

ВЗВЕШЕННЫЕ КОДЫ С СУММИРОВАНИЕМ В КОЛЬЦЕ ВЫЧЕТОВ
ПО ПРОИЗВОЛЬНОМУ МОДУЛЮ
ДЛЯ СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Д. В. ЕФАНОВ* А. В. ПАШУКОВ

*Российский университет транспорта, Москва, Россия,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия*
*TrES-4b@yandex.ru

Аннотация. При синтезе самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых вычислительных систем часто применяются двоичные избыточные коды. Их использование позволяет снизить структурную избыточность для наделения устройств свойством самопроверяемости или отказоустойчивости. Приведены результаты исследования широкого класса кодов с суммированием, при построении которых используются заранее выбираемые последовательности весовых коэффициентов и процедура суммирования в кольце вычетов по предварительно зафиксированному модулю. Рассмотрены коды с тремя последовательностями весовых коэффициентов: 1) натуральный ряд; 2) натуральный ряд за исключением степеней числа 2; 3) чередующиеся последовательности возрастающих степеней числа 2. Установлены характеристики обнаружения ошибок кодами по кратностям и видам (монотонные, симметричные и асимметричные). Приведены условия построения помехозащищенных кодов, а также методы модификации кодов для наделения их свойством помехозащищенности. Представлены результаты экспериментов с контрольными комбинационными схемами по применению описанных кодов для обнаружения ошибок на их выходах. Обсуждаются особенности применения модульных взвешенных кодов с суммированием при синтезе цифровых устройств.

Ключевые слова: самопроверяемые и отказоустойчивые устройства, коды с суммированием, обнаружение ошибок в информационных векторах, суммирование в кольце вычетов по установленному модулю, весовые коэффициенты разрядов

Ссылка для цитирования: Ефанов Д. В., Пашуков А. В. Взвешенные коды с суммированием в кольце вычетов по произвольному модулю для синтеза цифровых вычислительных устройств // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 4. С. 231—246. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-4-231-246.

WEIGHTED CODES WITH SUMMATION IN THE RING OF RESIDUES BY AN ARBITRARY MODULUS
FOR THE SYNTHESIS OF DIGITAL COMPUTING DEVICES

D. V. Efanov*, A. V. Pashukov

*Russian University of Transport, Moscow, Russia
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*
*TrES-4b@yandex.ru

Abstract. In the synthesis of self-checking and fault-tolerant digital computing systems, binary redundant codes are often used. Their use makes it possible to reduce structural redundancy in order to endow devices with the property of self-checking or fault tolerance. Results of the study of a wide class of codes with summation are presented, in the construction of which preselected sequences of weight coefficients and the summation procedure in the ring of residues by a preliminarily fixed modulus are used. Codes with three sequences of weight coefficients are considered: 1) natural

numbers; 2) natural series except for powers of 2; 3) alternating sequences of increasing powers of the number 2. Characteristics of error detection by codes by multiplicities and types (monotonic, symmetric and asymmetric) are established. Conditions for constructing noise-immune codes, as well as methods for modifying codes to endow them with the property of noise immunity, are given. Results of experiments with control combinational circuits on the use of the described codes for error detection at their outputs are presented. The features of the use of modular weighted codes with summation in the synthesis of digital devices are discussed

Keywords: self-checking and fault-tolerant devices, codes with summation, error detection in information vectors, summation in the ring of residues modulo, weight coefficients of digits

For citation: Efanov D. V., Pashukov A. V. Weighted codes with summation in the ring of residues by an arbitrary modulus for the synthesis of digital computing devices. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 4. P. 231—246 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-4-231-246.

Введение. При синтезе самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых вычислительных устройств часто применяются методы теории информации и кодирования [1—6]. Надеждение устройства свойствами обнаружения и исправления возникающих в ходе эксплуатации ошибок, а также локализация источника неисправности требуют дополнительных аппаратных или программных средств [7, 8]. Избыточность вносится на этапе синтеза устройства с учетом выбранной модели неисправностей (множества покрываемых неисправностей). Способ внесения избыточности определяется на основании анализа структуры исходного объекта и возможностей ее модификации. При этом избыточность можно вносить на различных уровнях реализации: диверсифицировать элементы функционального базиса, целых блоков и подсистем, а также применять помехозащищенное или помехоустойчивое кодирование на этапе синтеза.

Известные способы внесения структурной, информационной и временной избыточности [9] связаны с использованием избыточного кодирования на различных уровнях реализации устройств.

Среди всего многообразия обратим внимание на класс кодов с суммированием [5, 6], которые удобно реализовывать в современных цифровых устройствах [10]. Данные коды являются разделимыми, т.е. в их кодовых словах можно выделить информационные и контрольные разряды; значения контрольных разрядов кодовых слов вычисляются с применением операций суммирования. Сами кодеры таких кодов строятся с применением сумматоров, реализуемых на любой элементной базе [11]. Простота формирования кодовых слов кодов с суммированием, низкая вносимая структурная избыточность, глубоко проработанные методы синтеза устройств с применением кодов с суммированием определяют их широкую применимость в современных цифровых устройствах [1—8].

Наиболее известным кодом с суммированием является код Бергера [12]. В его контрольных разрядах записывается двоичное число, равное числу нулевых информационных разрядов. Часто, однако, при построении кода Бергера суммируют число единичных разрядов, что проще реализуется аппаратно или программно. Коды Бергера не обнаруживают ошибки в информационных векторах, при которых искажается одинаковое число нулевых и единичных разрядов (такие ошибки называются симметричными [13]). Другие виды ошибок (монотонные и асимметричные*) ими обнаруживаются. Указанное свойство применяется при синтезе самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых вычислительных устройств [5, 7, 14, 15].

К настоящему моменту предложено множество способов построения кодов с суммированием. Например, при формировании контрольных векторов подсчитывается суммарное

* Монотонные ошибки связаны с искажениями только нулевых или только единичных разрядов. Асимметричные ошибки возникают при неравном количестве искажений нулевых и единичных разрядов. Можно считать монотонные ошибки ошибками с крайней степенью асимметричности.

число единиц в кольце вычетов по заданному модулю $M \in \{2, 3, \dots, m+1\}$, где m — число информационных разрядов [16]. Данные коды, так же как и коды Бергера, не обнаруживают все симметричные ошибки. Кроме того, они не обнаруживают некоторую долю монотонных и асимметричных ошибок. Доля необнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок определяется значением модуля M и количеством информационных разрядов.

