

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ПЛОТНОСТЬЮ КОМПОЗИТНОЙ НАМОТКИ**

А. Ю. КУТЬИН^{*1}, В. М. МУСАЛИМОВ², М. С. МАЛОВ²

¹ СК „Медэкспресс“, Санкт-Петербург, Россия

² Национальный исследовательский университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия

* *kutin_alex@mail.ru*

Аннотация. Несмотря на достаточно давнюю и успешную практику автоматизации методов изготовления полых композитных изделий, необходимо создать систему управления процессом филаментной намотки. Система управления должна учитывать взаимосвязь между геометрическими параметрами создаваемой намотки и параметрами ее напряженного состояния. С целью корректного учета свойств объекта управления разработана модель динамики процессов этого метода при условии изменения массы объекта управления и момента его инерции. Полученные уравнения являются основой для создания системы управления, где в качестве управляющего параметра используются угловая скорость оправки и величина приращения радиуса намотки.

Ключевые слова: композиционный материал, намотка, натяжение нити, система управления процессом намотки, уравнения Лагранжа 2-го рода

Ссылка для цитирования: Кутин А. Ю., Мусалимов В. М., Малов М. С. Моделирование динамических процессов в системе управления плотностью композитной намотки // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 6. С. 420—429. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-6-420-429.

**MODELING OF DYNAMIC PROCESSES
IN THE COMPOSITE WINDING DENSITY CONTROL SYSTEM**

A. Yu. Kutin^{*1}, V. M. Musalimov², M. S. Malov²

¹ Medexpress Insurance JSC, St. Petersburg, Russia

² ITMO University, St. Petersburg, Russia

* *kutin_alex@mail.ru*

Abstract. Despite the fairly long and successful practice of automating the methods of manufacturing hollow composite products, it is necessary to create a control system for the process of filament winding. The control system must take into account the relationship between the geometric parameters of the winding being created and the parameters of its strained state. In order to correctly account for the properties of the control object, a model of the dynamics of the processes of this method has been developed, subject to changes in the mass of the control object and its moment of inertia. The obtained equations are the basis for creating a control system, where the angular velocity of the mandrel and the increment of the winding radius are used as the control parameter.

Keywords: composite materials, winding, thread tension, winding process control system, Lagrange equations of the 2nd kind

For citation: Kutin A. Yu., Musalimov V. M., Malov M. S. Modeling of dynamic processes in the composite winding density control system. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 6. P. 420—429 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-6-420-429.

Введение. Одним из наиболее широко используемых методов изготовления полых композитных изделий является филаментная намотка. Этим методом изготавливают и трубы, и специализированные емкости различного назначения. Несмотря на успешную практику автоматизации этого процесса необходимо создать систему управления, учитывающую взаимосвязь геометрических параметров создаваемой намотки и параметров ее напряженного состояния. Для решения поставленной задачи нами предложено устройство управления процессом формирования намотки [1]. Как и в любом устройстве такого типа, адгезия слоев намотки обеспечивается либо пропиткой волокон клеещим составом в специальной ванне, либо использованием препрегов. Толщина намотки может варьировать от 5 до 300 мм и более — в зависимости от предназначения композитного изделия. Натяжение наматываемого материала регулируется специальным механизмом компенсационного типа.

Динамика процессов системы управления. Динамика процессов описывается совокупностью дифференциальных уравнений [2]. При этом следует учесть изменение массы объекта управления (оправка с намоткой) и соответственно момента его инерции, а также взаимодействие с намоткой укатывающего валика (рис. 1; 1 — ротор электродвигателя, 2 — оправка, 3 — намотка, 4 — укатывающий валик, 5 — паковка с наматываемым материалом, ρ — радиус намотки, f_n — натяжение подаваемого материала, ρ_b — радиус укатывающего валика, Q_n — сила, прикладываемая к укатывающему валику для обеспечения его поступательного движения). Чтобы получить такие дифференциальные уравнения, воспользуемся известным приемом обобщенного описания динамики системы уравнениями Лагранжа 2-го рода [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_p} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_p} = Q_\theta, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_b} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_b} = Q_x, \tag{2}$$

где t — текущее время динамического процесса; T — кинетическая энергия системы; θ_p и x_b — обобщенные координаты, соответственно угол поворота ротора электродвигателя и линейное перемещение укатывающего валика; Q_θ и Q_x — обобщенные силы.

