
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-11-896-908

КОМБИНИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЦИФРОВЫХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМАХ ПРИ НАЛИЧИИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В ПРЯМОЙ ЦЕПИ

А. И. ЕРМОЛЕНКО, А. И. КОРШУНОВ

*Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ
„Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“, 196604, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: a.i.korshunov@mail.ru*

Рассматривается комбинированное управление в цифровой следящей системе (ЦСС) при первом порядке астатизма и временном запаздывании в прямой цепи, позволяющее полностью скомпенсировать скоростную ошибку и ошибку по ускорению. Предложена методика расчета ЦСС с запаздыванием, исключая увеличение колебательности переходных процессов при отработке скачков задающего воздействия, вызываемых компенсацией скоростной ошибки. Определена передаточная функция связи по задающему воздействию, компенсирующая скоростную ошибку и ошибку по ускорению. Установлена невозможность при компенсации обеих ошибок уменьшить перерегулирование путем уменьшения усиления в прямой цепи и выяснены причины этого явления.

Ключевые слова: комбинированное управление, цифровая следящая система, временное запаздывание

Введение. Использование комбинированного управления для повышения точности систем автоматического управления предложено проф. Г. В. Щипановым еще в середине прошлого века. В развитие теории комбинированного управления важнейший вклад внесли российские ученые: А. Г. Ивахненко, В. С. Кулебакин, А. И. Кухтенко, Б. Н. Петров, Г. М. Уланов, труды которых стали классическими. Особенно успешно комбинированное управление применялось проф. В. Н. Яворским [1] при проектировании высокоточных силовых следящих приводов ракетно-артиллерийских систем. Интерес к комбинированному управлению сохраняется и в настоящее время. Его развитию посвящены работы В. О. Никифорова, Г. В. Лукьяновой, А. А. Бобцова [2—4] и др.

„Комбинированное управление особенно удобно применять, когда задающее воздействие вычисляется в ЦВМ“ [5, 6], что соответствует рассматриваемым в настоящей статье цифровым следящим системам (ЦСС).

Запаздывание всегда присутствует в прямой цепи ЦСС технологических (например, корабельных) АСУ. Если запаздывание вызвано только временем выполнения вычислений, его величина обычно много меньше постоянных времени непрерывной части (НЧ) ЦСС. В этом случае при расчете ЦСС запаздывание рекомендуется учитывать в „малых постоянных времени“ [5].

Другое дело, когда величина запаздывания значительно превышает постоянные времени НЧ. В этом случае обеспечение высокого качества управления ЦСС становится сложной задачей, а достижимые результаты ее решения оказываются существенно ограниченными. Причина этого в „неминимально фазовых“ свойствах НЧ, обладающей временным запаздыванием. Кроме того, физически невозможно существование элементов с временным опережением, позволяющим частично компенсировать временное запаздывание, подобно тому как форсирующие элементы частично компенсируют фазовое отставание инерционных элементов. В первую очередь, ограничено достижимое быстродействие ЦСС. Также может оказаться невозможным достижение необходимой точности отработки быстро изменяющихся задающих воздействий при существенном запаздывании в рамках управления по отклонению.

Использование предиктора Смита [7, 8], основанного на применении модели управляемого объекта с запаздыванием, позволяет „вывести“ запаздывание из замкнутого контура управления и добиться высокого качества управления в замкнутом контуре. Однако сохраняющееся отставание реакции системы от задающего воздействия на время запаздывания существенно снижает точность отработки быстро изменяющихся задающих воздействий. Например, в режиме слежения с постоянной скоростью Ω ошибка слежения увеличивается на $\Omega\tau$, где τ — время запаздывания. Уже при $\Omega=30$ °/с и запаздывании $\tau=0,3$ с, что соизмеримо с постоянной времени исполнительного двигателя, получаем недопустимое значение $\Omega\tau=9^\circ$.

Вопросы повышения точности ЦСС при существенных значениях τ методом комбинированного управления недостаточно рассмотрены в литературе и поэтому требуют дальнейших исследований.

Расчетная модель ЦСС. На рис.1 представлена структурно-динамическая схема линеаризованной модели ЦСС комбинированного управления с чистым запаздыванием в прямой цепи; здесь ИИЭ — идеальный импульсный элемент с периодом срабатывания, равным периоду дискретизации T ; ФНП — фиксатор нулевого порядка с передаточной функцией $(1-e^{-pT})/p$; НЧ — непрерывная часть; ДФ — дискретный фильтр, описываемый дискретной передаточной функцией $\varphi(z)$.

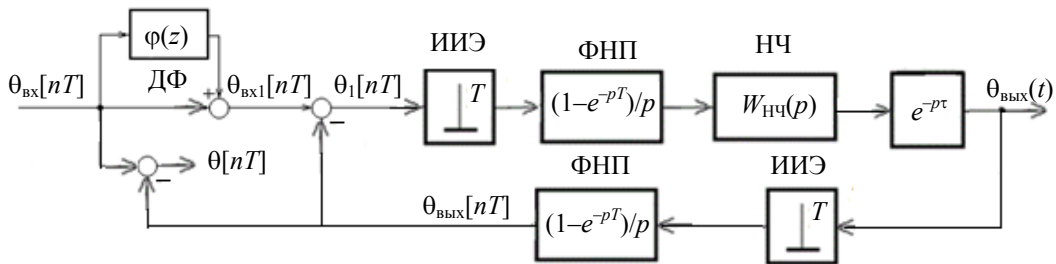


Рис. 1

Передаточная функция НЧ в общем случае имеет вид

$$W_{НЧ}(p) = \frac{KR_m(p)}{pQ_{n-1}(p)}, \quad R_m(p) = r_m p^m + \dots + r_1 p + 1, \quad Q_{n-1}(p) = q_{n-1} p^{n-1} + \dots + q_1 p + 1, \quad m < n. \quad (1)$$

Учитывая в дальнейшем только основные постоянные времени: T_1 — исполнительного двигателя, T_2 — усилителя мощности, положим $W_{НЧ}(p) = K / p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)$. Время чистого запаздывания $\tau=lT$, где l — целое число, учтено звеном с передаточной функцией $e^{-p\tau}$.