В фундаментальной работе [12] предложен способ построения кода с суммированием, основанный на предварительном взвешивании разрядов информационного вектора, после которого весовые коэффициенты значащих разрядов суммируются. В этой работе предложено приписывать информационным разрядам весовые коэффициенты из натурального ряда, за исключением степеней числа 2: $[w_i] = [3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, \dots]$, $i = \overline{1, m}$. Такие коды обнаруживают любые монотонные ошибки в информационных векторах, а также любые одно- и двукратные ошибки в информационных векторах. В [17] тот же автор предлагает применять при построении кода чередующиеся последовательности из весовых коэффициентов, образующих ряд возрастающих степеней числа 2: $[w_i] = [1, 2, 4, 8, \dots]$, $i = \overline{1, q}$, $q \in \{1, 2, \dots, m\}$. Такой код обнаруживает такие ошибки, которые связаны с искажениями q идущих подряд разрядов (пачки).

Для решения задач технической диагностики и синтеза цифровых устройств применяются различные способы кодирования [18—21]. Например, в [22] применено взвешивание произвольными весовыми коэффициентами с учетом характеристик возникающих ошибок на выходах исходного устройства. Так как взвешивание разрядов приводит к росту избыточности самого кода, эффективно использовать модулярную арифметику при построении кода с суммированием. Модульные взвешенные коды описаны в [23]. Известны работы, в которых исследуются обладающие избыточностью классических кодов Бергера коды с суммированием с последовательностью весовых коэффициентов, образующей ряд натуральных чисел [24, 25]. В [26] авторами исследуются способы построения взвешенных кодов с суммированием без использования операции переноса. В [27], к примеру, описано применение двух последовательностей весовых коэффициентов, натурального ряда и степеней числа 2 для построения кода с суммированием (в этой работе, однако, весовой коэффициент приписывается сразу же паре разрядов, следующих один за другим в информационном векторе).

Целью настоящей работы является исследование характеристик обнаружения ошибок в информационных векторах такими кодами с суммированием, при построении которых используются различные установленные последовательности весовых коэффициентов и счет по заданному модулю M . Рассматриваемый класс кодов ни в отечественной, ни в зарубежной литературе досконально не исследован. Отдельно описаны некоторые модульные взвешенные коды с суммированием с произвольными весовыми коэффициентами разрядов [28, 29]. Настоящую работу можно считать продолжением данных исследований.

Особенности обнаружения ошибок кодами с суммированием с установленными последовательностями весовых коэффициентов.

Общие замечания. Рассмотрим коды с суммированием, которые строятся по следующим принципам:

- 1) устанавливается последовательность весовых коэффициентов $[w_i]$, $i = \overline{1, m}$;
- 2) фиксируется модуль $M \in \{2, 3, \dots, m+1\}$;
- 3) суммируются весовые коэффициенты значащих разрядов информационного вектора;
- 4) полученное число записывается в $k = \lceil \log_2 M \rceil$ разрядах контрольного вектора.

Будем рассматривать коды с суммированием, для которых выбираются следующие последовательности. Первый тип кода образуется с применением последовательности $[w_i] = [1, 2, 3, \dots]$, $i = \overline{1, m}$, обозначим его через W^1M_m -код. Второй тип кода образуется с применением последовательности $[w_i] = [3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, \dots]$, $i = \overline{1, m}$, обозначим его через W^2M_m -код. Третий тип образуется с применением чередующихся последовательностей степеней числа 2 $[w_i] = [1, 2, 4, 8, \dots]$, $i = \overline{1, q}$. При этом задается q — число различных членов последовательности степеней числа 2, например, $q=3$ означает, что чередуются последовательности $[w_i] = [1, 2, 4]$. Данный код обозначим через qW^3M_m .

В [29] предложен способ подсчета числа не обнаруживаемых в информационных векторах модульных взвешенных кодов с суммированием ошибок. Этот способ может быть применен и при подсчете общего числа ошибок, не обнаруживаемых введенными в рассмотрение W^1M_m -, W^2M_m - и qW^3M_m -кодами. Она, однако, не позволяет подсчитывать общее число обнаруживаемых ошибок по кратностям и видам. Характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах разделимыми кодами определяют и ключевые показатели обнаружения ошибок на выходах блоков и подсистем цифровых устройств [5, 6].

В ходе исследований характеристик обнаружения ошибок W^1M_m -, W^2M_m - и qW^3M_m -кодами создано специальное программное обеспечение для работы алгоритмов формирования кодовых слов и подсчета ошибок по видам и кратностям, которое позволило получить количественную оценку числа необнаруживаемых ошибок в информационных векторах каждого из кодов с различными модулями M . Приведем некоторые результаты исследований. Число информационных разрядов ограничим диапазоном $m=4—16$. Это объясняется большой разрядностью чисел, характеризующих необнаруживаемые ошибки. Модуль выбирался из диапазона $M=2—10$. Основные закономерности улавливаются уже на этих диапазонах значений m и M .

Коды с весовыми коэффициентами из последовательности, образующей натуральный ряд. Особенность W^1M_m -кода связана с используемыми операциями сложения весовых коэффициентов в кольце вычетов по заданному модулю [28].

Утверждение 1. Если значение какого-либо весового коэффициента разряда w_i , $i = \overline{1, m}$, кратно значению модуля M , то данный разряд не проверяется в контрольном векторе.

Положим, $w_i=M$. Тогда, если разряд $f_i=0$, к суммарному значению веса информационного вектора не прибавляется ничего. Если $f_i=1$, то также ничего не прибавляется, так как $w_i(\text{mod } M)=M(\text{mod } M)=0$.

Второе утверждение следует из того, что ряд весовых коэффициентов включает в себя числа $1, 2, 3, \dots, m$.

Утверждение 2. W^1M_m -код будет помехозащищенным в том, и только в том случае, если он строится при условиях $M>m$.

Положение утверждения 2 определяет условия построения помехозащищенного W^1M_m -кода. Исходя из этого в табл. 1 представлены минимальные и максимальные значения модулей для каждого значения m (M_{\min} и M_{\max}), k — произвольное натуральное число, большее 2. Значение M_{\max} определяется максимальным суммарным значением весовых коэффициентов разрядов $W_{\max} = \sum_{i=1}^m w_i : M_{\max}=W_{\max}+1$. В последнем столбце таблицы приведено число помехозащищенных W^1M_m -кодов для каждого m . С ростом числа m количество помехозащищенных W^1M_m -кодов также растет.

