. при выполнении условия (8). В этом случае по завершении процесса распознавания рассчитывается  $S'_{\text{гр}}$  — сумма квадратов разностей взаимных угловых расстояний для этой группы звезд  $S'_{\text{гр}} = \sum_{k=1}^{Q_{\text{гр}}-1} \sum_{l=k+1}^{Q_{\text{гр}}} (Z'_{kl} - Z_{0,kl})^2$ , элементы матрицы  $\mathbf{Z}'$  и  $\mathbf{Z}_0$  определены в (1) и (6). Тогда искомая оценка:

$$\sigma_{\text{гр},j} = \lambda \sqrt{\frac{S'_{\text{гр}}}{2Q_{\text{гр}}(Q_{\text{гр}} - 1)}}. \quad (14)$$

3. *Оценивание случайных погрешностей измерений для отдельной звезды.* Случайные погрешности измерений  $\sigma_{\text{зв},j,k}$  для отдельной звезды с номером  $k$  оцениваются на каждом

навигационном сеансе также на основе результатов решения задачи распознавания. С использованием матриц  $\mathbf{Z}_0$  и  $\mathbf{Z}'$  определяется сумма  $S'_{j,k} = \sum_{l=1}^Q (Z'_{kl} - Z_{0,kl})^2$ , из которой получается

оценка  $\sigma_{зв j,k}$ :

$$\sigma_{зв j,k} = \lambda \sqrt{\frac{S'_{j,k}}{2(Q-1)}}. \quad (15)$$

Полученные согласно выражениям (12), (14) и (15) оценки могут быть использованы при формировании весовой матрицы измерений (10), что повышает чувствительность весовой матрицы к текущим погрешностям измерений и способствует возрастанию точности решения навигационной задачи.

Авторами исследовались результаты применения сформированных оперативных оценок случайных погрешностей измерений  $\tilde{\sigma}_{ji}$  согласно равенству (12) в решении навигационной задачи с применением метода виртуальных измерений зенитных расстояний звезд в разных условиях моделирования погрешностей измерений [10]. При отсутствии грубых измерений наблюдалось незначительное повышение точностных характеристик метода (1—3 % по вектору положения, 0,5—1,5 % по вектору скорости). При наличии редких грубых измерений, когда, например, при пятистах измерениях на мерном интервале моделировалось пятикратное возрастание случайных погрешностей на каждом пятидесятом навигационном сеансе, повышение точности оказалось более существенным и составило 3,75 и 2,3 % по векторам положения и скорости соответственно. Применение оценок (14) и (15) обеспечит более тонкое формирование матрицы весовых коэффициентов, что будет способствовать еще большему повышению точности решения навигационной задачи.

4. *Оценивание погрешностей измерений звездной величины.* Пусть  $m_c$  — измеренное значение звездной величины некоторой звезды. В результате распознавания становится известна фактическая звездная величина этой звезды, взятая из каталога, —  $m_f$ . В действительности эта величина — условно фактическая в силу погрешностей каталога, которыми пренебрегаем как существенно меньшими по отношению к погрешностям измерений. Таким образом, имеется возможность мониторинга погрешностей измерения звездной величины для каждой распознанной звезды на каждом измерительном сеансе. Относительная погрешность выражается в процентах:

$$p_m = \frac{|m_f - m_c|}{m_f} \cdot 100.$$

Далее можно осуществлять различные сценарии анализа этих погрешностей.

А. Расчет интегральной (приборной) оценки погрешности измерения звездной величины  $P_m$ :

$$P_m = \frac{S_{p_m}}{N_{зв}}, \quad (16)$$

где  $S_{p_m}$  — сумма относительных погрешностей звездных величин  $p_m$ ;  $N_{зв}$  — число распознанных звезд. Суммирование осуществляется по всем навигационным сеансам, проведенным на некотором мерном интервале, по всем распознанным на каждом сеансе звездам.

Эта интегральная оценка позволяет отслеживать изменение погрешности измерения звездной величины с течением времени в процессе длительной эксплуатации прибора.