Замкнутая ЦСС комбинированного управления имеет передаточную функцию [9]

$$\Phi^k(z) = \frac{\Theta_{ВЫХ}(z)}{\Theta_{ВХ}(z)} = (1 + \varphi(z))\Phi(z), \quad (2)$$

где $\Theta_{\text{ВЫХ/ВХ}}(z) = Z\{\theta_{\text{ВЫХ/ВХ}}[nT]\}$ — Z-преобразования решетчатых функций, описывающих задающее воздействие и управляемую величину; $\Phi(z) = W(z)/(1+W(z))$ — передаточная функция замкнутой ЦСС с управлением только по отклонению; $W(z) = z^{-1} \cdot W_{\text{НЧ}}(z)$ — передаточная функция прямой цепи ЦСС, $W_{\text{НЧ}}(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p}W_{\text{НЧ}}(p)\right\} = k \frac{\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0}{(z-1)(z-d_1)(z-d_2)}$ — дискретная передаточная функция НЧ вместе с ФНП; $d_1 = e^{-T/T_1}$, $d_2 = e^{-T/T_2}$; $\beta_2 = [T + (T_1 + T_2)(d_1 + d_2 - 1) - (T_1^2 d_2 - T_2^2 d_1)/(T_1 - T_2)]$, $\beta_1 = -(T + T_1 + T_2)(d_1 + d_2) - (T_1 + T_2)(d_1 d_2 - 1) + 2(T_1^2 d_2 - T_2^2 d_1)/(T_1 - T_2)$, $\beta_0 = (T + T_1 + T_2)d_1 d_2 - (T_1^2 d_2 - T_2^2 d_1)/(T_1 - T_2)$.

Передаточная функция по ошибке ЦСС комбинированного управления

$$\Phi_{\theta}^k(z) = \frac{\Theta(z)}{\Theta_{\text{ВХ}}(z)} = \frac{\Theta_{\text{ВХ}}(z) - \Theta_{\text{ВЫХ}}(z)}{\Theta_{\text{ВХ}}(z)} = 1 - \Phi^k(z), \quad (3)$$

где $\Theta(z) = Z\{\theta[nT]\}$ — преобразование решетчатой функции, описывающей ошибку управления.

Используя $\Phi_{\theta}^k(z)$, можно доказать следующее. Если в системе, приведенной на рис. 1, при $\tau = 0$ устанавливается постоянная нулевая ошибка управления $\theta[nT] = 0$ и постоянная $\theta_1[nT] = \text{const} \neq 0$, то и при $\tau > 0$ устанавливается такая же нулевая ошибка управления. Это очевидно и из физических соображений, поскольку постоянный сигнал θ_1 проходит в установившемся режиме через звено чистого запаздывания без изменения. Следовательно, для компенсации скоростной ошибки в ЦСС с запаздыванием в прямой цепи необходим дискретный фильтр с такой же передаточной функцией $\varphi(z)$, что и при отсутствии запаздывания. Как известно, ДФ, описываемый передаточной функцией

$$\varphi(z) = \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z}, \quad (4)$$

добавляет к задающему воздействию его первую разность, чем и компенсирует скоростную ошибку ЦСС [1, 10, 11]. Однако, как известно [12], при отработке скачка $\theta_{\text{ВХ}}[nT] = 1[nT]$ ДФ увеличивает первое значение $\theta_{\text{ВХ}}[nT]$ ($\theta_{\text{ВХ}}[0]$) на величину $1/KT$, что увеличивает перерегулирование σ и время переходного процесса $t_{\text{п}}$. Это заставляет рассчитывать динамические характеристики ЦСС с учетом влияния ДФ.

Расчет ЦСС при компенсации скоростной ошибки. Для расчета ЦСС применим метод, предложенный В. А. Бесекерским [13], использующий передаточную функцию эквивалентной разомкнутой ЦСС $W_3(z)$. Поскольку передаточная функция замкнутой эквивалентной ЦСС $\Phi_3(z)$ равна передаточной функции замкнутой ЦСС при комбинированном управлении $\Phi^k(z)$ (2), очевидно

$$\begin{aligned} W_3(z) &= \frac{\Phi_3(z)}{1 - \Phi_3(z)} = \frac{\Phi^k(z)}{1 - \Phi^k(z)} = \frac{(1 + \varphi(z)\Phi(z))}{1 - (1 + \varphi(z)\Phi(z))} = \\ &= \frac{(1 + \varphi(z)W(z))/(1 + W(z))}{1 - (1 + \varphi(z)W(z))/(1 + W(z))} = \frac{(1 + \varphi(z))W(z)}{1 - \varphi(z)W(z)} = \frac{\left(1 + \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z}\right)W_{\text{НЧ}}(z)}{z^l - \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z}W_{\text{НЧ}}(z)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для использования частотного метода расчета ЦСС [5] необходима частотная передаточная функция $W_3(j\lambda)$, где λ — абсолютная псевдочастота. С учетом выражения дискретной частотной передаточной функции НЧ

$$W_{\text{НЧ}}(j\lambda) = W_{\text{НЧ}}(z) \Big|_{z=\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}} = K \frac{(1-j\lambda T/2)(1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2)}{j\lambda(1+j\lambda T_1')(1+j\lambda T_2')}, \quad (6)$$

где $T_i' = \frac{T}{2} \frac{1+d_i}{1-d_i}$; $\tau_i = \frac{T}{2} \frac{1+g_i}{1-g_i}$, $i=1, 2$; g_i — корни уравнения $\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0 = 0$ [9], из формулы (5) получаем

$$\begin{aligned} W_3(j\lambda) &= W_3(z) \Big|_{z=\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}} = \left(1 + \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z}\right) W_{\text{НЧ}}(z) \Big/ \left[z^l - \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z} W_{\text{НЧ}}(z) \right] \Big|_{z=\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}} = \\ &= \frac{K(1+j\lambda(T/2+1/K))(1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2)}{j\lambda(1+j\lambda T_1')(1+j\lambda T_2') \cdot [(1-j\lambda T/2)/(1+j\lambda T/2)]^{(l+1)} - j\lambda(1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2)} = \\ &= \frac{K(1+j\lambda(T/2+1/K))(1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2)}{j\lambda \{ (1+j\lambda T_1')(1+j\lambda T_2') e^{j2(l+1)\text{arctg}(\lambda T/2)} - (1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2) \}}. \end{aligned} \quad (7)$$