Таблица 1
Зависимость числа помехозащищенных W^1M_m -кодов
от значения m

m	W_{\max}	M_{\min}	M_{\max}	$N(W^1M_m)$
2	3	3	4	2
3	6	4	7	4
4	10	5	11	7
5	15	6	16	11
6	21	7	22	16
7	28	8	29	22
8	36	9	37	29
9	45	10	46	37
10	55	11	56	46
11	66	12	67	56
12	78	13	79	67
13	91	14	92	79
14	105	15	106	92
15	120	16	121	106
16	136	17	137	121
...
k	$\sum_{i=1}^k w_i$	$k+1$	$\sum_{i=1}^k w_i + 1$	$\sum_{i=1}^k w_i - k + 1$

В табл. 2 дана характеристика не обнаруживаемых некоторыми W^1M_m -кодами ошибок в информационных векторах. Приведены данные для необнаруживаемых ошибок различных видов (N_v — число монотонных, N_σ — симметричных, N_α — асимметричных ошибок), а также общее число ошибок N_m . В последних трех столбцах приведены доли монотонных v , симметричных σ и асимметричных α ошибок от общего количества необнаруживаемых ошибок в информационных векторах.

Таблица 2
Характеристика необнаруживаемых W^1M_m -кодами ошибок по видам

m	N_m	N_v	N_σ	N_α	$v, \%$	$\sigma, \%$	$\alpha, \%$
$M=5$							
4	36	18	2	16	50	5,556	44,444
$M=6$							
4	28	12	2	14	42,857	7,143	50
5	140	52	16	72	37,143	11,429	51,429
$M=7$							
4	22	12	2	8	54,545	9,091	36,364
5	116	44	12	60	37,931	10,345	51,724
6	522	154	74	294	29,502	14,176	56,322
$M=8$							
4	16	4	2	10	25	12,5	62,5
5	96	32	12	52	33,333	12,5	54,167
6	448	116	64	268	25,893	14,286	59,821
7	1920	420	312	1188	21,875	16,25	61,875
$M=9$							
4	14	4	2	8	28,571	14,286	57,143
5	84	32	12	40	38,095	14,286	47,619
6	396	124	58	214	31,313	14,646	54,04
7	1698	404	268	1026	23,793	15,783	60,424
8	7030	1282	1184	4564	18,236	16,842	64,922

Продолжение таблицы

m	N_m	N_ν	N_σ	N_α	$\nu, \%$	$\sigma, \%$	$\alpha, \%$
$M=10$							
4	12	2	2	8	16,667	16,667	66,667
5	72	20	12	40	27,778	16,667	55,556
6	348	92	56	200	26,437	16,092	57,471
7	1512	328	244	940	21,693	16,138	62,169
8	6300	1076	1054	4170	17,079	16,73	66,19
9	25704	3492	4372	17840	13,585	17,009	69,406

Наиболее существенную долю в классе необнаруживаемых составляют асимметричные ошибки. Практически для всех W^1M_m -кодов (за малым исключением) величина α превышает 50 %. Наименьшую долю практически для всех W^1M_m -кодов составляют симметричные ошибки — их не более 18 % от общего числа необнаруживаемых ошибок. Доля монотонных ошибок в классе необнаруживаемых сильно варьирует от чуть более 13 до чуть менее 55 %.

Для $M < 8$ с увеличением m уменьшается доля монотонных ошибок, а доля симметричных и асимметричных ошибок возрастает. Для кодов с $M \geq 8$ наблюдается сначала рост доли монотонных ошибок со смещением максимума в сторону увеличения значения m при увеличении M , а затем уменьшение. Строго наоборот ведут себя асимметричные ошибки. Доля симметричных ошибок с ростом m для заданного M незначительно увеличивается.

Может быть проведен и более детальный анализ характеристик обнаружения ошибок W^1M_m -кодами.

Коды с весовыми коэффициентами из последовательности, образующей натуральный ряд с исключением степеней числа 2. Весовые коэффициенты W^2M_m -кодов выбираются из ряда 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ... Данный ряд рассмотрен в работе [17], в ней использовано суммирование в кольце вычетов по максимальному модулю $M_{\max} = W_{\max} + 1$. Получается код с высокой избыточностью, обладающий возможностями обнаружения любых монотонных ошибок и любых одно- и двукратных ошибок в информационных векторах. Уменьшение значения модуля при построении такого кода с суммированием приводит к следующему.

Утверждение 3. Помехозащищенные W^2M_m -коды могут быть построены только при выборе значения модуля из множества $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$.

Справедливость утверждения 3 следует из принципов построения W^2M_m -кода. В ряде 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ... отсутствуют степени числа 2. Другие значения в нем присутствуют. Это означает, что для любого модуля $M \notin \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ неизбежно появление значения весового коэффициента, равного и кратного модулю.

Утверждение 4. Среди W^2M_m -кодов с модулями $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ помехозащищенными будут коды с длиной информационного вектора, не превышающей длины для граничного случая, когда появляется весовой коэффициент, кратный значению модуля.

В самом деле, если $w_i = aM$, то $w_i \pmod{M} = aM \pmod{M} = 0$.

Определим для некоторых модулей $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ граничные значения w_i .

При $M=4$ первым весовым коэффициентом, кратным ему, является $w_i=12$. Это весовой коэффициент восьмого разряда информационного вектора. При $M=8$ это $w_i=24$ — весовой коэффициент девятнадцатого разряда информационного вектора. При $M=16$ граничное значение $w_i=48$, при $M=32$ — $w_i=96$. Этот ряд можно продолжать.

Утверждение 5. Граничное значение весового коэффициента, по достижении которого теряется свойство помехозащищенности, для W^2M_m -кодов с модулями $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ равно $3M$.

Отсюда следует такое положение.

Утверждение 6. W^2M_m -код с модулями $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ будет помехозащищенным, если он строится для длины информационного вектора $m < 3M - \lceil \log_2 3M \rceil$.

Вычитаемая величина $\lceil \log_2 3M \rceil$ определена таким образом. Все степени числа 2 исключены из ряда, приписываемого разрядам информационного вектора. Таким образом, должно быть исключено столько разрядов из вектора, сколько исключено степеней числа 2 из ряда весовых коэффициентов.

В табл. 3 приводятся рассчитанные значения, характеризующие обнаружение ошибок W^2M_m -кодами по видам. Из анализа данных следует, что доля монотонных ошибок в классе не обнаруживаемых W^2M_m -кодами уменьшается с ростом m , при этом доля асимметричных ошибок увеличивается. Доля симметричных ошибок незначительно возрастает при росте m , а затем начинает также незначительно уменьшаться. Подавляющее большинство не обнаруживаемых W^2M_m -кодами ошибок являются асимметричными.