Б. Расчет оценки погрешности измерения звездной величины на измерительном сеансе с номером  $j$ :

$$P_{m,j} = \frac{S_{p_m,j}}{N_{зв,j}},$$

где  $S_{p_m,j}$  — сумма  $p_m$ . Суммирование осуществляется по всем распознанным на данном сеансе звездам.

Оценки  $P_{m,j}$  позволяют провести анализ динамики погрешностей измерений звездной величины в течение мерного интервала.

В. Расчет оценки погрешности измерения звездной величины для отдельных категорий звезд, задаваемых отрезком  $dm = [m_1, m_2]$ :

$$P_{m,dm} = \frac{S_{p_m,dm}}{N_{зв,dm}},$$

где  $S_{p_m,dm}$  — сумма  $p_m$ ; суммирование осуществляется по всем навигационным сеансам, проведенным на некотором мерном интервале, по всем распознанным на каждом сеансе звездам, для которых  $m_1 \leq m_f \leq m_2$ .

Оценка  $P_{m,dm}$  позволяет проанализировать зависимости погрешностей измерения звездных величин от яркости звезд.

Таким образом, формируемые по алгоритмам (13) и (16) оценки приборных погрешностей измерений обеспечивают обновление характеристик прибора, соответствующих его фактическому состоянию. Эти оценки способствуют повышению устойчивости функционирования приборов и бортовых комплексов управления в целом.

5. *Введение дополнительного фильтра.* Предложенный алгоритм распознавания позволяет усилить контроль разности угловых расстояний для рабочих звезд путем проверки дополнительного условия, усиленного варианта (4):

$$\left| Z_{kl} - Z_{0,kl} \right| < dU_1, \quad (17)$$

где  $dU_1 < dU$ , например  $dU_1 = 0,8dU$ . При нарушении условия (17) устанавливается флаг, который может быть учтен в решении навигационной задачи. Тем самым обеспечивается возможность отсекаать самые грубые измерения координат рабочих звезд, что повышает точность решения задач навигации без ущерба для результатов работы алгоритма распознавания в целом.

**Использование оперативных оценок в АСАНУ.** Оценки случайных погрешностей измерений для группы рабочих звезд  $\sigma_{гр,j}$  и для отдельной звезды  $\sigma_{зв,j,k}$ , формируемых в процессе распознавания, можно контролировать путем анализа их отношений к случайной приборной погрешности:

$$\frac{\sigma_{гр,j}}{\sigma_{ОЭП}} < k_{гр}, \quad (18)$$

где  $k_{гр}$  — коэффициент фильтра группы звезд;

$$\frac{\sigma_{зв,j,k}}{\sigma_{ОЭП}} < k_{зв}, \quad (19)$$

где  $k_{зв}$  — коэффициент фильтра отдельной звезды. Значения  $k_{гр}$  и  $k_{зв}$ , как правило, не превышают 1,25.



Проверка условий (18) и/или (19), задание значений коэффициентов фильтров  $k_{зв}$  и  $k_{гр}$  выходят за рамки компетенции алгоритма распознавания и возлагаются на АСАНУ, которая принимает решение относительно использования результатов данного измерительного сеанса для навигационной задачи, что повышает гибкость бортового программного комплекса.

**Результаты моделирования.** Рассмотрим некоторые результаты моделирования полнофункционального ЗД для космических аппаратов с параметрами орбит, представленными в таблице. Прибор жестко закреплен на корпусе КА,  $\sigma_{ОЭП} = 1''$ . Измерительные сеансы моделировались с постоянным шагом в 150 и 300 с для орбит 1 и 2 соответственно, на мерном интервале в один виток. На каждом сеансе формируемые оперативные оценки сравнивались с фактическими значениями случайных погрешностей [11]. Графики на рис. 1 (орбита 1) и 2 (орбита 2) показывают, что оперативные оценки  $\tilde{\sigma}_{j1}$ , полученные согласно (12), довольно близки к контрольным (фактическим) значениям.

