

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДЕФЕКТОВ В ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ
НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ**А. А. КАБАНОВ^{*1}, А. В. ЗУЕВ², В. Ф. ФИЛАРЕТОВ³, А. Н. ЖИРАБОК⁴¹ *Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия,
*kabanovaleksey@gmail.com*² *Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток, Россия*³ *Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия*⁴ *Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия*

Аннотация. Рассматривается задача идентификации дефектов в динамических системах, описываемых линейными дифференциальными уравнениями. Для решения задачи используются наблюдатели, построенные на основе методов оптимального управления. Предлагаемый метод синтеза таких наблюдателей базируется на идее введения новой подсистемы, в которой роль неизвестной вектор-функции, описывающей возникающие дефекты, выполняет некоторое вспомогательное управление, формируемое таким образом, чтобы оно обеспечивало минимум функционалу невязки. В отличие от популярных подходов к решению задачи идентификации дефектов на основе наблюдателей, работающих в скользящем режиме, предлагаемый метод позволяет расширить класс систем, для которых задача идентификации может быть решена, поскольку метод построения скользящих наблюдателей накладывает определенные ограничения на рассматриваемые системы. Приведены результаты моделирования, подтверждающие работоспособность диагностических наблюдателей, синтезированных с помощью предложенного метода.

Ключевые слова: линейные системы, дефекты, идентификация, наблюдатели, оптимальные системы

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075-03-2021-092/5 от 29.09.2021, FEFM-2021-0014, а также Севастопольского государственного университета в рамках внутреннего гранта на привлечение ведущих исследователей, идентификатор проекта 42-01-09/169/2021-5.

Ссылка для цитирования: Кабанов А. А., Зувев А. В., Филаретов В. Ф., Жирабок А. Н. Идентификация дефектов в линейных системах на основе методов оптимального управления // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 5. С. 335—342. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-5-335-342.

**IDENTIFICATION OF DEFECTS IN LINEAR SYSTEMS
BASED ON OPTIMAL CONTROL METHODS**A. A. Kabanov^{*1}, A. V. Zuev², V. F. Filaretov³, A. N. Zhirabok⁴¹ *Sevastopol State University, Sevastopol, Russia
*kabanovaleksey@gmail.com*² *Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the RAS, Vladivostok, Russia*³ *Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of the RAS, Vladivostok, Russia*⁴ *Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia*

Abstract. The problem of identifying defects in dynamic systems described by linear differential equations is considered. Observers constructed on the basis of optimal control methods are used to solve this problem. The proposed method to synthesize such observers is based on the idea of introducing a new subsystem, in which the role of an unknown vector function describing emerging defects is played by some auxiliary control. This control is proposed to be formed in such a way as to provide a minimum of the residual functional. Unlike well-known approaches to solving the problem of defect identification based on observers operating in a sliding mode, the proposed method allows to expand the class of systems for which the identification problem can be solved, since the method of constructing sliding observers imposes certain restrictions on the systems under consideration. Results of simulation are presented to confirm the operability of the diagnostic observers synthesized using the described method.

Keywords: linear systems, defects, identification, observers, optimal systems

Acknowledgments: The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. 075-03-2021-092/5 dated 09/29/2021, FEFM-2021-0014, as well as Sevastopol State University within the framework of an internal grant to attract leading researchers, project ID 42-01-09/169/2021-5.

For citation: Kabanov A. A., Zuev A. V., Filaretov V. F., Zhirabok A. N. Identification of defects in linear systems based on optimal control methods. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 5. P. 335—342 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-5-335-342.

Введение. Для решения задачи идентификации дефектов в линейных системах в последнее время активно используются наблюдатели, работающие в скользящих режимах [1—5]. В указанных работах на исходную систему накладывается ряд ограничений, в частности, типичные требования состоят в том, что система должна быть минимально фазовой и должно выполняться условие согласования. Это, в свою очередь, накладывает определенные ограничения на класс систем, для которых такие наблюдатели могут быть построены. В настоящей статье предлагается метод, свободный от этого недостатка, в основе которого лежат методы оптимального управления.