Таблица 3

Характеристика не обнаруживаемых W^2M_m -кодами ошибок по видам

m	N_m	N_0	N_σ	N_α	$v, \%$	$\sigma, \%$	$\alpha, \%$
$M=4$							
4	48	20	8	20	41,667	16,667	41,667
5	224	84	44	96	37,5	19,643	42,857
6	960	266	196	498	27,708	20,417	51,875
7	3968	892	792	2284	22,48	19,96	57,56
$M=8$							
4	20	12	0	8	60	0	40
5	100	44	8	48	44	8	48
6	456	154	68	234	33,772	14,912	51,316
7	1936	488	336	1112	25,207	17,355	57,438
8	7936	1380	1376	5180	17,389	17,339	65,272
9	32256	4516	5620	22120	14	17,423	68,576
10	130048	13772	22170	94106	10,59	17,048	72,363
11	522240	42116	86292	393832	8,064	16,523	75,412
12	2093056	128516	334224	1630316	6,14	15,968	77,892
13	8380416	390420	1292424	6697572	4,659	15,422	79,919
14	33538048	1179360	4999408	27359280	3,516	14,907	81,577
15	134184960	3541948	19358480	111284532	2,64	14,427	82,934
16	536805376	10680978	75073302	451051096	1,99	13,985	84,025

В заключение необходимо добавить, что помехозащищенные W^2M_m -коды, так же как и W^1M_m -коды, не относятся к кодам с обнаружением любых двукратных ошибок.

Коды с весовыми коэффициентами из последовательности повторяющихся степеней числа 2. Отдельный интерес представляет изучение особенностей обнаружения ошибок в информационных векторах qW^2M_m -кодами, при построении которых используются повторяющиеся последовательности степеней числа 2. В ходе исследований были рассмотрены последовательности $[1, 2]$ ($q=2$), $[1, 2, 4]$ ($q=3$), $[1, 2, 4, 8]$ ($q=4$), $[1, 2, 4, 8, 16]$ ($q=5$), а также последовательность $[1, 2, \dots, 2^m]$ ($q=m$).

Следуя утверждению 1, отметим, что для qW^3M_m -кодов характерна такая зависимость.

Утверждение 7. qW^3M_m -код будет помехозащищенным, если

- а) модуль $M \notin \left\{ 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$;
- б) значение $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ и $M > 2^{q-1}$.

В самом деле, если не использовать в качестве модуля степень числа 2, то ни один из весовых коэффициентов не окажется кратным по величине модулю. Если в качестве модуля взять степень числа 2, превышающую максимальное значение весового коэффициента, это также позволит контролировать вычисления в соответствующем ему разряде.

Таким образом, из формулировки утверждения 7 непосредственно следует, что на диапазоне модулей $M=2—10$ помехозащищенными будут только коды:

- при $q=2$ — со значениями модулей $M \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;
- при $q=3$ — с $M \in \{3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;
- при $q=4, q=5$ и $q=m$ — с $M \in \{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$.

Анализ характеристических таблиц для qW^3M_m -кодов показал важную особенность обнаружения ими монотонных ошибок в информационных векторах. В табл. 4 приведены значения модулей, при которых qW^3M_m -коды обнаруживают любые монотонные ошибки до кратности d_v , включительно. Обнаружение монотонных ошибок qW^3M_m -кодами, в особенности кодами с $q=2$, может быть использовано при контроле вычислений на выходах цифровых устройств с выделением групп независимых и монотонно независимых выходов, либо с преобразованием структур исходных устройств в структуры с контролепригодными по qW^3M_m -кодам выходами. Особенности выделения групп независимых и монотонно независимых выходов рассмотрены в работах [2, 7, 30—32].

Таблица 4

Условия обнаружения монотонных ошибок qW^3M_m -кодами

d_v	q		
	2	3	4, 5, m
1	$M = 3, 4$	$M = 3, 5, 6, 8$	$M = 3, 5, 6, 9, 10$
2	$M = 5, 6$	$M = 7, 9, 10$	$M = 7$
3	$M = 7, 8$	—	—
4	$M = 9, 10$	—	—

Ввиду того что число помехозащищенных qW^3M_m -кодов по сравнению с рассмотренными выше W^1M_m - и W^2M_m -кодами велико (для рассмотренного диапазона модулей это 27 вариантов со значениями $m=4—16$), характеристические таблицы в настоящей статье не приводятся.

Результаты экспериментов с контрольными комбинационными схемами. В ходе исследований проведены эксперименты по использованию рассматриваемых кодов для обнаружения ошибок на выходах контрольных комбинационных схем. Рассматривались схемы из известного пакета LG'89 [33, 34], представленные, в том числе, в формате *.netblif. Этот формат описывает структуру схемы в виде логических элементов и связей между ними, входами и выходами самой схемы. Эксперимент состоял в моделировании работы схемы в исправном состоянии и при воздействии всех одиночных константных неисправностей выходов логических элементов. В схему вносилась последовательно каждая константная неисправность. Затем на входы последовательно подавались все входные комбинации, фиксировалась реакция на выходах схемы в виде ошибки в выходном векторе, а также возможность ее идентификации с помощью различных W^1M_m -, W^2M_m - и qW^3M_m -кодов. Для множества контрольных схем были получены характеристические таблицы, включающие детальную информа-

цию о видах и кратностях ошибок, не обнаруженных в выходном векторе. Схема „alu2“ снабжена десятью входами и шестью выходами, в пакете LG’89 в формате *.netblif она реализована на 360 логических элементах типа NOR (ИЛИ-НЕ) с одним—четырьмя выходами.

В табл. 5 сведены рассчитанные абсолютные показатели обнаружения ошибок на выходах схемы „alu2“. В ней представлено общее количество необнаруживаемых ошибок (N^*_m), а также их распределения по кратностям ($d=1—6$) и видам (N^*_v — монотонные, N^*_σ — симметричные, N^*_α — асимметричные), N — общее число ошибок на выходах схемы. Таблицу 5 дополняет табл. 6, где приведены относительные показатели обнаружения ошибок на выходах схем. В каждой клетке таблицы приведены значения долей числа необнаруживаемых ошибок данной кратности/вида от общего числа ошибок, которые возникают на выходах схемы.