Номер орбиты	Большая полуось, км	Эксцентриситет	Наклонение, ...°	Восходящий узел, ...°	Аргумент перигея, ...°	Истинная аномалия, ...°
1	6578	0,01	85	45	30	40
2	25700	0,01	64,8	0	60	40

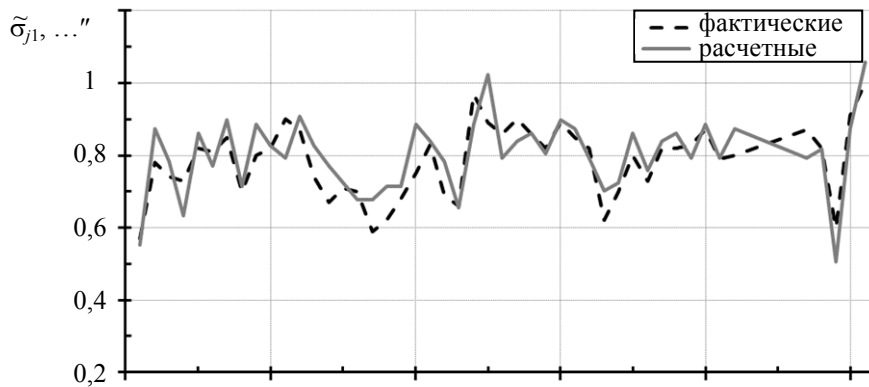


Рис. 1

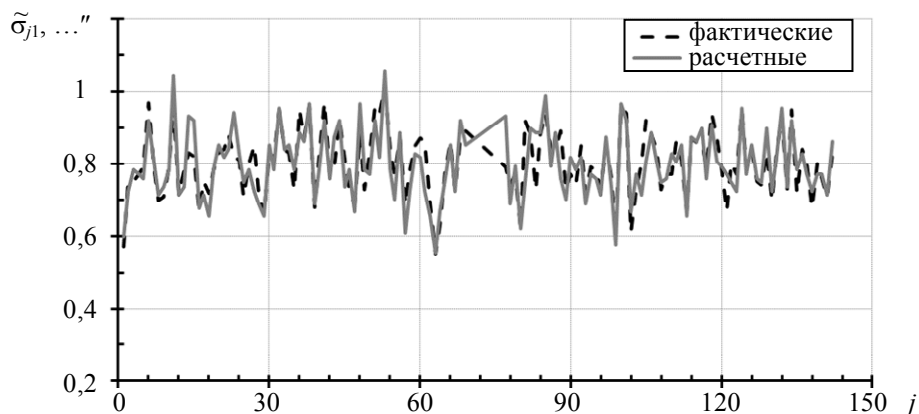


Рис. 2

Помимо этого на каждом сеансе рассчитывалась вероятностная оценка  $\tilde{\sigma}_{ОЭП, j}$  по совокупности результатов распознавания, полученных на всех предшествующих сеансах, аналогично выражению (13):

$$\tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}, j} = \rho \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^j S'_k}{\sum_{k=1}^j Q_k(Q_k - 1)}}.$$

Как видно из рис. 3 (орбита 1) и 4 (орбита 2),  $\tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}, j} \xrightarrow{j \rightarrow n} \sigma_{\text{ОЭП}}$ . Более того, при  $j > 35$  выполняется условие  $\tilde{\sigma}_{\text{ОЭП}, j} \approx \sigma_{\text{ОЭП}}$ . Отсюда можно сделать вывод, что выборка из 35—40 измерительных сеансов является достаточной для формирования вероятностной оценки случайной погрешности измерений.