В области низких частот $\text{arctg}(\lambda T/2) \approx \lambda T/2$. Так, при $\lambda T/2=0,3$ $\text{arctg}(\lambda T/2)=0,2915$. Таким образом, в области частот $\lambda < 0,6/T$ погрешность приближения не превышает 3%. При вполне реальном значении $T=0,02$ с $\lambda < 0,6/0,02=30$ с⁻¹, и в области частот, определяющих устойчивость электромеханических ЦСС, можно принять

$$e^{j2(l+1)\text{arctg}(\lambda T/2)} \approx e^{j(l+1)\lambda T} \Big|_{l \gg 1} \approx e^{j\lambda\tau}. \quad (8)$$

Представим с учетом равенства (8) знаменатель частотной передаточной функции (6) в виде

$$\begin{aligned} j\lambda(1+j\lambda T_1')(1+j\lambda T_2')e^{j\lambda\tau} - (1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2) &= j\lambda \{ 1 + j\lambda(T_1' + T_2') + (j\lambda)^2 T_1' T_2' (1 + \\ + \Psi(j\lambda)) - 1 - (j\lambda)(\tau_1 + \tau_2) - (j\lambda)^2 \tau_1 \tau_2 \} &= j\lambda \{ j\lambda(T_1' + T_2' - \tau_1 - \tau_2) + (j\lambda)^2 (T_1' T_2' - \tau_1 \tau_2) + \\ + [1 + j\lambda(T_1' + T_2') + (j\lambda)^2 T_1' T_2'] \Psi(j\lambda) \}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Psi(j\lambda) = e^{j\lambda\tau} - 1 = j\lambda\tau\Psi_1(j\lambda\tau)$, $\Psi_1(j\lambda) = 1 + (j\lambda\tau)/2! + (j\lambda\tau)^2/3! + (j\lambda\tau)^3/4! + \dots$

Вынесем из выражения в фигурных скобках формулы (9) общий множитель $j\lambda$ и, пренебрегая величинами τ_1 и τ_2 , имеющими третий порядок малости относительно T , получаем

$$\begin{aligned} j\lambda(1+j\lambda T_1')(1+j\lambda T_2')e^{j\lambda\tau} - (1+j\lambda\tau_1)(1+j\lambda\tau_2) &\approx \\ \approx (j\lambda)^2 \left\{ T_1' + T_2' + \tau + (j\lambda) \left[\frac{\tau^2}{2!} + (T_1' + T_2')\tau + T_1' T_2' \right] + (j\lambda)^2 \left[\frac{\tau^3}{3!} + (T_1' + T_2') \frac{\tau^2}{2!} + T_1' T_2' \tau \right] + \dots \right. \\ \left. \dots + (j\lambda)^m \left[\frac{\tau^{m+1}}{(m+1)!} + \frac{\tau^m}{m!} (T_1' + T_2') + \frac{\tau^{m-1}}{(m-1)!} T_1' T_2' \right] + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

В результате при тех же предположениях эквивалентная передаточная функция примет вид

$$W_3(j\lambda) = \frac{K(1+j\lambda/K)}{(j\lambda)^2 (T_1' + T_2' + \tau)(1 + \Psi_2(j\lambda))}, \quad (11)$$

где

$$\Psi_2(j\lambda) = (T_1' + T_2' + \tau)^{-1} \left\{ j\lambda \left[\frac{\tau^2}{2!} + (T_1' + T_2')\tau + T_1'T_2' \right] + (j\lambda)^2 \left[\frac{\tau^3}{3!} + (T_1' + T_2')\frac{\tau^2}{2!} + T_1'T_2'\tau \right] + \dots \right. \\ \left. \dots + (j\lambda)^m \left[\frac{\tau^{m+1}}{(m+1)!} + \frac{\tau^m}{m!}(T_1' + T_2') + \frac{\tau^{m-1}}{(m-1)!}T_1'T_2' \right] + \dots \right\}.$$

Последний множитель в знаменателе передаточной функции представляет собой бесконечный ряд по степеням $j\lambda$. При любом ограничении числа его членов сумма обратных величин корней соответствующего полинома оказывается одинаковой и равной $[\tau^2/2 + (T_1' + T_2')\tau]/(T_1' + T_2' + \tau)$. Учитывая, что обратные величины корней представляют собой постоянные времени аperiodических звеньев, заменим их последовательное соединение одним звеном с суммарной постоянной времени $T_\Sigma = (T_1' + T_2' + \tau)^{-1}[\tau^2/2 + (T_1' + T_2')\tau + T_1'T_2']$.

Второй порядок астатизма эквивалентной системы — следствие компенсации скоростной ошибки реальной системы.

Если время чистого запаздывания τ много больше постоянных времени НЧ (T_1 и T_2), передаточную функцию (11) можно представить в виде

$$W_3(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda/K)}{\tau(j\lambda)^2(1 + j\lambda\tau/2)}. \quad (12)$$

Очевидно, что для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно выполнения неравенства $1/K > \tau/2$ или $K < 2/\tau$. В этом случае частота среза системы приближенно определяется из уравнения

$$\frac{K\lambda/K}{\tau\lambda^2} = 1$$

и составляет

$$\lambda_{cp} = 1/\tau. \quad (13)$$

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика системы (12) относится к типу 2 — 1 — 2 [5, 6].

Зависимость частоты среза системы λ_{cp} от величины чистого запаздывания τ объясняется тем, что в рассматриваемом случае быстродействие системы также определяется величиной τ .

При расчете ЦСС в частотной области требования к ее устойчивости следует задать в виде

$$M \leq M_d, \quad M_d \geq 1, \quad (14)$$

где M — показатель колебательности, его допустимое значение M_d определяется по допустимому перерегулированию σ_d , если задано именно оно, а не M_d [5].

Согласно методике В. А. Бесекерского [5], для выполнения требования (14) необходимо удовлетворить систему двух неравенств:

$$\frac{1}{K} \geq \frac{1}{\lambda_{cp}} \frac{M}{M-1}, \quad (15)$$

$$\frac{\tau}{2} \leq \frac{1}{\lambda_{cp}} \frac{M}{M+1}. \quad (16)$$

Неравенство (15) можно выполнить, выбрав достаточно малой величину K , а неравенство (16) выполняется при любых $M > 1$, т.е. для всех реально требуемых его значений.