Таблица 5

Результаты экспериментов по обнаружению ошибок на выходах „alu2“
 W^1M_m - и W^2M_m -кодами (абсолютные величины)

M	Необнаруживаемые ошибки по кратностям						Необнаруживаемые ошибки по видам			N^*_m
	1	2	3	4	5	6	N^*_v	N^*_σ	N^*_α	
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 3, 4, 5, 6]										
2	23167	1401	606	168	0	0	24103	1011	228	25342
3	16105	4240	2441	43	2	0	16365	4123	2343	22831
4	1102	1360	475	92	0	0	1894	1008	127	3029
5	21845	1175	151	67	24	0	23057	73	132	23262
6	16105	41	174	15	0	0	16257	8	70	16335
7	0	1375	87	11	0	0	1384	8	81	1473
8	0	380	364	61	0	0	681	28	96	805
Последовательность весовых коэффициентов [3, 5, 6, 7, 9, 10]										
2	16105	6313	3540	47	44	0	19401	4171	2477	26049
3	23257	426	895	64	24	0	24445	5	216	24666
4	0	4240	1141	3	38	0	1141	4118	163	5422
5	22065	2465	6	120	18	0	23683	975	16	24674
6	0	46	875	11	24	0	780	5	171	956
7	1102	975	2102	87	0	0	2031	65	2170	4266
8	0	84	1023	0	0	0	1100	0	7	1107
N	46424	12347	3707	316	44	0	52460	7722	2656	62838

Таблица 6

Результаты экспериментов по обнаружению ошибок на выходах „alu2“
 W^1M_m - и W^2M_m -кодами (относительные величины)

M	$\beta_{ds}, \%$					$v^*, \%$	$\sigma^*, \%$	$\alpha^*, \%$	$\gamma^*, \%$
	1	2	3	4	5				
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 3, 4, 5, 6]									
2	49,903	11,347	16,347	53,165	0	45,945	13,092	8,584	40,329
3	34,691	34,34	65,848	13,608	4,545	31,195	53,393	88,215	36,333
4	2,374	11,015	12,814	29,114	0	3,61	13,054	4,782	4,82
5	47,055	9,516	4,073	21,203	54,545	43,952	0,945	4,97	37,019
6	34,691	0,332	4,694	4,747	0	30,989	0,104	2,636	25,995
7	0	11,136	2,347	3,481	0	2,638	0,104	3,05	2,344
8	0	3,078	9,819	19,304	0	1,298	0,363	3,614	1,281
Последовательность весовых коэффициентов [3, 5, 6, 7, 9, 10]									
2	34,691	51,13	95,495	14,873	100	36,982	54,015	93,261	41,454
3	50,097	3,45	24,144	20,253	54,545	46,597	0,065	8,133	39,253
4	0	34,34	30,78	0,949	86,364	2,175	53,328	6,137	8,629
5	47,529	19,964	0,162	37,975	40,909	45,145	12,626	0,602	39,266
6	0	0,373	23,604	3,481	54,545	1,487	0,065	6,438	1,521
7	2,374	7,897	56,704	27,532	0	3,872	0,842	81,702	6,789
8	0	0,68	27,596	0	0	2,097	0	0,264	1,762

Из табл. 6 следует, что все одиночные ошибки на выходах схемы „alu2“ обнаруживаются только W^1M_m -кодами со значениями модуля $M=7$ и 8 , и только W^2M_m -кодами со значениями модуля $M=4, 6$ и 8 . Наихудшими характеристиками обладают взвешенные коды с суммированием при $M=2$. Они не обнаружили 40—42 % ошибок на выходах „alu2“. Оба кода наихудшим образом справляются именно с монотонными ошибками. При этом следует учесть, что данные коды имеют всего по одному контрольному разряду. Коды с двумя контрольными разрядами (с $M=3$ и 4) обнаруживают большее количество ошибок на выходах схемы. Коды с $M=3$ не существенно отличаются от кодов с $M=2$. Коды с $M=4$ обнаруживают на порядок больше ошибок. К примеру, для W^1M_m -кода с $M=4$ показатель $\gamma^*=4,82$ %, а для W^2M_m -кода с $M=4$ — $\gamma^*=8,629$ %. W^2M_m -код при этом обнаружил все одиночные ошибки, а W^1M_m -код некоторые из них не обнаружил. W^1M_m -коды с $M=5$ и 6 также имеют низкие показатели обнаружения ошибок. W^1M_m -коды при $M=7$ и 8 не обнаружили соответственно $\gamma^*=2,344$ и $1,281$ % ошибок на выходах „alu2“. W^1M_m -код при $M=8$ обнаруживает все одиночные ошибки, а также большинство двукратных ошибок (около 97 %). W^2M_m -код при $M=6—8$ обнаружил свыше 90 % ошибок на выходах „alu2“. При этом наименьший процент ошибок дал именно код с $M=6$. Для него $\gamma^*=1,521$ %. Данный код „хорошо справился“ с обнаружением ошибок малых кратностей, а также монотонных ошибок на выходах „alu2“.

В табл. 7 и 8 дана характеристика не обнаруживаемых qW^3M_m -кодами ошибок на выходах „alu2“. Наилучшими способностями к обнаружению обладают коды при $q=2$ и $M \geq 6$, ими обнаруживается свыше 98 % ошибок на выходах рассматриваемой схемы. По данным таблиц видно, как с ростом M уменьшается общее число необнаруживаемых монотонных ошибок, что связано с улучшением свойств обнаружения монотонных ошибок в области малой их кратности при росте M . В отличие от кодов с $q > 2$, рассматриваемые qW^3M_m -коды за счет лучшей обнаруживающей способности в части монотонных ошибок обнаруживают меньшее количество ошибок на выходах „alu2“.

Также можно обратить внимание на то, что коды при $q=2$ и $M=2, q=3$ и $M=2, 4, q=4, 5, 6$ и $M=2, 4, 8$ не обнаруживают некоторую долю одиночных ошибок на выходах схемы, что согласуется с утверждением 7. При этом чем больше значение q , тем больше доля необнаруживаемых ошибок от общего числа одиночных ошибок.

Среди помехозащищенных qW^3M_m -кодов наилучшими по обнаружению ошибок в области малой их кратности характеристиками обладают коды с $q=2$. Например, эти коды с $M=5—8$ не обнаруживают чуть менее 8 % двукратных ошибок. Соизмеримы с этим показателем свойства qW^3M_m -кодов с $q=4$ при $M=5, 7$ и с $q=6$ при $M=5$. Для других кодов эта величина значительно больше. Обращая внимание на столбец γ^* , заметим, что среди выделенных кодов находятся и коды с наилучшими характеристиками обнаружения ошибок в общем для своего значения q .