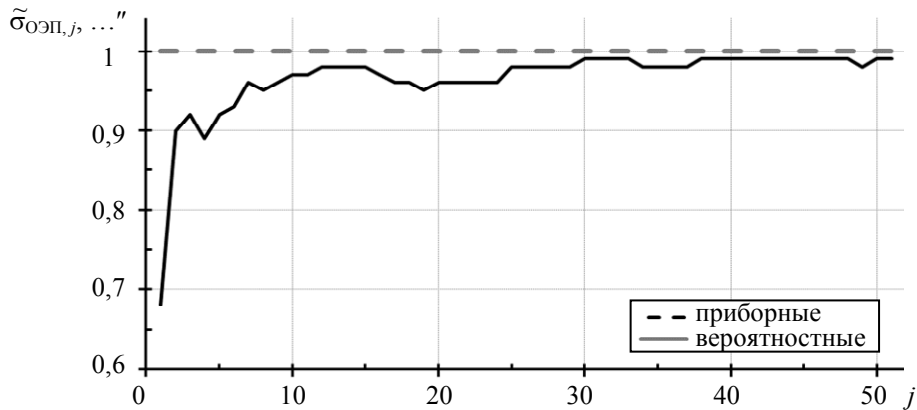


Рис. 3

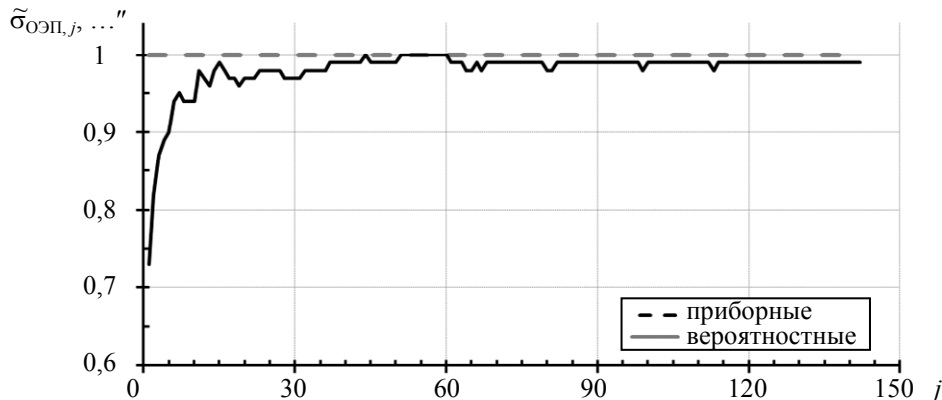


Рис. 4

График на рис. 5 отражает высокую степень корреляции фактических значений погрешностей и сформированных согласно (14) оценок  $\sigma_{\text{гр}, j}$  для группы из пяти звезд,  $\sigma_{\text{ОЭП}} = 0,1''$ .