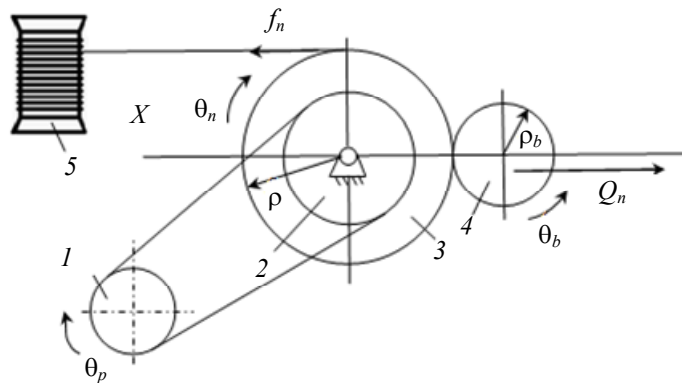


Рис. 1

Кинетическая энергия T определяется следующей суммой:

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \tag{3}$$

Слагаемые T_1 и T_2 определяются по известной формуле кинетической энергии [3] для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$T_1 = \frac{J_p \dot{\theta}_p^2}{2}, \quad T_2 = \frac{J_n \dot{\theta}_n^2}{2}, \quad (4)$$

где J_p и J_n — моменты инерции ротора электродвигателя и оправки, $\dot{\theta}_p$ и $\dot{\theta}_n$ — угловая скорость ротора электродвигателя и оправки. Для определения третьего слагаемого примем во внимание вращательное и поступательное движение укатывающего валика:

$$T_3 = \frac{J_b \dot{\theta}_b^2}{2} + \frac{m_b V_x^2}{2}, \quad (5)$$

где J_b и $\dot{\theta}_b$ — момент инерции и угловая скорость укатывающего валика, m_b — его масса, V_x — скорость поступательного движения укатывающего валика ($V_x = \dot{x}_b$).

Чтобы определить обобщенную силу Q_θ , воспользуемся известным соотношением [4] между суммой возможных элементарных работ и суммой произведений обобщенных сил и вариаций обобщенных координат:

$$\delta A_\theta + \delta A_x = Q_\theta \delta \theta_p + Q_x \delta x_b, \quad (6)$$

где δA_θ и δA_x — элементарная работа при возможных перемещениях.

Обобщенные координаты не зависят друг от друга [4], поэтому придадим системе возможный бесконечно малый поворот $\delta \theta_p$, при котором изменится только одна координата θ_p , а x_b останется неизменной ($\delta x_b = 0$). При таком повороте из (6) следует

$$Q_\theta = \delta A_\theta / \delta \theta_p. \quad (7)$$

Элементарная работа δA_θ при возможном повороте $\delta \theta_p$ составит:

$$\delta A_\theta = M_d \delta \theta_p - M_c \delta \theta_n - M_b \delta \theta_b - f_n \rho \delta \theta_n - R_o k_t \delta \theta_n, \quad (8)$$

где M_d — вращающий момент электродвигателя, M_c — момент сопротивления вращению оправки, M_b — момент сопротивления вращению укатывающего валика, R_o — реакция намотки на воздействие укатывающего валика, k_t — коэффициент трения качения укатывающего валика по оправке с намоткой, $\delta \theta_n$ — возможный поворот оправки:

$$\delta \theta_n = \frac{\rho_p}{\rho_n} \delta \theta_p, \quad (9)$$

ρ_p — радиус шкива, установленного на электродвигателе, ρ_n — радиус шкива, установленного на оправке, $\delta \theta_b$ — возможный поворот укатывающего валика

$$\delta \theta_b = \frac{\rho}{\rho_b} \delta \theta_n = \frac{\rho}{\rho_b} \frac{\rho_p}{\rho_n} \delta \theta_p. \quad (10)$$