Таблица 7

Результаты экспериментов по обнаружению ошибок на выходах „alu2“ qW^3M_m -кодами (абсолютные величины)

M	Необнаруживаемые ошибки по кратностям						Необнаруживаемые ошибки по видам			N* _m
	1	2	3	4	5	6	N* _v	N* _σ	N* _α	
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 1, 2, 1, 2]										
2	23167	1401	606	168	0	0	24103	1011	228	25342
3	0	5215	179	81	16	0	4257	1011	223	5491
4	0	1368	520	73	0	0	881	1011	69	1961
5	0	980	770	151	22	0	863	1011	49	1923
6	0	980	27	53	0	0	22	1011	27	1060
7	0	980	27	31	2	0	2	1011	27	1040
8	0	980	27	31	0	0	0	1011	27	1038

Продолжение таблицы

M	Необнаруживаемые ошибки по кратностям						Необнаруживаемые ошибки по видам			N* _m
	1	2	3	4	5	6	N* _v	N* _σ	N* _α	
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 1, 2, 4]										
2	43910	11639	3447	214	44	0	49220	7576	2458	59254
3	0	6351	468	23	38	0	2475	4200	205	6880
4	16105	5025	3146	167	0	0	17956	4115	2372	24443
5	0	4580	110	64	2	0	467	4115	174	4756
6	0	6161	411	0	38	0	2347	4115	148	6610
7	0	4115	243	7	0	0	133	4115	117	4365
8	0	4115	825	139	0	0	854	4115	110	5079
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 1, 2]										
2	23167	1703	182	254	44	0	24119	1003	228	25350
3	0	5215	179	81	16	0	4257	1011	223	5491
4	1102	1662	67	90	18	0	1790	1000	149	2939
5	0	988	829	53	4	0	826	1000	48	1874
6	0	1282	27	51	16	0	302	1003	71	1376
7	0	1028	67	140	22	0	142	1048	67	1257
8	1102	980	63	53	2	0	1104	1000	96	2200
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 16, 1]										
2	28907	5695	254	102	0	0	30510	4256	192	34958
3	0	5339	2121	70	16	0	2812	2564	2170	7546
4	22947	499	179	32	0	0	23440	113	104	23657
5	0	2561	2190	33	4	0	111	2553	2124	4788
6	0	1361	25	20	0	0	1303	73	30	1406
7	0	4180	178	20	0	0	129	4200	49	4378
8	22947	197	34	30	0	0	23031	113	64	23208
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 16, 32]										
2	45012	10971	3228	43	0	0	49209	7629	2416	59254
3	0	5215	179	81	16	0	4257	1011	223	5491
4	39052	5583	145	0	0	0	42211	2531	38	44780
5	0	988	829	53	4	0	826	1000	48	1874
6	0	3937	152	11	0	0	2965	983	152	4100
7	0	4115	243	7	0	0	133	4115	117	4365
8	39052	4281	0	0	0	0	40802	2531	0	43333
N	46424	12347	3707	316	44	0	52460	7722	2656	62838

Таблица 8

Результаты экспериментов по обнаружению ошибок на выходах „alu2“
 qW^3M_m -кодами (относительные величины)

M	$\beta_d, \%$					$v^*, \%$	$\sigma^*, \%$	$\alpha^*, \%$	$\gamma^*, \%$
	1	2	3	4	5				
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 1, 2, 1, 2]									
2	49,903	11,347	16,347	53,165	0	45,945	13,092	8,584	40,329
3	0	42,237	4,829	25,633	36,364	8,115	13,092	8,396	8,738
4	0	11,08	14,028	23,101	0	1,679	13,092	2,598	3,121
5	0	7,937	20,772	47,785	50	1,645	13,092	1,845	3,06
6	0	7,937	0,728	16,772	0	0,042	13,092	1,017	1,687
7	0	7,937	0,728	9,81	4,545	0,004	13,092	1,017	1,655
8	0	7,937	0,728	9,81	0	0	13,092	1,017	1,652

Продолжение таблицы

M	$\beta_{ds}, \%$					$\nu^*, \%$	$\sigma^*, \%$	$\alpha^*, \%$	$\gamma^*, \%$
	1	2	3	4	5				
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 1, 2]									
2	49,903	13,793	4,91	80,38	100	45,976	12,989	8,584	40,342
3	0	42,237	4,829	25,633	36,364	8,115	13,092	8,396	8,738
4	2,374	13,461	1,807	28,481	40,909	3,412	12,95	5,61	4,677
5	0	8,002	22,363	16,772	9,091	1,575	12,95	1,807	2,982
6	0	10,383	0,728	16,139	36,364	0,576	12,989	2,673	2,19
7	0	8,326	1,807	44,304	50	0,271	13,572	2,523	2
8	2,374	7,937	1,699	16,772	4,545	2,104	12,95	3,614	3,501
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 16, 1]									
2	62,267	46,125	6,852	32,278	0	58,159	55,115	7,229	55,632
3	0	43,241	57,216	22,152	36,364	5,36	33,204	81,702	12,009
4	49,429	4,041	4,829	10,127	0	44,682	1,463	3,916	37,648
5	0	20,742	59,077	10,443	9,091	0,212	33,061	79,97	7,62
6	0	11,023	0,674	6,329	0	2,484	0,945	1,13	2,237
7	0	33,854	4,802	6,329	0	0,246	54,39	1,845	6,967
8	49,429	1,596	0,917	9,494	0	43,902	1,463	2,41	36,933
Последовательность весовых коэффициентов [1, 2, 4, 8, 16, 32]									
2	96,958	88,856	87,079	13,608	0	93,803	98,796	90,964	94,296
3	0	42,237	4,829	25,633	36,364	8,115	13,092	8,396	8,738
4	84,12	45,217	3,912	0	0	80,463	32,776	1,431	71,263
5	0	8,002	22,363	16,772	9,091	1,575	12,95	1,807	2,982
6	0	31,886	4,1	3,481	0	5,652	12,73	5,723	6,525
7	0	33,328	6,555	2,215	0	0,254	53,289	4,405	6,946
8	84,12	34,672	0	0	0	77,777	32,776	0	68,96

Необходимо заметить, что эксперимент ограничен значением модуля при построении кода $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$, не брались модули с большими значениями — до $M_{\max} = W_{\max} + 1$, поскольку, во-первых, коды бы имели существенную избыточность, тогда как в рассматриваемом примере все коды имеют от одного до трех контрольных разрядов, а, во-вторых — основные закономерности для рассматриваемых кодов подтверждаются и на выбранном диапазоне модулей.

Заключение. При построении модульного кода с суммированием могут использоваться заранее выбранные последовательности весовых коэффициентов. Однако существует ограничение на получение помехозащищенного модульного взвешенного кода с суммированием. Если один из весовых коэффициентов кратен значению модуля, то код не сможет обнаружить ошибку разряда, к которому такой коэффициент приписан. Именно поэтому не для любого значения m и M может быть построен помехозащищенный взвешенный код с суммированием.

В представленной статье установлены особенности обнаружения ошибок модульными взвешенными кодами с суммированием с двумя последовательностями весовых коэффициентов. Приведены условия построения помехозащищенных кодов. В случае выбора последовательности весовых коэффициентов в виде натурального ряда помехозащищенный код может быть построен при условии $M > m$ (см. утверждение 2). В случае выбора последовательности весовых коэффициентов в виде натурального ряда за исключением степеней числа 2 помехозащищенный код строится для модулей $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \rceil} \right\}$ при $m < 3M - \lceil \log_2 3M \rceil$ (см. утверждения 3 и 6). Помехозащищенные qW^3M_m -коды строятся при

модулю, соответствующем условию $M \notin \left\{ 2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$, либо при $M \in \left\{ 2^2, 2^3, \dots, 2^{\left\lceil \log_2 \left(\sum_{i=1}^m w_i + 1 \right) \right\rceil} \right\}$ и $M > 2^{q-1}$.