Постановка задачи. Рассмотрим класс технических систем, описываемых линейной моделью вида

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Dd(t), \quad x(t_0) = x_0; \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ и $y(t) \in R^l$ — векторы состояния, управления и выхода соответственно; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $D \in R^{n \times q}$ и $C \in R^{l \times n}$ — известные постоянные матрицы; $d(t) \in R^q$ — вектор-функция, описывающая дефекты: при их отсутствии $d(t) = 0$, при появлении дефекта $d(t)$ становится неизвестной функцией времени; предполагается, что матрица D и функция $d(t)$ описывают дефекты, которые возможны в системе, причем заранее неизвестно, какой из них может возникнуть.

Пусть известна история измерений $y(t)$ фазовых переменных $x(t)$ системы (1) на интервале $t \in [t_0, t_f]$, на котором система управляется некоторым законом, который, не умаляя общности, можно представить в виде $u(t) = G(y, t)$.

Ставится задача разработки метода построения наблюдателей для идентификации элементов вектора $d(t)$. Задача состоит в нахождении по измерениям $y(t)$ такой аппроксимации $d_*(t, t_f)$ неизвестной функции дефекта $d(t)$, что $\lim_{t_f \rightarrow \infty} d_*(t, t_f) = d(t)$.

Вспомогательная задача оптимального управления. Для решения задачи идентификации дефектов в системе (1) рассмотрим вспомогательную задачу оптимального управления для системы

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az + Dv(t) + Bu(t), \quad z(t_0) = x_0, \\ y_z(t) &= Cz(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где функция $v(t)$ рассматривается как вспомогательное управление.

Здесь роль неизвестной вектор-функции $d(t)$, описывающей дефекты, выполняет вспомогательное управление $v(t)$, которое выбирается так, чтобы перевести систему (2) из произвольного состояния $z(t_0) = x_0$ в состояние $y_z(t_f) = y(t_f)$ при $t_f \rightarrow \infty$ и при этом минимизировать функционал невязки

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (e^T Q e + v^T R v) dt \rightarrow \min_v, \quad (3)$$

где $e(t) = y_z(t) - y(t) \in R^l$ — вектор невязки, $Q \in R^{n \times n}$ — положительно-полуопределенная матрица; $R \in R^{m \times m}$ — положительно-определенная матрица.

Задача идентификации дефектов состоит в том, чтобы как можно более точно восстановить по измерениям $y(t)$ состояние $z(t)$ вспомогательной системы (2), т.е. нужно построить оптимальное в смысле (3) управление $v(t)$ и порождаемую им траекторию системы (2), такие что $\|y_z(t) - y(t)\| \rightarrow 0$, $\|v(t) - d(t)\| \rightarrow 0$ при $t_f \rightarrow \infty$.

Решение вспомогательной задачи оптимального управления. По сути задача (2), (3) является задачей построения линейно-квадратичного управления для следящей системы с возмущениями. Приведем ее решение.

Для задачи (2), (3) запишем гамильтониан

$$H = \frac{1}{2} (z - x)^T C^T Q C (z - x) + \frac{1}{2} v^T R v + \lambda^T (Az + Dv + Bu),$$

определим оптимальное управление

$$\frac{\partial H}{\partial v} = 0 \Rightarrow Rv + D^T \lambda = 0 \Rightarrow v = -R^{-1} D^T \lambda, \quad (4)$$

а также составим уравнения для сопряженной переменной и переменной состояния:

$$\dot{z}(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \Rightarrow Az + Dv + Bu = Az - DR^{-1} D^T \lambda + Bu, \quad z(t_0) = x_0,$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial z} \Rightarrow \dot{\lambda}(t) = -A^T \lambda - C^T Q C z + C^T Q C x.$$

Последнее соотношение можно записать в векторно-матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{\lambda}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -DR^{-1} D^T \\ -C^T Q C & -A^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ C^T Q \end{bmatrix} y. \quad (5)$$

Общий случай задания граничных условий. Рассмотрим общий случай ненулевых граничных условий $z(t_0) \neq 0$, $z(t_f) \neq 0$. С учетом линейности системы (5) предположим, что состояние и сопряженная переменная линейно связаны зависимостью вида

$$z(t) = M(t) \lambda(t) + g(t), \quad (6)$$

где $M(t)$ — невырожденная матрица, $g(t)$ — некоторая вектор-функция.

Отметим, что преобразование (6) называют преобразованием Риккати, оно эффективно при вычислении плохо обусловленных двухточечных краевых задач [6]. Аналогичный подход используется в [7, 8] для специфических задач терминального управления.