Из (6) с учетом (8) найдем правую часть выражения (1):

$$Q_\theta = M_d - \frac{\rho_p}{\rho_n} M_c - \frac{\rho}{\rho_b} \frac{\rho_p}{\rho_n} M_b - \frac{\rho_p}{\rho_n} f_n \rho - \frac{\rho_p}{\rho_n} R_o k_t, \quad (11)$$

второе слагаемое в левой части выражения $\partial T / \partial \theta_p$ равно нулю, поскольку кинетическая энергия системы зависит от угловой скорости ротора электродвигателя (4), (5), но не собственно от угла поворота. Чтобы найти первое слагаемое левой части рассматриваемого уравнения, определим частную производную функции кинетической энергии T по переменной $\dot{\theta}_p$:

$$\frac{\partial T}{\partial \theta_p} = \left[J_p + J_n \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 + J_b \left(\frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \right)^2 \right] \dot{\theta}_p. \quad (12)$$

Для угловой скорости ротора электродвигателя $\omega_p = \dot{\theta}_p$ найдем производную по времени от функции (12), определив тем самым первое слагаемое левой части уравнения (1):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta_p} \right) = \left[J_p + J_n \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 + J_b \left(\frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \right)^2 \right] \frac{d\omega_p}{dt} + \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 \frac{dJ_n}{dt} + J_b \left(\frac{\rho_p}{\rho_n \rho_b} \right)^2 2\rho \frac{d\rho}{dt} \right] \omega_p. \quad (13)$$

Согласно (11) и (13), получим первое дифференциальное уравнение взаимодействия объекта управления и органа управления:

$$\begin{aligned} & \left[J_p + J_n \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 + J_b \left(\frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \right)^2 \right] \frac{d\omega_p}{dt} + \left[\left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 \frac{dJ_n}{dt} + J_b \left(\frac{\rho_p}{\rho_n \rho_b} \right)^2 2\rho \frac{d\rho}{dt} \right] \omega_p = \\ & = M_d - \frac{\rho_p}{\rho_n} M_c - \frac{\rho}{\rho_b \rho_n} M_b - \frac{\rho_p}{\rho_n} f_n \rho - \frac{\rho_p}{\rho_n} R_o k_t. \end{aligned} \quad (14)$$

Сумму моментов инерции в этом уравнении обозначим через

$$J_u = J_p + J_n \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 + J_b \left(\frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \right)^2. \quad (15)$$

Кроме того, допустим, что моменты сопротивления вращению в опорах оправки и укатывающего валика M_c и M_b пропорциональны их угловым скоростям [5]:

$$M_c = h_n \dot{\theta}_n, \quad M_b = h_b \dot{\theta}_b \quad (16)$$

или, с учетом (9), (10):

$$M_c = h_n \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p, \quad M_b = h_b \frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \omega_p, \quad (17)$$

где h_n и h_b — коэффициенты пропорциональности.

В результате уравнение (14) преобразуется к следующему виду:

$$J_u \frac{d\omega_p}{dt} + \xi_o \omega_p = M_d - \frac{\rho_p}{\rho_n} f_n \rho - \frac{\rho_p}{\rho_n} R_o k_t, \quad (18)$$

где

$$\xi_o = \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^2 \frac{dJ_n}{dt} + J_b \left(\frac{\rho_p}{\rho_n \rho_b} \right)^2 2\rho \frac{d\rho}{dt} + h_n \frac{\rho_p}{\rho_n} + h_b \frac{\rho}{\rho_b \rho_n}. \quad (19)$$

Коэффициент k_t определяется отношением моментов импульсов вращения укатывающего валика и оправки [6]:

$$k_t = \frac{D_b}{D_n} = \frac{J_n \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p}{J_b \frac{\rho}{\rho_b \rho_n} \omega_p} = \frac{J_n \rho_b}{J_b \rho}, \quad (20)$$

где D_b — момент импульса вращения укатывающего валика, D_n — момент импульса вращения оправки.