Однако, учитывая допущения, принятые при выводе выражения передаточной функции, необходимо проверять и уточнять результат расчета системы методом моделирования. Кроме этого, необходимо учитывать, что приближенная формула, рекомендованная для пересчета допустимого перегуливания σ_d в допустимый показатель колебательности

$$M_d = \frac{\sqrt{1+\sigma_d}}{2-\sqrt{1+\sigma_d}} \quad (17)$$

для цифровых следящих систем без запаздывания, может оказаться слишком оптимистичной. Частота среза, определяющая время переходного процесса t_n , оказывается заранее заданной, что ограничивает снизу достижимое значение t_n .

В качестве примера рассчитаем ЦСС при $T_1=0,1$ с, $T_2=0,02$ с, $T=0,02$ с, $\tau=0,6$ с ($l=30$), $\sigma_d=20\%$ при полной компенсации скоростной ошибки.

Из выражения (17) определяем M_d :

$$M_d = \frac{\sqrt{1+\sigma_d}}{2-\sqrt{1+\sigma_d}} = \frac{\sqrt{1+0,2}}{2-\sqrt{1+0,2}} = 1,21,$$

и из неравенства (14), приняв $M = M_d = 1,21$, находим

$$\frac{1}{K} \geq \frac{1}{\lambda_{cp}} \frac{M}{M-1} \quad \text{или} \quad K \leq \lambda_{cp} \frac{M-1}{M} = \frac{1,21-1}{0,6 \cdot 1,21} = 0,2893 \text{ с}^{-1}.$$

Оценка времени переходного процесса дает

$$t_n \approx (1 \div 1,5) \cdot 2\pi \cdot \tau \approx 1,25 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0,6 = 4,71 \text{ с}.$$

Передаточная функции связи по задающему воздействию, т.е. передаточная функция дискретного фильтра (4)

$$\varphi(z) = \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z} = \frac{1}{0,2895 \cdot 0,02} \frac{z-1}{z} = 172,71 \frac{z-1}{z}.$$

Исследование системы на ее цифровой модели, представленной на рис. 2, позволило получить переходную характеристику ЦСС $h(t)$ (рис. 3) и ее реакцию на задающее воздействие Ωt (рис. 4).

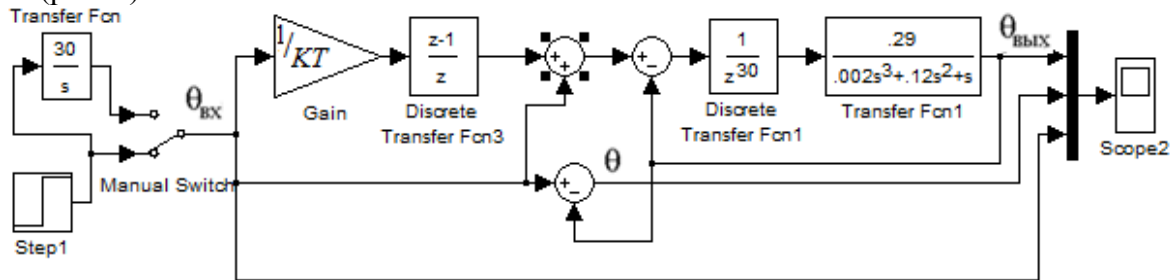


Рис. 2

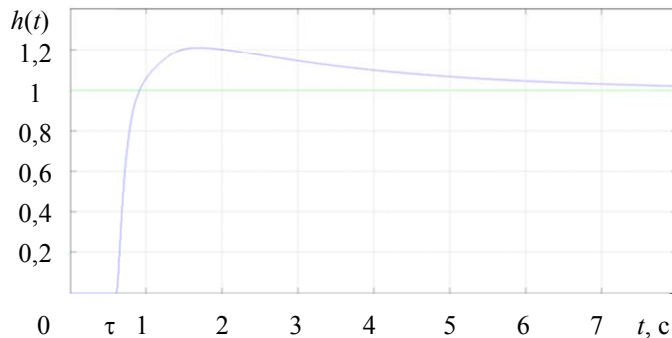


Рис. 3

С учетом переходной характеристики (см. рис. 3) находим $\sigma=21\%$, $t_{\pi}=5,8$ с, что оказывается несколько хуже расчетных значений ($\sigma=20\%$, $t_{\pi}=4,7$ с).

Отклик на $\theta_{вх} = \Omega t$, $\Omega = 30^\circ / \text{с}$, показывает, что ошибка слежения стремится к нулю, но достигает в переходном режиме максимального значения $21,805^\circ$, определяемого практически произведением $\Omega\tau=30 \cdot 0,6=18^\circ$; значения, меньшие $0,5^\circ$, она принимает только при $t > 10,3$ с.

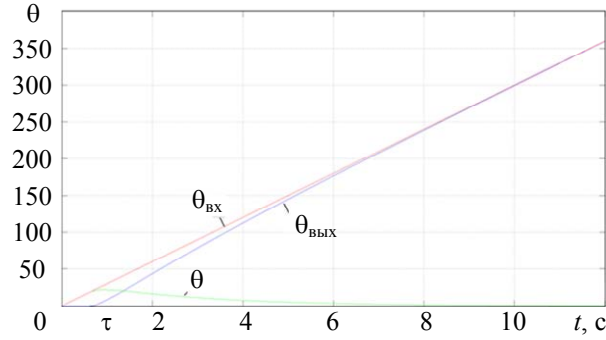


Рис. 4

Увеличение K до $0,6 \text{ с}^{-1}$ позволяет уменьшить время t_{π} с $5,8$ до $3,7$ с при возрастании значения σ с 21 до $42,6\%$. Максимальное значение рассогласования при $\theta_{вх} = \Omega t$ практически не изменяется ($21,6^\circ$), а время достижения рассогласованием значения $0,5^\circ$ снижается с $21,6$ до $4,1$ с.