Подставив (6) в (5), получим

$$\begin{aligned} v(t) &= -R^{-1} D^T M(t)^{-1} (z(t) - g(t)), \\ (-\dot{M}(t) + AM(t) + M(t)A^T - DR^{-1} D^T + M(t)C^T Q C M(t)) \lambda(t) &= \\ &= \dot{g}(t) - Ag(t) - Bu(t) - M(t)C^T Q C g(t) + M(t)C^T Q y(t). \end{aligned}$$

Перенеся члены второго уравнения в левую часть, имеем

$$\begin{aligned} (-\dot{M}(t) + AM(t) + M(t)A^T - DR^{-1} D^T + M(t)C^T Q C M(t)) \lambda(t) - \\ - \dot{g}(t) - Ag(t) - Bu(t) - M(t)C^T Q C g(t) + M(t)C^T Q y(t) = 0. \end{aligned}$$

Последнее соотношения должно быть справедливо для любого значения $\lambda(t)$, что приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} \dot{M}(t) &= AM(t) + M(t)A^T - DR^{-1}D^T + M(t)C^T QCM(t), \\ \dot{g}(t) &= Ag(t) + Bu(t) + M(t)C^T QCG(t) - M(t)C^T Qy(t). \end{aligned} \quad (7)$$

При $t = t_0$ из (6) имеем $z(t_0) = M(t_0)\lambda(t_0) + g(t_0)$, а поскольку $\lambda(t_0)$ не известна, то для удовлетворения начальных условий нужно принять $M(t_0) = 0$, $z(t_0) = g(t_0)$. При $t = t_f$ из (6) имеем $z(t_f) = M(t_f)\lambda(t_f) + g(t_f)$, а поскольку $\lambda(t_f)$ также не известна, то для удовлетворения граничных условий также следует принять $M(t_f) = 0$, $z(t_f) = g(t_f)$.

Подставляя (7) в (4), окончательно для управления $v(t)$ имеем

$$v(t) = -R^{-1}D^T M(t)^{-1}(z(t) - g(t)), \quad (8)$$

а подставив (8) в (2), получим следующее выражение для диагностического наблюдателя:

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Az(t) - DR^{-1}D^T M(t)^{-1}(z(t) - g(t)) + Bu(t), \quad z(t_0) = x_0; \\ y_z(t) &= Cz(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где $M(t)$ и $g(t)$ определяются как решение уравнений (7) с начальными условиями $M(t_0) = 0$, $z(t_0) = g(t_0)$.

Устойчивость наблюдателя (9) может быть обеспечена за счет введения обратной связи по сигналу $e(t) = y_z(t) - y(t)$ (этот вопрос требует отдельного рассмотрения).

Чтобы получить решение задачи (2), (3) при $t_f \rightarrow \infty$, в соотношениях (7), (8) нужно принять $t_f \rightarrow \infty$. Решение матричного уравнения (7) для $M(t)$ при условии управляемости и наблюдаемости системы (2) стремится к установившемуся значению \bar{M} , которое является решением алгебраического уравнения [6, 7]

$$0 = A\bar{M} + \bar{M}A^T - DR^{-1}D^T + \bar{M}C^T QCM, \quad (10)$$

а функция $g(t)$ — это решение дифференциального уравнения

$$\dot{\bar{g}} = A\bar{g} + Bu + \bar{M}C^T QCG - \bar{M}C^T Qy, \quad \bar{g}(t_0) = z(t_0). \quad (11)$$

Диагностический наблюдатель на бесконечном интервале времени будет иметь вид (9), в котором g и M заменены на \bar{g} и \bar{M} соответственно.

Результаты моделирования. Выполним синтез наблюдателя для электропривода на основе двигателя постоянного тока независимого возбуждения или с постоянными магнитами, который имеет датчики положения выходного вала редуктора и тока. Предполагается, что в электроприводе возможны следующие типы дефектов: d_1 — дефект, приводящий к изменению номинального момента инерции J_d привода и вращающихся частей редуктора на величину \tilde{J}_d ; d_2 — дефект, приводящий к изменению активного сопротивления R_d цепи якоря электродвигателя (например, при его значительном нагреве) на величину \tilde{R}_d . Наличие этих дефектов существенно снижает качественные показатели работы электроприводов и точность выполнения конкретных технологических операций.