В статье приведены особенности обнаружения ошибок в информационных векторах данными кодами, а также обоснования основных положений об их обнаруживающих способностях.

Существует два способа построения помехозащищенных модульных взвешенных кодов. Первый состоит в выборе последовательности весовых коэффициентов, ни один из которых не будет кратен значению модуля. Второй способ связан с дополнительным контролем тех разрядов, весовые коэффициенты которых кратны модулю. Такой дополнительный контроль можно осуществлять с помощью всего одной функции — паритета данных разрядов. Может осуществляться и контроль по тому же принципу суммирования значений разрядов или вновь установленных коэффициентов разрядов в кольце вычетов по выбранному модулю. Это, однако, приведет к увеличению избыточности кода.

Рассмотренные в статье коды могут эффективно применяться при синтезе цифровых вычислительных устройств и систем. При этом необходимо учитывать особенности обнаружения ими ошибок в информационных векторах. В дальнейшем могут быть проработаны методы поиска групп контролепригодных выходов для таких кодов по аналогии с тем, как это сделано в работах [4—6].

Модульные взвешенные коды с суммированием с установленными последовательностями весовых коэффициентов представляют собой перспективный класс кодов с суммированием, пригодных для построения самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. John Wiley & Sons, 2006. 720 p.
2. Göessel M., Ocheretny V., Sogomyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. 184 p.
3. Дрозд А. В., Харченко В. С., Антощук С. Г., Дрозд Ю. В., Дрозд М. А., Сулима Ю. Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / Под ред. А. В. Дрозда и В. С. Харченко. Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского „ХАИ“, 2012. 614 с.
4. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. СПб: Наука, 2018. 151 с.
5. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1. Классические коды Бергера и их модификации. М.: Наука, 2020. 383 с.
6. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2: Взвешенные коды с суммированием. М.: Наука, 2021. 455 с.
7. Согомонян Е. С., Слабаков Е. В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989. 208 с.
8. Микони С. В. Общие диагностические базы знаний вычислительных систем. СПб: СПИИРАН, 1992. 234 с.
9. Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В. Основы теории надежности и технической диагностики. СПб: Лань, 2019. 588 с.
10. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. 111 p.
11. Harris D. M., Harris S. L. Digital Design and Computer Architecture. Morgan Kaufmann, 2012. 569 p.

12. *Berger J. M.* A Note on Error Detecting Codes for Asymmetric Channels // *Information and Control*. 1961. Vol. 4, is. 1. P. 68—73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
13. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2015. Т. 58, № 5. С. 333—343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
14. *Matrosova A. Yu., Levin I., Ostanin S. A.* Self-Checking Synchronous FSM Network Design with Low Overhead // *VLSI Design*. 2000. Vol. 11, is. 1. P. 47—58. DOI: 10.1155/2000/46578.
15. *Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // *Автоматика и телемеханика*. 2010. № 6. С. 155—162.
16. *Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D.* Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems // *Proc. of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015)*. Batumi, Georgia, 26—29 September 2015. P. 181—187. DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493133.
17. *Berger J. M.* A Note on Burst Detection Sum Codes // *Information and Control*. 1961. Vol. 4, is. 2—3. P. 297—299. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80024-7.
18. *Ostanin S.* Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults // *Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia, 29 September—2 October 2017. P. 696—699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
19. *Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A.* R-Code for Concurrent Error Detection and Correction in the Logic Circuits // *2018 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*. 29 January—1 February 2018, Moscow, Russia. P. 1430—1433. DOI: 10.1109/EIConRus.2018.8317365.
20. *Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y.* Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // *Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia, 29 September—2 October 2017. P. 25—28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
21. *Telpukhov D. V., Zhukova T. D.* New Metric for Evaluating the Effectiveness of Redundancy in Fault-Tolerant Logic Circuits // *Proc. of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*. Batumi, Georgia, 10—13 September 2021. P. 355—360. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581027.
22. *Das D., Touba N. A.* Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits // *Proc. of 17th IEEE Test Symposium*. California, USA, 1999. P. 370—376. DOI: 10.1109/VTEST.1999.766691.
23. *Das D., Touba N. A., Seuring M., Gossel M.* Low Cost Concurrent Error Detection Based on Modulo Weight-Based Codes // *Proc. of the IEEE 6th Intern. On-Line Testing Workshop (IOLTW)*. Spain, Palma de Mallorca, 3—5 July 2000. P. 171—176. DOI: 10.1109/OLT.2000.856633.
24. *Mehov V., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Urganskov D.* Concurrent Error Detection Based on New Code with Modulo Weighted Transitions between Information Bits // *Proc. of 7th IEEE East-West Design & Test Workshop (EWDTW'2007)*. Erevan, Armenia, 25—30 September 2007. P. 21—26.
25. *Мехов В. Б., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В.* Контроль комбинационных схем на основе модифицированных кодов с суммированием // *Автоматика и телемеханика*. 2008. № 8. С. 153—165.
26. *Bliudov A., Nazarov I., Dmitriev V., Kovalyov K.* Use of Systematic Code Based on Data Bits Weighing for Concurrent Error Detection Considering Error Structure Analysis // *Proc. of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018)*. Kazan, Russia, 14—17 September 2018. P. 443—449. DOI: 10.1109/EWDTS.2018.8524722.
27. *Дмитриев В. В.* О двух способах взвешивания и их влиянии на свойства кодов с суммированием взвешенных переходов в системах функционального контроля логических схем // *Изв. Петербургского университета путей сообщения*. 2015. № 3. С. 119—129.
28. *Ефанов Д. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В.* Коды с суммированием с фиксированными значениями кратностей обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок для систем технического диагностирования // *Автоматика и телемеханика*. 2019. № 6. С. 121—141.

29. Efanov D. V., Pashukov A. V. The Weight-Based Sum Codes in the Residue Ring by Arbitrary Modulus for Synthesis of Self-Checking Digital Computing Systems // Proc. of 19th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2021). Batumi, Georgia, 10—13 September 2021. P. 170—179. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581032.
30. Sogomonyan E. S., Gössel M. Design of Self-Testing and On-Line Fault Detection Combinational Circuits with Weakly Independent Outputs // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. 1993. Vol. 4, is. 4. P. 267—281. DOI: 10.1007/BF00971975.
31. Гессель М., Морозов А. А., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В. Построение комбинационных самопроверяемых устройств с монотонно независимыми выходами // Автоматика и телемеханика. 1994. № 7. С. 148—160.
32. Morosow A., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Goessel M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design. 1998. Vol. 5, is. 4. P. 333—345. DOI: 10.1155/1998/20389.
33. Collection of Digital Design Benchmarks [Электронный ресурс]: <<http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/>>.
34. Sentovich E. M., Singh K. J., Moon C., Savoj H., Brayton R. K., Sangiovanni-Vincentelli A. Sequential Circuit Design Using Synthesis and Optimization // Proc. IEEE Intern. Conf. on Computer Design: VLSI in Computers & Processors. 11—14 October 1992, Cambridge, MA, USA. P. 328—333. DOI: 10.1109/ICCD.1992.276282.