По мере увеличения радиуса намотки ρ момент инерции J_n оправки с намоткой и суммарный момент инерции J_u изменяются. Чтобы установить закономерность изменения J_n , представим зависимость радиуса намотки как функцию, где в качестве аргумента используется текущее время намотки композитного изделия. В соответствии с предложенной моделью формирования намотки [1] ее текущий радиус рассчитывается на основе выражения:

$$\rho - \rho_0 = \int_0^{\theta_n} a d\theta_n, \quad (21)$$

$$a = \frac{v}{\frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p} = \frac{d\rho}{d\theta_n} = \frac{d\rho}{\frac{\rho_p}{\rho_n} d\theta_p}, \quad (22)$$

v — скорость перемещения точки наматывания (точки контакта наматываемого материала с телом намотки) в радиальном направлении ($v = d\rho/dt$), $\frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p$ — угловая скорость ω_n вращения оправки ($\omega_n = \frac{\rho_p d\theta_p}{\rho_n dt}$).

При небольшой толщине намотки, когда $a \approx \text{const}$, выражение (21) может быть представлено спиралью Архимеда:

$$\rho - \rho_0 = a \theta_n = a \frac{\rho_p}{\rho_n} \theta_p(t), \quad (23)$$

где $\theta_p(t) = \int_0^t \omega_p dt$, при $\omega_p = \text{const}$

$$\rho - \rho_0 = a \theta_n = a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p t. \quad (24)$$

Момент инерции J_n оправки с намоткой, определяющий k_t , представим в виде суммы моментов:

$$J_n = J_e + J_w, \quad (25)$$

где J_e — момент инерции собственно оправки, когда $\rho = \rho_0$, J_w — момент инерции намотки.

Момент инерции J_w рассчитывается как момент инерции полого цилиндра:

$$J_w = \frac{1}{2} m_H [\rho^2(t) + \rho_0^2], \quad (26)$$

где m_H — масса намотки.

Представив m_H в виде произведения плотности намотки y_H на ее объем

$$m_H = y_H \pi H (\rho^2 - \rho_0^2), \quad (27)$$

где H — ширина оправки, для J_w из (25) запишем:

$$J_w = \frac{1}{2} y_H \pi H (\rho^4 - \rho_0^4). \quad (28)$$

Для дальнейшего решения дифференциального уравнения (18), описывающего изменение состояния объекта управления при изменении угла поворота ротора электродвигателя θ_p , необходимо определить множитель ξ_o из (19). Найдем производные, входящие в выражение (19), используя выражение (24):

$$\frac{d\rho}{dt} = a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p, \tag{29}$$

$$\frac{dJ_n}{dt} = \frac{dJ_w}{dt} = 2y_n \pi H a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p \left(a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p t + \rho_0 \right)^3. \tag{30}$$

После проведенных уточнений следует вернуться к анализу уравнения (18), отражающего динамические процессы, возникающие при вращении ротора электродвигателя и объекта управления. В неустановившемся режиме движения (при разгоне или торможении) вращающий момент электродвигателя M_d состоит из момента статического сопротивления M_{ct} , соответствующего установившемуся режиму, и динамического (избыточного) момента M_{uz} , обусловленного инерцией неравномерно движущихся масс [7]. При разгоне или торможении угловое ускорение принимают постоянным [7]: в этом случае, при равноускоренном или равнозамедленном вращательном движении, избыточный момент подчиняется известной зависимости

$$M_{uz} = J_u \frac{d\omega_p}{dt} = J_u \frac{\omega_p}{t_{rz}}, \tag{31}$$

где t_{rz} — время разгона.

После разгона ($t > t_{rz}$) процесс стабилизируется, когда $M_{uz} = 0$, $M_d = M_{ct}$ и ($\omega_p = \text{const}$). В этом случае, разделив правую и левую части уравнения (18) на ξ_o , получим

$$\omega_p = q_1 M_d - q_2 f_n - q_3 R_o, \tag{32}$$

где $q_1 = 1/\xi_o$, $q_2 = \frac{\rho \rho_p}{\xi_o \rho_n}$, $q_3 = \frac{k_t \rho_p}{\xi_o \rho_n}$ — коэффициенты передачи.