При наличии указанных дефектов разомкнутую цепь каждого электропривода в матричной форме можно описать дифференциальным уравнением вида (1) со следующими матрицами и векторами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/i_p & 0 \\ 0 & 0 & k_M/J_d \\ 0 & -k_\omega/L_d & -R_d/L_d \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_y/L_d \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} \alpha_H \\ \dot{\alpha} \\ I \end{bmatrix}, \quad u = U,$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где I — ток якоря; L_d — индуктивность цепи якоря; k_ω — коэффициент противо-ЭДС; k_y — коэффициент усиления усилителя мощности; k_M — коэффициент крутящего момента; α_H — угол поворота выходного вала редуктора; $\dot{\alpha}$ — скорость вращения ротора электродвигателя, i_p — передаточное отношение редуктора; U — напряжение на входе усилителя мощности; $d_1 = \left(\frac{k_M}{J_d + \tilde{J}_d} - \frac{k_M}{J_d} \right) I$; $d_2 = -\frac{\tilde{R}_d}{L_d} I$.

Диагностический наблюдатель для идентификации дефектов на бесконечном интервале времени будет иметь вид (9)—(11), где

$$R = \begin{bmatrix} 10^{-1} & 0 \\ 0 & 10^{-1} \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 10^{20} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix}.$$

При моделировании задавались следующие значения параметров рассматриваемого следящего электропривода: $J_d = 0,025 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $k_\omega = 0,00067 \text{ В} \cdot \text{с}$, $k_y = 27,71$, $R_d = 0,65 \text{ Ом}$, $L_d = 0,00026 \text{ Гн}$, $k_M = 0,135 \text{ Н} \cdot \text{м/А}$, $i_p = 1$. Для обеспечения заданных показателей качества управления в прямой цепи электропривода использовался типовой ПИД-регулятор. При этом в качестве входного воздействия на электропривод подавалось желаемое значение угла поворота выходного вала редуктора: $\alpha_H^*(t) = 1(t)$.

При моделировании дефекты имитировались одновременным появлением функцией $\tilde{J}_d = 0,2 \text{ J кг} \cdot \text{м}^2$ и $\tilde{R}_d = 0,2R \text{ Ом}$ в момент времени $t=2 \text{ с}$.

Выполнив настройку параметров наблюдателя, получим результат его работы при измерениях первой и третьей переменных состояния и дефектах во втором и третьем уравнениях состояния (рис. 1) и графики ошибок идентификации дефектов во втором и третьем уравнениях состояния (рис. 2). Как видно из этих рисунков, предлагаемый подход к синтезу наблюдателей может давать приемлемый результат. Для сравнения приведены графики состояния системы и наблюдателя (рис. 3) и вектора ошибок $e(t) = x(t) - z(t)$ с координатами $e_1(t), e_2(t), e_3(t)$ (рис. 4).

Качество идентификации с использованием оптимального диагностического наблюдателя (9)—(11) зависит от выбора матриц штрафов Q и R , при выборе которых можно руководствоваться следующими рекомендациями. Недиагональные элементы в этих матрицах отражают перекрестные связи между соответствующими переменными вектора выхода и дефектов. При отсутствии информации о перекрестных связях между дефектами матрицу R рекомендуется выбирать диагональной, что также относится и к матрице Q при отсутствии перекрестных связей наблюдаемых выходов. Если восстановленный сигнал, идентифицирующий дефект, имеет большую амплитуду, то соответствующие диагональные элементы матрицы R требуется уменьшить. При больших амплитудах невязки $e(t) = x(t) - z(t)$ следует увеличить соответствующие элементы Q .