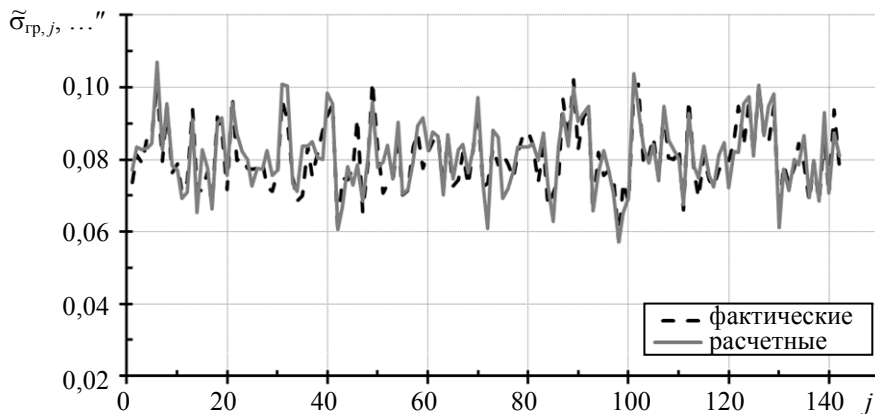


Рис. 5

Авторами детально исследовались особенности применения фильтра  $k_{зв}$  в АСАНО, основанной на методе виртуальных измерений зенитных расстояний звезд, для космических аппаратов системы ГЛОНАСС [10]. При этом для КА первой и третьей плоскостей полагалось  $k_{зв} = 0,96$ , для КА второй плоскости —  $k_{зв} = 1,15$ . При решении навигационной задачи использовались результаты измерения для одной (самой яркой) звезды, поэтому формировались и принимались в расчет оперативные оценки для первой звезды  $\sigma_{зв j,1}$ . Анализировались максимальные апостериорные отклонения по вектору положения ( $\Delta r$ ), вектору скорости ( $\Delta v$ ) и по вертикали ( $\Delta S$ ), полученные на тридцати последовательных мерных интервалах (витках). На каждом витке осуществлялось пятьсот измерений со случайной погрешностью  $\sigma_{ОЭП} = 0,1''$ . Анализ результатов показал, что в 64 % случаев использование такого „навигационного фильтра“ приводит к значительному повышению точности навигационных определений: значение  $\Delta r$  уменьшилось в 2—3 раза,  $\Delta v$  — в 1,5—2 раза,  $\Delta S$  — более чем в два раза. Наилучший эффект наблюдался для КА второй плоскости (рис. 6).

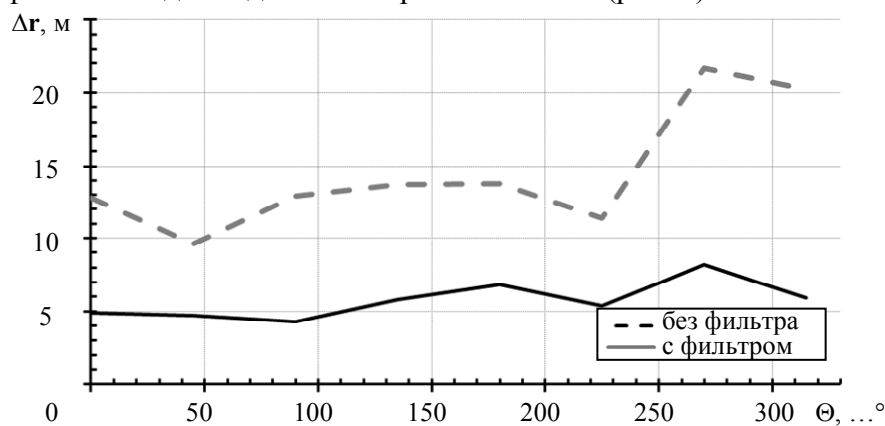


Рис. 6

**Заключение.** Предложенная математическая модель ЗД, дополненная функциями формирования оперативных оценок случайных погрешностей измерений координат звезд и звездных величин, позволяет повысить надежность функционирования прибора, а следовательно и бортового комплекса управления в целом, в условиях повышения сроков активного существования современных КА. Использование сформированных оценок в процессе решения навигационной задачи способствует повышению точностных характеристик астрономических методов автономной навигации и ориентации. Результаты моделирования показали целесообразность использования разработанных алгоритмов функционирования ЗД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилова Т. В., Архипова М. А. Определение ориентации корпуса космического аппарата в геоцентрической экваториальной инерциальной системе координат на основе астроизмерений при отсутствии данных о параметрах орбиты // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 7. С. 13—20.
2. Кузнецов В. И., Данилова Т. В. Теория и практика навигационного обеспечения применения ВС РФ. Ч. 2. Автономная астрономическая навигация и ориентация космических аппаратов: монография. СПб: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2015. 233 с.
3. Захаров А. И., Прохоров М. Е., Тучин М. С., Жуков А. О. Минимальные технические характеристики звездного датчика ориентации, необходимые для достижения заданной погрешности // Астрофизический бюллетень. 2013. Т. 68, № 4. С. 507—520.
4. Бессонов Р. В., Куркина А. Н., Сазонов В. В. Оценка точности определения параметров ориентации звездного датчика // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 11. С. 111—130.