Расчет ЦСС при компенсации ошибки по ускорению. Усложнив передаточную функцию ДФ $\Phi(z)$ (4), можно скомпенсировать и ошибку по ускорению. Для этого необходимо определить ее значение в ЦСС при компенсации скоростной ошибки. Это позволит определить дополнительный член передаточной функции ДФ, компенсирующий ошибку по ускорению θ_ϵ .

Согласно выражениям (2)—(4) для ЦСС с компенсацией скоростной ошибки получены передаточные функции

$$\Phi^k(z) = \left(1 + \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z}\right) \frac{K(\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0) z^{-l}}{(z-1)(z-d_1)(z-d_2) + K(\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0) z^{-l}}, \tag{18}$$

$$\Phi_\theta^k(z) = 1 - \Phi^k(z) = \frac{(z-1)[(z-d_1)(z-d_2) - (\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0) z^{-l-1} T^{-1}]}{(z-1)(z-d_1)(z-d_2) + K(\beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0) z^{-l}}. \tag{19}$$

С учетом Z -преобразования равноускоренного задающего воздействия

$$\theta_{вх}[nT] = \frac{\epsilon}{2} [nT]^2 1[nT], \quad \Theta_{вх}(z) = Z\{\theta_{вх}[nT]\} = \epsilon T^2 \frac{z(z+1)}{2(z-1)^3}, \tag{20}$$

где $\epsilon = \text{const}$ — постоянное ускорение, в результате преобразований определяем ошибку по ускорению

$$\theta_\epsilon = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \Phi_\theta^k(z) \Theta_{вх}(z) = \frac{\epsilon T^2}{KT(\beta_2 + \beta_1 + \beta_0)} \cdot \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T(1-d_1)(1-d_2) - z^{-l-1}(\beta_2 + \beta_1 + \beta_0)}{z-1}.$$

С учетом тождества [9]

$$T(1-d_1)(1-d_2) = (\beta_2 + \beta_1 + \beta_0) \tag{21}$$

в результате раскрытия неопределенности $0/0$ по правилу Лопиталья находим

$$\theta_\epsilon = \frac{\epsilon T}{K} \left(l + \frac{T + T_1 + T_2}{T} \right) = \frac{\epsilon}{K} (\tau + T + T_1 + T_2). \tag{22}$$

Полученный результат показывает прямую зависимость ошибки по ускорению θ_ε от времени чистого запаздывания τ .

Вычисление второй разности равноускоренного задающего воздействия (20) дает

$$\Delta^2 \theta_{\text{вх}}[nT] = \theta_{\text{вх}}[nT] - 2\theta_{\text{вх}}[(n-1)T] + \theta_{\text{вх}}[(n+2)T] = \varepsilon T^2. \quad (23)$$

Для компенсации ошибки по ускорению в передаточную функцию ДФ $\varphi(z)$ (4) необходимо добавить слагаемое, вносящее в закон управления член, пропорциональный второй разности задающего воздействия $\tau'_2 \Delta^2 \theta_{\text{вх}}[nT]$ и равный ошибке по ускорению. Из равенства

$$\tau'_2 \Delta^2 \theta_{\text{вх}}[nT] = \tau'_2 \varepsilon T^2 = \frac{\varepsilon}{K} (\tau + T + T_1 + T_2)$$

находим необходимое значение коэффициента пропорциональности τ'_2 :

$$\tau'_2 = \frac{\tau + T + T_1 + T_2}{KT^2}. \quad (24)$$

Таким образом, с учетом (4) и (24) получаем

$$\varphi(z) = \tau'_1 (1 - z^{-1}) + \tau'_2 (1 - z^{-1})^2, \quad (25)$$

где $\tau'_1 = \frac{1}{KT}$.

Найденный результат относится к частному случаю. В общем случае передаточной функции НЧ (1) получение общего результата этим же способом вызывает определенные математические трудности. Обойти их удастся, используя полученное в работах [14, 15] выражение передаточной функции ДФ для общего вида НЧ (1) при отсутствии запаздывания в прямой цепи ($\tau=0$):

$$\varphi(z) = \frac{1}{KT} (1 - z^{-1}) + \frac{T + q_1 - r_1}{KT^2} (1 - z^{-1})^2. \quad (26)$$

По аналогии с рассмотренным частным случаем можно предположить, что при запаздывании в прямой цепи ($\tau \neq 0$) функция $\varphi(z)$ будет иметь вид

$$\varphi(z) = \frac{1}{KT} (1 - z^{-1}) + \frac{\tau + T + q_1 - r_1}{KT^2} (1 - z^{-1})^2. \quad (27)$$

Для доказательства справедливости формулы (27) рассмотрим режим отработки равноускоренного задающего воздействия (20). Предположим, что слежение происходит при нулевом рассогласовании ($\theta[nT] = 0$). Это означает, что дискретные значения выходного сигнала НЧ (см. рис. 1) опережают значения $\theta_{\text{вх}1}[nT]$ на время запаздывания τ . Для этого необходимо, чтобы выходной сигнал ДФ (27) опережал выходной сигнал ДФ (26) также на τ , т.е. на l тактов.

Вычисление выходных сигналов ДФ (26) и (27) с учетом первой разности равноускоренного сигнала (20) $\varepsilon T^2 [2n-1]/2$ дает соответственно $\varepsilon T^2 \{ [2n+1] + 2(T + q_1 - r_1)/T \} / 2KT$ и $\varepsilon T^2 \{ [2n+1] + 2(\tau + T + q_1 - r_1)/T \} / 2KT = \varepsilon T^2 \{ [2(n+l)+1] + 2(T + q_1 - r_1)/T \} / 2KT$, чем подтверждается опережение второго сигнала на l тактов.

Расчет ЦСС при компенсации скоростной ошибки и ошибки по ускорению. При компенсации скоростной ошибки и ошибки по ускорению ЦСС обладает свойствами систем с третьим порядком астатизма. В монографии [5] В. А. Бесекерский не рекомендовал использовать ЦСС с третьим и более высоким порядком астатизма вследствие их условной устойчивости, т.е. возможной потери устойчивости при уменьшении усиления прямой цепи. Вызывать

уменьшение усиления могут, например, элементы с насыщением. Однако к ЦСС комбинированного управления это не относится. Причина в том, что третий порядок ее астатизма обеспечен не наличием трех интегрирующих элементов в прямой цепи, а прямой связью по первым двум разностям задающего воздействия $\varphi(z)$ (27).