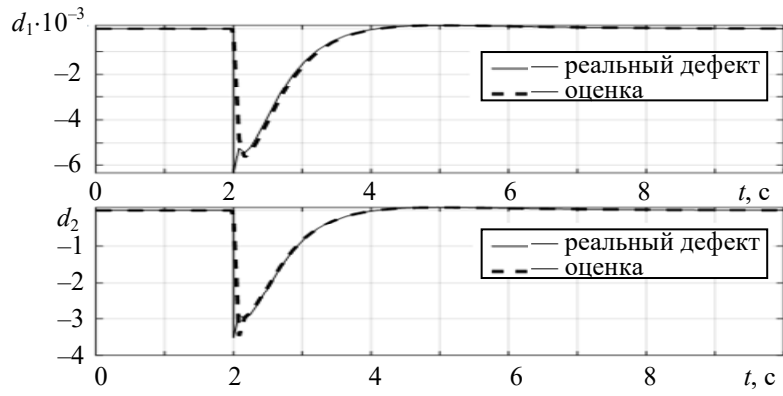


Рис. 1

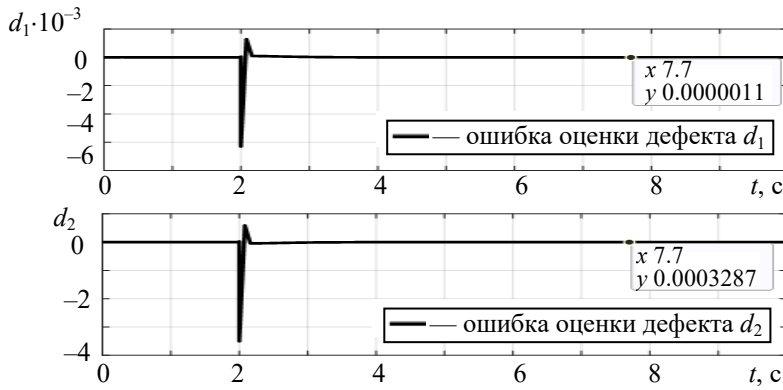


Рис. 2

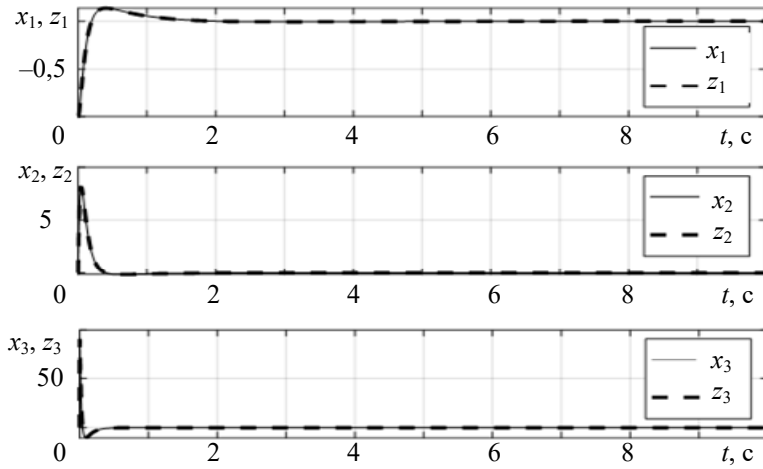


Рис. 3

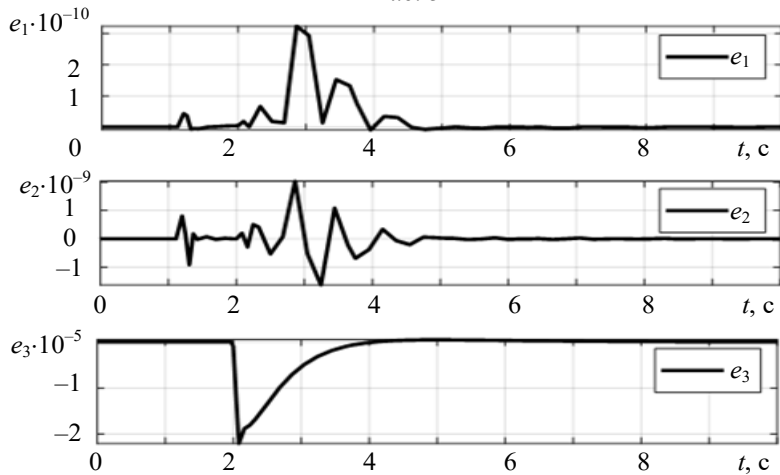


Рис. 4

Заключение. Решена задача идентификации дефектов в системах, описываемых линейными динамическими моделями. В отличие от популярных методов решения этой задачи на основе наблюдателей, работающих в скользящем режиме, предлагаемый подход позволяет расширить класс систем, для которых задача идентификации может быть решена, поскольку метод построения скользящих наблюдателей накладывает определенные ограничения на рассматриваемые системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Edwards C., Spurgeon S. On the development of discontinuous observers // *Intern. J. Control.* 1994. Vol. 59. P. 1211—1229.
2. Floquet T., Barbot J., Perruquetti W., Djemai M. On the robust fault detection via a sliding mode disturbance observer // *Intern. Journal Control.* 2004. Vol. 77. P. 622—629.
3. Yan X., Edwards C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using sliding mode observers // *Automatica.* 2007. Vol. 43. P. 1605—1614.
4. Rios H., Efimov D., Davila J., Raissi T., Fridman L., Zolghadri A. Nonminimum phase switched systems: HOSM based fault detection and fault identification via Volterra integral equation // *Intern. Journal Adapt. Contr. and Signal Proc.* 2014. Vol. 28. P. 1372—1397.
5. Жирабок А. Н., Зуев А. В., Филаретов В. Ф., Шумский А. Е. Идентификация дефектов на основе скользящих наблюдателей с ослабленными условиями существования // *Изв. вузов. Приборостроение.* 2021. Т. 64, № 4. С. 255—263.
6. Mufti I. H., Chow C. K., Stock F. T. Solution of ill-conditioned linear two-point boundary value problems by the Riccati transformation // *SIAM Rev.* 1969. Vol. 11, N 4. P. 616—619.
7. Брайсон А., Хо Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.
8. Naidu D. S. Optimal control systems. *Electrical Engineering Handbook.* Florida, Boca Raton: CRC Press, 2003. 275 p.

Сведения об авторах

- Алексей Александрович Кабанов** — канд. техн. наук, доцент; Севастопольский государственный университет, научно-исследовательская лаборатория „Интеллектуальные системы и робототехника“; зав. лабораторией; E-mail: kabanovaleksey@gmail.com