5. Датчик звездной ориентации АЗДК-1 // Азмерит [Электронный ресурс]: <<http://www.azmerit.ru/project.html>>. (дата обращения: 08.05.2020)
6. Липатов А. Н., Ляш А. Н., Экономов А. П., Антоненко С. А., Захаркин Г. В. Звездный датчик для наноспутника // Вестник СибГАУ. 2013. № 3(49). С. 132—137.
7. Прохоров М. Е., Захаров А. И., Миронов А. В., Николаев Ф. Н., Тучин М. С. Современные датчики звездной ориентации // Доклад на 38-й Междунар. студенческой научной конф. „Физика космоса“. 2009 [Электронный ресурс]: <<http://yga.sai.msu.ru/spl2/wp-content/uploads/2014/01/Прохоров-Захаров-Миронов-Николаев-Тучин-Екатеринбург-2009.pdf>>. (дата обращения: 08.05.2020)
8. Кузнецов В. И., Данилова Т. В. Многофункциональная астрономическая самоорганизующаяся система автономной навигации и ориентации искусственных спутников Земли // Космические исследования. 2017. Т. 55, № 2. С. 150—166.
9. Пат. 2454631 РФ. Способ автономной навигации и ориентации космических аппаратов на основе виртуальных измерений зенитных расстояний звезд / В. И. Кузнецов, Т. В. Данилова, Д. М. Косулин. Заявл. 28.10.2010. Опубл. 27.06.2012. Бюл. № 18.
10. Свид. о гос. рег. прогн. для ЭВМ 2013617182 РФ. Программный комплекс расчетно-информационного обеспечения автоматизированной системы научных исследований методов и алгоритмов автономной навигации и ориентации космических аппаратов (АСНИ 1.1) / В. И. Кузнецов, Т. В. Данилова, М. А. Архипова. Заявл. 19.06.2013. Опубл. 20.09.2013.
11. Свид. о гос. рег. программ для ЭВМ 2013617181 РФ. Программный модуль автономного определения параметров орбиты и ориентации корпуса космического аппарата в пространстве при отсутствии априорной информации в автоматизированной системе научных исследований проблем орбитального движения (АСНИ 2.0) / В. И. Кузнецов, Т. В. Данилова, М. А. Архипова. Заявл. 19.06.2013. Опубл. 05.08.2013.

#### Сведения об авторах

- Тамара Валентиновна Данилова** — канд. техн. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, военный институт (научно-исследовательский); ст. научный сотрудник;  
E-mail: danitoma58@yandex.ru
- Марина Александровна Архипова** — ВКА им. А. Ф. Можайского, военный институт (научно-исследовательский); ст. научный сотрудник; E-mail: marina\_arhipova@mail.ru
- Марина Александровна Маслова** — ВКА им. А. Ф. Можайского, военный институт (научно-исследовательский); ст. научный сотрудник; E-mail: maralemas2009@gmail.com

Поступила в редакцию  
02.04.2021 г.

**Ссылка для цитирования:** Данилова Т. В., Архипова М. А., Маслова М. А. Математическая модель многофункционального звездного датчика // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 10. С. 839—851.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE MULTIFUNCTIONAL STAR TRACKER

T. V. Danilova, M. A. Arkhipova, M. A. Maslova

A. F. Mozhaisky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia  
E-mail: vka@mil.ru

A mathematical model of a multifunctional onboard star tracker with an expanded set of capabilities is presented. The capabilities of the tracker, in addition to star recognizing and calculating its geocentric orientation, include functions of generating operational estimates of random errors in measurements of the stars coordinates and magnitudes in various formats. The estimates obtained are necessary to ensure the normal operation of the device under conditions of degradation caused by prolonged operation or the influence of other factors. The formed estimates can be used to solve the problem of spacecraft navigation in onboard control complex.

**Keywords:** star tracker, optical-electronic device, random measurement errors, autonomous navigation and orientation system, onboard control system

### REFERENCES

1. Danilova T.V., Arkhipova M.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2013, no. 7(56), pp. 13–20. (in Russ.)