Поскольку в работе [5] не приведены типовые частотные передаточные функции, а варьируемым параметром остается только коэффициент преобразования K , определяющий параметры связи по задающему воздействию, использовать стандартный частотный подход к расчету ЦСС не рационально.

Представляется целесообразным выбрать предварительное значение коэффициента преобразования K , обеспечивающее допустимый запас устойчивости по амплитуде замкнутого контура управления $\Delta A = K/K_{кр}$, где $K_{кр}$ — критический коэффициент преобразования, соответствующий колебательной границе устойчивости. Затем следует уточнить значение K на цифровой модели, добиваясь заданного качества переходной характеристики.

Не требуя высокой точности, определим $K_{кр}$ по приближенным выражениям амплитудной и фазовой частотных характеристик разомкнутой ЦСС, полученным при $\lambda(T_1 + T_2 + T/2) \ll 1$:

$$A(\lambda) \approx K \sqrt{1 + (\lambda T/2)^2} / \lambda \sqrt{1 + (\lambda T_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\lambda T_2)^2},$$

$$\varphi(\lambda) \approx -\pi/2 - \lambda\tau - \arctg(\lambda T_1) - \arctg(\lambda T_2) - \arctg(\lambda T/2) \approx -\pi/2 - \lambda(\tau + T_1 + T_2 + T/2).$$

Определив из условия $\varphi(\lambda) = -\pi$ значение критической абсолютной псевдочастоты

$$\lambda_{кр} = \pi/2(\tau + T_1 + T_2 + T/2) = \pi/2(0,6 + 0,1 + 0,02 + 0,01) = 2,1518 \text{ с}^{-1},$$

находим критический коэффициент преобразования

$$K_{кр} = \lambda_{кр} \sqrt{1 + (\lambda_{кр} T_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\lambda_{кр} T_2)^2} / \sqrt{1 + (\lambda_{кр} T/2)^2} = 2,2026 \text{ с}^{-1}.$$

С использованием цифровой модели (см. рис. 2) при $\varphi(z) = 0$ экспериментально получены $K_{кр} = 2,210 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{кр} = 2,172 \text{ с}^{-1}$ ($\lambda_{кр} = 2/T \cdot \text{tg}(\omega_{кр} T/2) = 2,1723 \text{ с}^{-1}$), хорошо согласующиеся с соответствующими расчетными значениями.

При обычном запасе устойчивости $\Delta A = 4$ соответствующий коэффициент преобразования $K_{3у} = K_{кр}/\Delta A = K_{кр}/4 = 0,5525 \text{ с}^{-1}$. На модели при $\varphi(z) = 0$ и $K = K_{3у}$ получены значения $\sigma = 0\%$, $t_{п} = 3,4 \text{ с}$. При $\theta_{вх} = \Omega t$, $\Omega = 30\%$ ошибка слежения составляет $54,3\%$.

Выполнив вычисления по формулам (24) и (25), получим

$$\tau'_2 = \frac{\tau + T + T_1 + T_2}{KT^2} = \frac{37}{KT}, \quad \varphi(z) = \tau'_1 (1 - z^{-1}) + \tau'_2 (1 - z^{-1})^2 = \frac{1}{KT} \frac{38z^2 - 75z + 37}{z^2}.$$

С учетом компенсации ошибки по ускорению уточнена цифровая модель ЦСС (см. рис. 2) и проведено экспериментальное исследование ЦСС комбинированного управления. При моделировании переходной характеристики получены $\sigma = 415,9\%$, $t_{п} = 3,43 \text{ с}$, а время достижения максимума переходной характеристики $t_m = 0,665 \text{ с}$. Попытки уменьшить недопустимое перерегулирование σ , снижая K , показали, что значения σ и t_m практически не изменяются, а $t_{п}$ заметно уменьшается.

На рис. 5 представлены переходные характеристики ЦСС $h(t)$ при $K = K_{3у} = 0,5525 \text{ с}^{-1}$ и $K = K_{3у}/10 = 0,05525 \text{ с}^{-1}$. Из графика следует, что время $t_{п}$ при $K = K_{3у}/10$ оказалось меньше и составило $1,21 \text{ с}$.

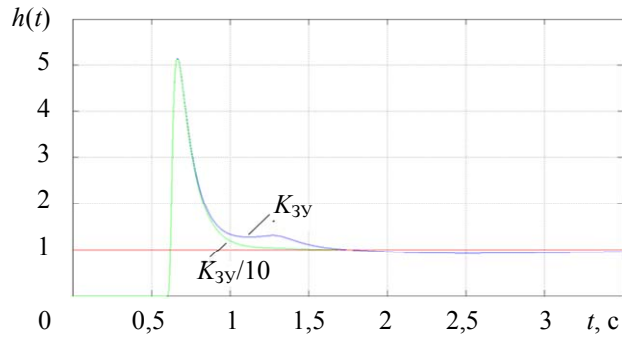


Рис. 5

Причины обнаруженного явления следующие. Сигнал обратной связи ЦСС отсутствует на входе ее НЧ в течение удвоенного времени запаздывания (2τ) от момента приложения задающего воздействия. (При этом полагаем звено чистого запаздывания включенным до звена с передаточной функцией НЧ, поскольку перестановка линейных звеньев допустима.) Дискретный фильтр превращает единичный скачок задающего воздействия $\theta_{\text{вх}}[nT] = 1[nT]$ в сумму трех дискретных сигналов:

$$\theta_{\text{вх}1}[nT] = 1[nT] + Z^{-1} \left\{ \left[\tau'_1 \frac{z-1}{z} + \tau'_2 \left(\frac{z-1}{z} \right)^2 \right] \frac{z}{z-1} \right\} = 1[nT] + (\tau'_1 + \tau'_2) \delta[nT] + \tau'_2 \delta[(n-1)T], \quad (28)$$

где $\delta[nT] = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0. \end{cases}$ — дискретная дельта-функция.