- Александр Валерьевич Зуев** — канд. техн. наук, доцент; Институт проблем морских технологий ДВО РАН, лаборатория интеллектуальных систем; зав. лабораторией; E-mail: zuev@dvo.ru
- Владимир Федорович Филаретов** — д-р техн. наук, профессор; Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, лаборатория робототехнических систем; зав. лабораторией; E-mail: filaretov@inbox.ru
- Алексей Нилович Жирабок** — д-р техн. наук, профессор; Дальневосточный федеральный университет, департамент автоматизации и робототехники; профессор; E-mail: filaretov@inbox.ru

Поступила в редакцию 13.01.22; одобрена после рецензирования 14.02.22; принята к публикации 29.03.22.

REFERENCES

1. Edwards C., Spurgeon S. *Int. J. Control*, 1994, vol. 59, pp. 1211–1229.
2. Floquet T., Barbot J., Perruquetti W., Djemai M. *Int. J. Control*, 2004, vol. 77, pp. 622–629.
3. Yan X., Edwards C. *Automatica*, 2007, vol. 43, pp. 1605–1614.
4. Rios H., Efimov D., Davila J., Raissi T., Fridman L., Zolghadri A. *Int. J. Adapt. Contr. and Signal Proc.*, 2014, vol. 28, pp. 1372–1397.
5. Zhirabok A.N., Zuev A.V., Filaretov V.F., Shumsky A.E. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 4(64), pp. 255–263. (in Russ.)
6. Mufti I.H., Chow C.K., Stock F.T. *SIAM Rev.*, 1969, no. 4(11), pp. 616–619.
7. Bryson A.E., Jr. & Ho Y.C. *Applied optimal control: optimization, estimation, and control*, Waltham, MA: Blaisdell, 1969, 481 p.
8. Naidu D.S. *Optimal control systems*, Electrical Engineering Handbook, Florida, Boca Raton, CRC Press, 2003, 275 p.

Data on authors

- Alexey A. Kabanov** — PhD, Associate Professor; Sevastopol State University, Research Laboratory "Intelligent Systems and Robotics"; Head of the Laboratory; E-mail: kabanovaleksey@gmail.com
- Aleksander V. Zuev** — PhD, Associate Professor; Institute of Marine Technology Problems, Far East Branch of the RAS, Laboratory of Intelligent Systems; Head of the Laboratory; E-mail: zuev@dvo.ru
- Vladimir F. Filaretov** — Dr. Sci., Professor; Institute of Automation and Control Processes, Far East Branch of the RAS, Laboratory of Robotic Systems; Head of the Laboratory; E-mail: filaretov@inbox.ru
- Alexey N. Zhirabok** — Dr. Sci., Professor; Far Eastern Federal University, Department of Automation and Robotics; Professor; E-mail: filaretov@inbox.ru

Received 13.01.22; approved after reviewing 14.02.22; accepted for publication 29.03.22.