Учитывая (29) и (30), из (19) получим функциональную зависимость множителя $\xi_o(t)$:

$$\begin{aligned} \xi_o(t) = & \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} \right)^3 \left[2y_n \pi H a \omega_p \left(a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p t + \rho_0 \right)^3 \right] + \\ & + J_b \left(\frac{\rho_p}{\rho_n \rho_b} \right)^2 2 \left(a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p t + \rho_0 \right) \left(a \frac{\rho_p}{\rho_n} \omega_p \right) + h_n \frac{\rho_p}{\rho_n} + h_b \frac{\rho}{\rho_b} \frac{\rho_p}{\rho_n}. \end{aligned} \tag{33}$$

Изменение состояния объекта управления с течением времени в данном случае характеризуется изменением коэффициентов передачи (рис. 2).

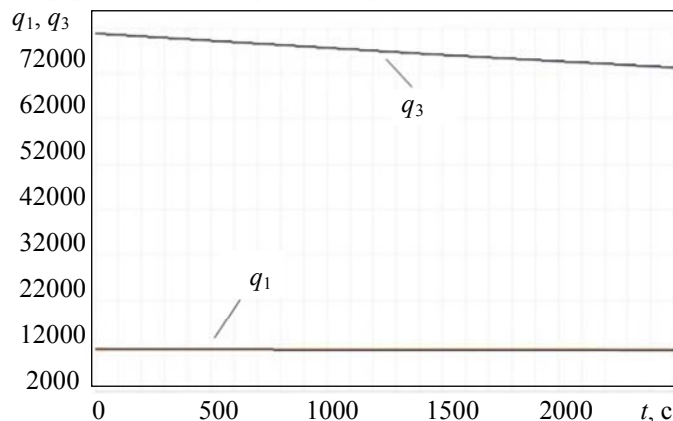


Рис. 2

Рассматривая полученные зависимости, следует отметить, что за время наматывания коэффициенты передачи меняются незначительно. В данном случае моделью рассматриваемого

объекта управления является апериодическое звено первого порядка (18). Максимальная длительность переходных процессов для таких звеньев не превышает четырехкратного значения постоянной времени [8]: в частности, в (18) — J_u / ξ_o . Относительные изменения постоянной времени и коэффициентов передачи за время переходного процесса не превышают 2 %. Как известно [8], объект управления можно считать квазистационарным, если за время переходного процесса изменения коэффициентов дифференциального уравнения незначительны.

Процесс управления поступательным движением укатывающего валика. Проанализируем поступательное движение укатывающего валика в случае генерации соответствующего импульса от блока управления. Получим дифференциальное уравнение для определения параметрической передаточной функции объекта, связывающей линейное перемещение x_b укатывающего валика с усилием Q_x . Из (2) и (5) имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_b} = m_b \dot{x}_b, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_b} \right) = m_b \ddot{x}_b. \quad (34)$$

При возможном перемещении δx_b :

$$\delta A_x = Q_n \delta x_b - f_c \delta x_b - \Psi_n \delta x_b, \quad (35)$$

где Q_n — сила, прикладываемая к укатывающему валику для обеспечения его поступательного движения; f_c — сила сопротивления движению укатывающего валика вдоль оси X (рис. 1); Ψ_n — сила прижима укатывающего валика к намотанным на оправку нитям.

В (35) допускаем, что сила прижима Ψ_n компенсируется силой упругости намотки (ее пропорциональной составляющей, описываемой законом Гука), кроме того, предполагаем, что сила сопротивления f_c пропорциональна скорости линейного перемещения \dot{x}_b ($f_c = p_v \dot{x}_b$, p_v — коэффициент пропорциональности), тогда

$$\delta A_x = Q_n \delta x_b - f_c \delta x_b - k_n x_b \delta x_b, \quad (36)$$

где k_n — коэффициент жесткости намотки.

В результате из (2) с учетом (34) и (36) имеем:

$$m_b \ddot{x}_b + p_v \dot{x}_b + k_n x_b = Q_n. \quad (37)$$

Приведем уравнение (37) к виду

$$\frac{m_b}{k_n} \ddot{x}_b + \frac{p_v}{k_n} \dot{x}_b + x_b = \frac{1}{k_n} Q_n. \quad (38)$$

Из (38) определим передаточную функцию объекта

$$W_b(p) = \frac{x_b(p)}{Q_n(p)} = \frac{1}{k_n \left(\frac{m_b}{k_n} p^2 + \frac{p_v}{k_n} p + 1 \right)} = \frac{\eta}{(\tau^2 p^2 + 2d\tau p + 1)}, \quad (39)$$

где τ — постоянная времени управляющего звена ($\tau = \sqrt{\frac{m_b}{k_n}}$); $\eta = \frac{1}{k_n}$, d — коэффициент демпфирования ($d = \frac{p_v}{2\sqrt{m_b k_n}}$).