Таким образом, на НЧ в интервале $\tau < t < 2\tau$ воздействуют постоянный единичный сигнал $1(t - \tau)$ и два прямоугольных импульса: $(\tau'_1 + \tau'_2) [1(t - \tau) - 1(t - \tau - T)]$ и $-\tau'_2 [1(t - \tau - T) - 1(t - \tau - 2T)]$. Уже при $K = K_{3y} = 0,5525 \text{ с}^{-1}$ имеем значения $\tau'_1 = 1/KT = 90,5 \text{ с}$ и $\tau'_2 = (\tau + T + T_1 + T_2)/KT^2 = 3348,4 \text{ с}^2$. Амплитуды импульсов при этом оказываются на 3,5 порядка больше постоянного единичного сигнала $1(t - \tau)$. Поэтому поведение НЧ при $\tau < t < 2\tau$ определяется практически только действием этих двух прямоугольных импульсов. Так как коэффициенты передаточной функции ДФ $\varphi(z)$ τ'_1 и τ'_2 (25) увеличиваются соответственно уменьшению коэффициента преобразования K , поведение НЧ, а следовательно, σ и t_m практически не изменяются. Изменение t_n , превышающего 2τ , объясняется изменением характера свободного процесса уже в замкнутом контуре ЦСС.

Исследование процессов отработки $\theta_{\text{вх}} = \Omega t$, $\Omega = 30 \text{ }^\circ/\text{с}$, при $K = K_{3y}$ и $K = K_{3y}/10$ показало практическое совпадение максимальных значений рассогласования и моментов их достижения, составляющих соответственно $\theta_m = 18,82^\circ$ и $t_m = 0,6315 \text{ с}$. Объясняется это так же, как и при скачке задающего воздействия. В этом случае

$$\begin{aligned} \theta_{\text{вх}1}[nT] &= \Omega nT \cdot 1[nT] + Z^{-1} \left\{ \left[\tau'_1 \frac{z-1}{z} + \tau'_2 \left(\frac{z-1}{z} \right)^2 \right] \frac{\Omega T z}{(z-1)^2} \right\} = \\ &= \Omega nT \cdot 1[nT] + \Omega T \tau'_1 \cdot 1[(n-1)T] + \Omega T \tau'_2 \cdot \delta[(n-1)T]. \end{aligned}$$

Значения, меньшие по модулю $0,5^\circ$, рассогласование θ принимает при $t \geq 4,165 \text{ с}$ в случае $K = K_{3y}$ и при $t \geq 1,006 \text{ с}$ в случае $K = K_{3y}/10$.

Исследование процессов отработки $\theta_{\text{вх}} = \varepsilon t^2 / 2$, $\varepsilon = 30 \text{ }^\circ/\text{с}^2$ при $K = K_{3y}$ показало $\theta_m = 8,1426^\circ$ и $t_m = 0,9924 \text{ с}$, а при $K = K_{3y}/10$ — $\theta_m = 8,242^\circ$ и $t_m = 1,141 \text{ с}$. Очевидна близость максимальных значений рассогласования и моментов их достижения, что объясняется аналогичным образом. В этом случае

$$\theta_{\text{вх1}}[nT] = \frac{\varepsilon}{2} (nT)^2 \cdot 1[nT] + Z^{-1} \left\{ \left[\tau_1 \frac{z-1}{z} + \tau_2 \left(\frac{z-1}{z} \right)^2 \right] \frac{\varepsilon T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \right\} = \frac{\varepsilon}{2} (nT)^2 \cdot 1[nT] + \frac{\varepsilon}{2} T^2 \tau_1 \{ 1[(n-1)T] + 2(n-1) \cdot 1[(n-1)T] \} + \frac{\varepsilon}{2} T^2 \tau_2 \{ \delta[(n-1)T] + 2 \cdot 1[(n-2)T] \}.$$

Очевидно, что выходной сигнал ДФ не столь значительно превышает $\theta_{\text{вх}}$, как в предыдущих случаях. Это и объясняет весомую разницу между θ_m и t_m при K_{3y} и при $K=K_{3y}/10$. Рассогласование θ имеет значения, меньшие по модулю $0,5^\circ$, при $t \geq 3,82$ с в случае $K=K_{3y}$, а в случае $K=K_{3y}/10$ при $t \geq 50$ с. Объясняется это медленным протеканием переходных процессов в замкнутом контуре при 10-кратном уменьшении K .

Заключение. Результаты проведенных исследований позволяют сделать следующие выводы.

1. В частных случаях быстро изменяющихся задающих воздействий, обрабатываемых ЦСС с большими постоянными в установившемся режиме ошибками слежения, комбинированное управление позволяет полностью их скомпенсировать.

2. При наличии времени запаздывания, значительно превышающем постоянные времени непрерывной части, частота среза ЦСС с компенсацией скоростной ошибки определяется его обратной величиной.

3. Предложена методика расчета ЦСС с запаздыванием, исключаящая увеличение колебательности переходных процессов при обработке скачков задающего воздействия, вызываемых компенсацией скоростной ошибки.

4. Получена зависимость ошибки по ускорению от времени чистого запаздывания и параметров непрерывной части ЦСС, определена передаточная функция прямой связи по задающему воздействию, компенсирующая ошибку по ускорению.

5. Показано, что перерегулирование при обработке скачка задающего воздействия может достигать недопустимых значений, неограниченно растущих с увеличением времени запаздывания и не уменьшающихся при снижении усиления в прямой цепи линейной модели ЦСС.

6. Установлена причина независимости перерегулирования от усиления в прямой цепи ЦСС, состоящая в отсутствии сигнала обратной связи ЦСС на входе ее НЧ в течение удвоенного времени запаздывания от момента скачка задающего воздействия и в увеличении коэффициентов передаточной функции прямой связи соответственно уменьшению коэффициента усиления прямой цепи ЦСС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яворский В. Н., Бессонов А. А., Потанов А. М. Проектирование инвариантных следящих приводов. М.: Высш. школа, 1963. 428 с.
2. Лукьянова Г. В., Никифоров В. О. Алгоритм компенсации внешних детерминированных возмущений: операторный метод синтеза // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2003. № 10. С. 5—10.
3. Бобцов А. А., Лукьянова Г. В., Никифоров В. О. Алгоритм компенсации внешнего гармонического возмущения неизвестной частоты для систем активной виброзащиты // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 11. С. 39—43.
4. Никифоров В. О., Лукьянова Г. В. Следящая система комбинированного управления // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. 2011. Т. 76, № 6. С. 39—43.
5. Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 575 с.
6. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 768 с.
7. Смит О. Дж. М. Автоматическое регулирование. М.: Физматгиз, 1962. 575 с.