2. Kuznetsov V.I., Danilova T.V. *Teoriya i praktika navigatsionnogo obespecheniya primeneniya VS RF. Chast' 2. Avtonomnaya astronomicheskaya navigatsiya i oriyentatsiya kosmicheskikh apparatov* (Theory and Practice of Navigation Support for the Use of the RF Armed Forces. Part 2. Autonomous Astronomical Navigation and Orientation of Spacecraft), St. Petersburg, 2015, 233 p. (in Russ.)
3. Zakharov A.I., Prokhorov M.E., Tuchin M.S., Zhukov A.O. *Astrophysical Bulletin*, 2013, no. 4(68), pp. 507–520. (in Russ.)
4. Bessonov R.V., Kurkina A.N., Sazonov V.V. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2017, no. 11(29), pp. 111–130. (in Russ.)
5. <http://www.azmerit.ru/project.html>. (in Russ.)
6. Lipatov A.N., Lyash A.N., Economov A.P., Antonenko S.A., Zakharkin G.V. *Vestnik of SibGAU*, 2013, no. 3(49), pp. 132–137. (in Russ.)
7. <http://lyra.sai.msu.ru/spl2/wp-content/uploads/2014/01/Проخورов-Захаров-Миронов-Николаев-Тучин-Екатеринбург-2009.pdf>. (in Russ.)
8. Kuznetsov V.I., Danilova T.V. *Cosmic Research*, 2017, no. 2(55), pp. 142–158.
9. Patent 2454631 RU, *Sposob avtonomnoy navigatsii i oriyentatsii kosmicheskikh apparatov na osnove virtual'nykh izmereniy zenitnykh rasstoyaniy zvezd* (Method for Autonomous Navigation and Orientation of Spacecraft Based on Virtual Measurements of Zenith Distances of Stars), V.I. Kuznetsov, T.V. Danilova, D.M. Kosulin, Priority 28.10.2010, Published 27.06.2012, Bulletin 18. (in Russ.)
10. Certificate on the state registration of the computer programs 2013617182 RU, *Programmnyy kompleks raschetno-informatsionnogo obespecheniya avtomatizirovannoy sistemy nauchnykh issledovaniy metodov i algoritmov avtonomnoy navigatsii i oriyentatsii kosmicheskikh apparatov (ASNI 1.1)* (Software Complex for Computing and Information Support of an Automated System for Scientific Research of Methods and Algorithms for Autonomous Navigation and Orientation of Spacecraft (ASNI 1.1)), V.I. Kuznetsov, T.V. Danilova, M.A. Arkhipova, Priority 19.06.2013, Published 20.09.2013. (in Russ.)
11. Certificate on the state registration of the computer programs 2013617181 RU, *Programmnyy modul' avtonomnogo opredeleniya parametrov orbity i oriyentatsii korpusa kosmicheskogo apparata v prostranstve pri otsutstvii apriornoy informatsii v avtomatizirovannoy sisteme nauchnykh issledovaniy problem orbital'nogo dvizheniya (ASNI 2.0)* (Software Module for Autonomous Determination of the Orbit Parameters and Orientation of the Spacecraft Body in Space in the Absence of A priori Information in the Automated System for Scientific Research of Orbital Motion Problems (ASNI 2.0)), V.I. Kuznetsov, T.V. Danilova, M.A. Arkhipova, Priority 19.06.2013, Published 05.08.2013. (in Russ.)

#### Data on authors

- |                            |                                                                                                                             |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Tamara V. Danilova</b>  | — PhD; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Research Institute; Senior Scientists; E-mail: danitoma58@yandex.ru |
| <b>Marina A. Arkhipova</b> | — A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Research Institute; Senior Scientist; E-mail: marina_arhipova@mail.ru    |
| <b>Marina A. Maslova</b>   | — A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Military Research Institute; Senior Scientist; E-mail: maralemas2009@gmail.com    |

**For citation:** Danilova T. V., Arkhipova M. A., Maslova M. A. Mathematical model of the multifunctional star tracker. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 10. P. 839—851 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-10-839-851