Передаточную функцию всего звена управления, включающего в себя импульсный блок, генерирующий командные импульсы для механизма отвода укатывающего валика, можно определить следующим выражением [9]:

$$W_p(z) = Z \{ W_{\text{пнч}}(p) \}, \quad (40)$$

где $Z\{\}$ — символ z -преобразования, $W_{\text{пнч}}(p)$ — передаточная функция приведенной непрерывной части:

$$W_{\text{пнч}}(p) = W_{fe}(p) W_b(p), \tag{41}$$

где $W_{fe}(p)$ — передаточная функция импульсного блока.

Импульсный блок формирует прямоугольные импульсы длительностью τ_n с периодом следования S_v . Его передаточная функция описывается выражением [9]:

$$W_{fe}(p) = \frac{k_{ue}(1 - e^{-\tau_n p})}{p}, \tag{42}$$

где k_{ue} — коэффициент передачи импульсного блока.

С помощью (40) определяется переходная функция управляющего звена, характеризующая его динамические свойства и отображающая реакцию звена на единичное ступенчатое воздействие, до приложения которого звено находилось в покое. Для получения указанной функции дискретная передаточная функция $W_p(z)$ экстраполируется непрерывной передаточной функцией

$$W_p(p) = \frac{\Phi_p(p)}{Q_p(p)}. \tag{43}$$

Переходная функция управляющего звена $\Phi_{p1}(p)$ в операторном виде определяется так:

$$\Phi_{p1}(p) = \frac{1}{p} W_p(p). \tag{44}$$

Переходные функции управляющего звена при $k_n = 6,78 \cdot 10^{10}$ Н/м, $m_b = 0,38$ кг представлены на рис. 3 (кривая 1 — $p_v = 0,03$, 2 — 0,12, 3 — 0,96 Нс/м). Полученные результаты позволяют определить управляющее звено как колебательное второго порядка. Его настройка, без серьезных конструктивных изменений, осуществляется путем изменения коэффициента демпфирования [10, 11]. В частности, при возрастании указанного коэффициента, за счет увеличения коэффициента пропорциональности p_v , снижается амплитуда колебаний переходной функции при затухании (см. рис. 3).