8. *Острем Л., Виттенмарк К.* Системы управления с ЭВМ. М.: Мир, 1987. 480 с.
9. *Коршунов А. И.* Основы теории управления. Руководство к курсовому проектированию. Петродворец: ВМИРЭ им. А. С. Попова, 1998. 136 с.
10. *Ермоленко А. И., Коршунов А. И.* Повышение динамической точности цифровых следящих систем АСУТП методом комбинированного управления. Ч. I. Низкий темп вычисления рассогласования // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 4. С. 309—316.
11. *Ермоленко А. И., Коршунов А. И.* Повышение динамической точности цифровых следящих систем АСУТП методом комбинированного управления. Ч. II. Высокий темп вычисления рассогласования // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 12. С. 1036—1044.
12. *Коршунов А. И.* Основы теории управления. Ч. II. Основы теории и систем автоматического управления. Петродворец, 2017. 167 с.
13. *Бесекерский В. А.* Применение эквивалентной передаточной функции при расчете следящих систем комбинированного управления // Тр. I Междунар. конгресса Международной федерации по автоматическому управлению. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. I. С. 154—165.
14. *Ермоленко А. И., Коршунов А. И.* Расчет цифровых следящих систем комбинированного управления с использованием предельной непрерывной модели. Ч. I. Построение предельной непрерывной модели // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 5. С. 411—417.
15. *Ермоленко А. И., Коршунов А. И.* Расчет цифровых следящих систем комбинированного управления с использованием предельной непрерывной модели. Ч. II. Расчет цифровой следящей системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 7. С. 602—609.

Сведения об авторах**Артем Игоревич Ермоленко**

— соискатель; Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ „Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“; кафедра радиоэлектроники

Анатолий Иванович Коршунов

— д-р техн. наук, профессор; Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ „Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“; кафедра радиоэлектроники; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

Поступила в редакцию
01.06.2021 г.

Ссылка для цитирования: Ермоленко А. И., Коршунов А. И. Комбинированное управление в цифровых следящих системах при наличии запаздывания в прямой цепи // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 11. С. 896—908.

**COMBINED CONTROL IN DIGITAL TRACKING SYSTEMS
IN THE PRESENCE OF DELAY IN THE DIRECT CIRCUIT**

A. I. Ermolenko, A. I. Korshunov

*Military Educational and Scientific Center of the Navy
"Naval Academy Named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N.G. Kuznetsov", Naval Polytechnic Institute,
196604, St. Petersburg, Russia
E-mail: a.i.korshunov@mail.ru*

Combined control in a digital tracking system is considered for the first order astatism and time delay in the direct circuit, which allows to fully compensate for both the speed and acceleration errors. A method for calculating the digital tracking system with a delay is proposed, which excludes an increase in transients oscillation when working out jumps of the driving force caused by compensation of the velocity error. The transfer function of the coupling by the setting effect is determined, compensating for the velocity error and the acceleration error. Impossibility to reduce overshoot by reducing the gain in the direct circuit when compensating for both errors is established, and the causes of this phenomenon are clarified.

Keywords: combined control, digital tracking system, time delay

REFERENCES

1. Yavorskiy V.N., Bessonov F.F., Potapov A.M. *Proektirovanie invariantnykh sledyashchikh privodov* (Design of Invariant Tracking Drives), Moscow, 1963, 428 p. (in Russ.)

2. Luk'yanova G.V., Nikiforov V.O. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2003, no. 10, pp. 5–10. (in Russ.)
3. Bobtsov A.A., Luk'yanova G.V., Nikiforov V.O. *Journal of Instrument Engineering*, 2007, no. 11(50), pp. 39–43. (in Russ.)
4. Nikiforov V.O., Luk'yanova G.V. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2011, no. 6(76), pp. 39–43. (in Russ.)
5. Besekerskiy V.A. *Tsifrovye avtomaticheskie sistemy* (Digital Automatic Systems), Moscow, 1976, 576 p. (in Russ.)
6. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (The Theory of Automatic Control Systems), Moscow, 1972, 768 p. (in Russ.)
7. Smith O.J.M. *Feedback control systems*, NY, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1958, 694 p.
8. Åström K., Wittenmark B. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*, 1984.
9. Korshunov A.I. *Osnovy teorii upravleniya. Rukovodstvo k kursovomu proektirovaniyu* (Bases of the Theory of Management. The Management to Course Design), Petrodvorets, 1998, 136 p. (in Russ.)
10. Ermolenko A.I. Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, no. 4(61), pp. 309–316. (in Russ.)
11. Ermolenko A.I. Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, no. 12(61), pp. 1036–1044. (in Russ.)
12. Korshunov A.I. *Osnovy teorii upravleniya. Osnovy teorii i sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Bases of the Theory of Management. Bases of the Theory and Systems of Automatic Control), Petrodvorets, 2017, 167 p. (in Russ.)
13. Besekerskiy V.A., Fedorov S.M. *Trudy I mezhdunarodnogo kongressa Mezhdunarodnoy federatsii po avtomaticheskomu upravleniyu* (Proceedings of the 1st International Congress of the International Federation on Automatic Control), Moscow, 1961, vol. I, pp. 154–165. (in Russ.)
14. Ermolenko A.I. Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, no. 5(62), pp. 411–418. (in Russ.)
15. Ermolenko A.I. Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, no. 7(62), pp. 602–609. (in Russ.)

Data on authors

Artem I. Ermolenko

— Applicant; Military Educational and Scientific Center of the Navy "Naval Academy Named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N.G. Kuznetsov", Naval Polytechnic Institute, Department of Radio Electronics

Anatoly I. Korshunov

— Dr. Sci., Professor; Military Educational and Scientific Center of the Navy "Naval Academy Named after Admiral of the Fleet of the Soviet Union N.G. Kuznetsov", Naval Polytechnic Institute, Department of Radio Electronics; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

For citation: Ermolenko A. I., Korshunov A. I. Combined control in digital tracking systems in the presence of delay in the direct circuit. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 11. P. 896–908 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-11-896-908