Сведения об авторах

Дмитрий Викторович Ефанов

— д-р техн. наук, доцент; Российский университет транспорта, кафедра автоматизации, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; Высшая школа транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта; профессор; E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Артём Валерьевич Пащуков

— Российский университет транспорта, кафедра автоматизации, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте; ассистент; E-mail: art_pash@mail.ru

Поступила в редакцию 04.11.21; одобрена после рецензирования 02.12.21; принята к публикации 28.02.22.

REFERENCES

1. Fujiwara E. *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*, John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
2. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking: Edition 1*, Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
3. Drozd A.V., Kharchenko V.S., Antoshchuk S.G., Drozd Yu.V., Drozd M.A., Sulima Yu.Yu. *Rabocheye diagnostirovaniye bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* (Working Diagnostics of Safe Information and Control Systems), Khar'kov, 2012, 614 p. (in Russ.)
4. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* (Hamming Codes in Logic Devices Functional Control Systems), St. Petersburg, 2018, 151 p. (in Russ.)
5. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 1. Klassicheskiye kody Bergera i ikh modifikatsii* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 1. Classical Berger Codes and Their Modifications), Moscow, 2020, 383 p. (in Russ.)
6. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 2. Vzveshennyye kody s summirovaniyem* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 2. Weighted Codes with Summation), Moscow, 2021, 455 p. (in Russ.)
7. Sogomonyan E.S., Slabakov E.V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivyye sistemy* (The Self-Checked Devices and Failure-Safe Systems), Moscow, 1989, 208 p. (in Russ.)
8. Mikoni S.V. *Obshchiye diagnosticheskiye bazy znaniy vychislitel'nykh sistem* (General Diagnostic Knowledge Bases of Computing Systems) St. Petersburg, 1992, 234 p. (in Russ.)
9. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Osnovy teorii nadezhnosti i tekhnicheskoy diagnostiki* (Fundamentals of the Theory of Reliability and Technical Diagnostics), St. Petersburg, 2019, 588 p. (in Russ.)
10. Piestrak S.J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*, Wrocław, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
11. Harris D.M., Harris S.L. *Digital Design and Computer Architecture*, Morgan Kaufmann, 2012, 569 p.
12. Berger J.M. *Information and Control*, 1961, no. 1(4), pp. 68—73, DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
13. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Efanov D.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, no. 5(58), pp. 333—343, DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
14. Matrosova A.Yu., Levin I., Ostanin S.A. *VLSI Design*, 2000, no. 1(11), pp. 47—58, DOI: 10.1155/2000/46578.

15. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. *Automation and Remote Control*, 2010, no. 6, pp. 1117–1123.
16. Sapozhnikov V., Sapozhnikov V.I., Efanov D. *Proceedings of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015)*, Batumi, Georgia, September 26–29, 2015, pp. 181–187, DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493133.
17. Berger J.M. *Information and Control*, 1961, no. 2-3(4), pp. 297–299, DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80024-7.
18. Ostanin S. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 696–699, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
19. Stempkovskiy A., Telpukhov D., Gurov S., Zhukova T., Demeneva A. *2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus)*, January 29–February 1 2018, Moscow, Russia, pp. 1430–1433, DOI: 10.1109/EIConRus.2018.8317365.
20. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 25–28, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
21. Telpukhov D.V., Zhukova T.D. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 355–360, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581027.
22. Das D., Toubia N.A. *Proceedings of 17th IEEE Test Symposium*, California, USA, 1999, pp. 370–376, DOI: 10.1109/VTEST.1999.766691.
23. Das D., Toubia N.A., Seuring M., Gossel M. *Proceedings of the IEEE 6th International On-Line Testing Workshop (IOLTW)*, Spain, Palma de Mallorca, July 3–5, 2000, pp. 171–176, DOI: 10.1109/IOLT.2000.856633.
24. Mehov V., Saposhnikov V., Sapozhnikov V.I., Urganskov D. *Proceedings of 7th IEEE East-West Design & Test Workshop (EWDTS'2007)*, Yerevan, Armenia, September 25–30, 2007, pp. 21–26.
25. Mekhov V.B., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. *Automation and Remote Control*, 2008, no. 8(69), pp. 1411–1422.
26. Bliudov A., Nazarov I., Dmitriev V., Kovalyov K. *Proceedings of 16th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2018)*, Kazan, Russia, September 14–17, 2018, pp. 443–449, doi: 10.1109/EWDTS.2018.8524722.
27. Dmitriyev V.V. *Proceedings of Petersburg Transport University*, 2015, no. 3, pp. 119–129. (in Russ.)
28. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V. *Automation and Remote Control*, 2019, no. 6(80), pp. 1082–1097.
29. Efanov D.V., Pashukov A.V. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 170–179, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581032.
30. Sogomonyan E.S., Gössel M. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1993, no. 4(4), pp. 267–281, DOI: 10.1007/BF00971975.
31. Gessel' M., Morozov A.A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I. *Automation and Remote Control*, 1994, no. 7, pp. 148–160.
32. Morosow A., Saposhnikov V.V., Saposhnikov V.I., Goessel M. *VLSI Design*, 1998, no. 4(5), pp. 333–345, DOI: 10.1155/1998/20389.
33. *Collection of Digital Design Benchmarks*, <http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/>.
34. Sentovich E.M., Singh K.J., Moon C., Savoj H., Brayton R.K., Sangiovanni-Vincentelli A. *Proceedings IEEE International Conference on Computer Design: VLSI in Computers & Processors*, October 11–14, 1992, Cambridge, MA, USA, pp. 328–333, DOI: 10.1109/ICCD.1992.276282.

Data on authors

- Dmitry V. Efanov** — Dr. Sci., Associate Professor; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control, and Communications on Railway Transport; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Machinery, Materials, and Transport; Professor; E-mail: TrES-4b@yandex.ru
- Artyom V. Pashukov** — Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control, and Communications on Railway Transport; Assistant; E-mail: art_pash@mail.ru

Received 04.11.21; approved after reviewing 02.12.21; accepted for publication 28.02.22.