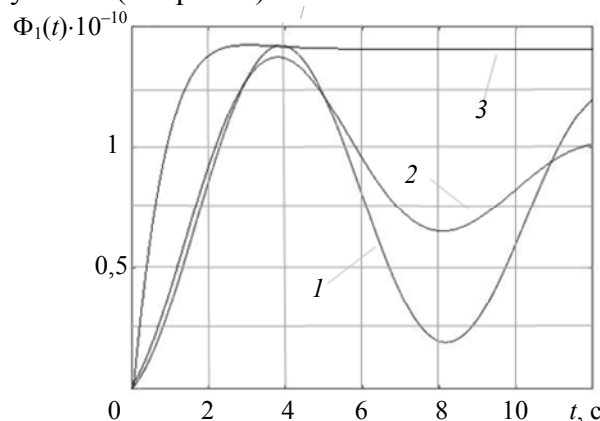


Рис. 3

Заключение. Полученные уравнения являются основой для создания системы управления, где в качестве управляющего параметра используются угловая скорость оправки и величина приращения радиуса намотки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kutin A., Musalimov V. Winding density regulation in the composite shell manufacture // Proc. of the 2019 IEEE Intern. Conf. on Mechatronics, ICM 2019. 2019. P. 332—336.
2. Рябов В. Г., Азметов Х. Х., Макаров Д. А. Элементы аналитической механики. Уравнения Лагранжа II рода и примеры решения задач. М.: Московский государственный технический университет „МАМИ“, 2011. 76 с.
3. Раус Э. Динамика системы твердых тел / Под ред. Ю. А. Архангельского и В. Г. Демина. М.: Наука, 1983. Т. 1. 464 с.
4. Мусалимов В. М., Сергушин П. А. Аналитическая механика. Уравнение Лагранжа второго рода. Свободные колебания. СПб: СПбГУ ИТМО, 2007. 53 с.
5. Овчинников В. В. Прикладная механика: учебное пособие. М.: Академия ГПС МЧС России, 2014. 308 с.
6. Суслов Г. К. Теоретическая механика. М.: Гостехиздат, 1971. 236 с.
7. Эльяш Н. Н. Динамика транспортных и технологических машин. Екатеринбург: Российский государственный профессионально-педагогический университет, 2016. 52 с.
8. Гайдук А. Р. Непрерывные и дискретные динамические системы. М.: Учебная литература, 2004. 252 с.
9. Гайдук А. Р., Беляев В. Е., Пьявченко Т. А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с MATLAB. СПб: Лань, 2017. 464 с.
10. Глазырин Г. В. Теория автоматического регулирования. Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2017. 168 с.
11. Теория автоматического управления. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. А. А. Воронова. М.: Высш. шк., 1977. 303 с.

Сведения об авторах

- Алексей Юрьевич Кутын** — канд. техн. наук, доцент; СК „Медэкспресс“; ведущий программист; E-mail: kutin_alex@mail.ru
- Виктор Михайлович Мусалимов** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: musvm@ya.ru
- Михаил Сергеевич Малов** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: michaelmalov21@gmail

Поступила в редакцию 10.03.22; одобрена после рецензирования 17.03.22; принята к публикации 25.04.22.

REFERENCES

1. Kutin A., Musalimov V. *Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2019*, 2019. pp. 332–336.
2. Ryabov V.G., Azmetov H.X., Makarov D.A. *Elementy analiticheskoy mekhaniki. Uravneniya Lagranzha II roda i primery resheniya zadach* (Elements of Analytical Mechanics. Lagrange Equations of the Second Kind and Examples of Problem Solving), Moscow, 2011, 76 p. (in Russ.)
3. Routh E.J. *Dynamics of a system of rigid bodies*, London, 1877.
4. Musalimov V.M., Sergushin P.A. *Analiticheskaya mekhanika. Uravneniye Lagranzha vtorogo roda. Svobodnyye kolebaniya* (Analytical Mechanics. The Lagrange Equation of the Second Kind. Free Vibrations), St. Petersburg, 2007, 53 p. (in Russ.)
5. Ovchinnikov V.V. *Prikladnaya mekhanika* (Applied Mechanics), Moscow, 2014, 308 p. (in Russ.)
6. Suslov G.K. *Teoreticheskaya mekhanika* (Theoretical Mechanics), Moscow, 1971, 236 p. (in Russ.)
7. Elyash N.N. *Dinamika transportnykh i tekhnologicheskikh mashin* (Dynamics of Transport and Technological Machines), Yekaterinburg, 2016, 52 p. (in Russ.)
8. Gaiduk A.R. *Nepreryvnyye i diskretnyye dinamicheskiye sistemy* (Continuous and Discrete Dynamical Systems), Moscow, 2004, 252 p. (in Russ.)
9. Gaiduk A.R., Belyaev V.E., Piyavchenko T.A. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya v primerakh i zadachakh s MATLAB* (Automatic Control Theory in Examples and Tasks with MATLAB), St. Petersburg, 2017, 464 p. (in Russ.)
10. Glazyrin G.V. *Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of Automatic Control), Novosibirsk, 2017, 168 p. (in Russ.)
11. Voronov A.A., ed., *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Chast' 1: Teoriya lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Automatic Control. Part 1: Theory of Linear Automatic Control Systems), Moscow, 1977, 303 p. (in Russ.)

Data on authors

- Aleksey Yu. Kutin** — PhD, Associate Professor; Medexpress Insurance JSC; Leading Programmer;
E-mail: kutin_alex@mail.ru
- Victor M. Musalimov** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: musvm@ya.ru
- Mikhail S. Malov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;
E-mail: michaelmalov21@gmail

Received 10.03.22; approved after reviewing 17.03.22; accepted for publication 25.04.22.