

---

---

# ДИАГНОСТИКА И ТОЧНОСТЬ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

---

---

УДК 921.01

Л. В. ЕФРЕМОВ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕНДОВ ПОГРЕШНОСТИ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

Рассматриваются методы построения трендов погрешности диагностических приборов по результатам циклических испытаний с целью прогнозирования сроков их метрологической поверки. Предложенный метод можно положить в основу стандартов для тестирования качества приборов.

*Ключевые слова:* вероятность, деградация, погрешность, прибор, циклы, тренд, корреляция.

Вероятностная модель типа „Тренд“, рассмотренная в работе автора [см. лит.] и описывающая изменения состояния прибора, позволяет оценивать гамма-процентные ресурсы машин на основе их периодического диагностирования с учетом дисперсии измеряемого параметра. Дальнейшие исследования этой модели были связаны с обоснованием методики нормирования сроков службы диагностических приборов между их метрологическими поверками и калибровками.

Эта методика имеет следующие особенности. *Первая особенность* заключается в том, что при испытаниях (лабораторных или эксплуатационных) в качестве независимого вектора  $X$  используется наработка не в единицах времени, а в циклах работы прибора. Отметим, что под термином „цикл“ понимается некоторый период воздействия на объект (прибор), в течение которого происходит ощутимая деградация зависимого признака  $Y$  (например, погрешности измерений). В общем случае любой объект (не только приборы) при использовании подвергается сложному спектру случайных периодических воздействий. При этом в зависимости от принципа действия прибора для его тестирования следует выбирать те спектральные составляющие воздействий, которые играют основную роль в деградации показателя качества прибора. Если, например, на ухудшение состояния прибора наибольшее влияние оказывают природные факторы в течение некоторого календарного времени, то за цикл принимается низкочастотный фактор — единица времени эксплуатации (сутки, неделя, месяц и др.). В этом случае испытания могут продолжаться в течение длительного периода (от нескольких недель до нескольких лет). Для ускорения испытаний можно увеличивать амплитуду и частоту нагрузки, но при этом необходимо исследовать масштабный фактор для пересчета времени испытаний на время эксплуатации.

Меньшее количество времени и средств требуется затратить на испытания, если причинами деградации являются нагрузки при тестировании (включении/выключении) прибора. Тогда под циклом можно понимать высокочастотную составляющую спектра, когда независимым вектором является число тестов, а функцию зависимого вектора  $Y$  выполняет диагностический параметр прибора — его погрешность.

Возможен и смешанный тип цикла, если деградация зависит как от частоты тестирования, так и от продолжительности эксплуатации (возраста) прибора.

В настоящей статье предлагаемая методика показана на примере лабораторных циклических испытаний образцов подобных приборов при различных сценариях тестирования.

*Вторая особенность* данной методики заключается в возможности выполнения испытаний на ограниченной по объему выборке образцов (2—5 шт.) при заданной частоте изменения нагрузки с периодическими измерениями через заданное число циклов. При необходимости в программу испытаний могут быть включены длительные (например, недельные) периоды „отдыха“ образцов для проверки фактора необратимости их старения. При этом все точки (результаты) измерений заносятся в протокол испытаний без их предварительного анализа и осреднения. Это позволяет за короткий период времени получить большой объем выборки измерений, развернутой по числу циклов. Результаты испытаний образцов прибора графически представлены на рис. 1, где 1 — опытные точки, 2 — средняя погрешность,  $Y_{п.д}$  — линии предельно допустимой погрешности.

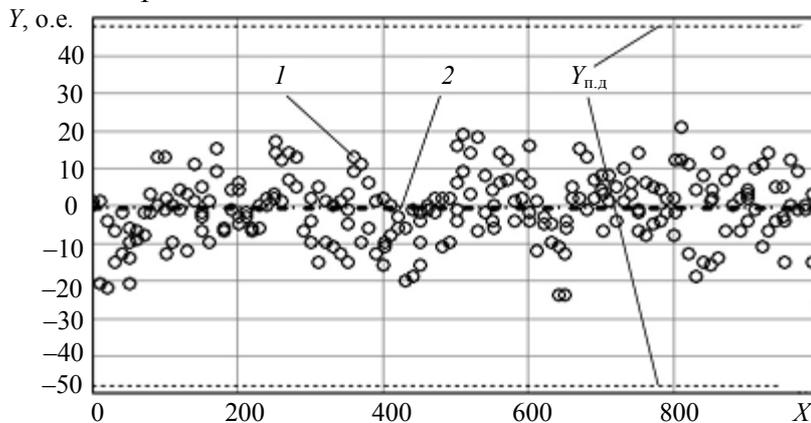


Рис. 1

*Третья особенность* методики состоит в том, что полученный таким способом разброс („туман“) точек (см. рис. 1) образует тренд погрешности  $Y$  в зависимости от числа циклов  $X$ . Вид этого тренда характеризуется коэффициентом корреляции  $R_{xy}$ , коэффициентом направления тренда  $S_n$  (+1 или -1 в зависимости от знака  $R_{xy}$ ) и параметрами  $A$  и  $B$  линейного корреляционного уравнения, которые определяются известным методом наименьших квадратов [1]:

$$Y(X) = A + BX. \tag{1}$$

Уравнение (1) позволяет построить среднюю линию тренда (рис. 2, линия 2''), которая проходит через поле опытных точек 1.

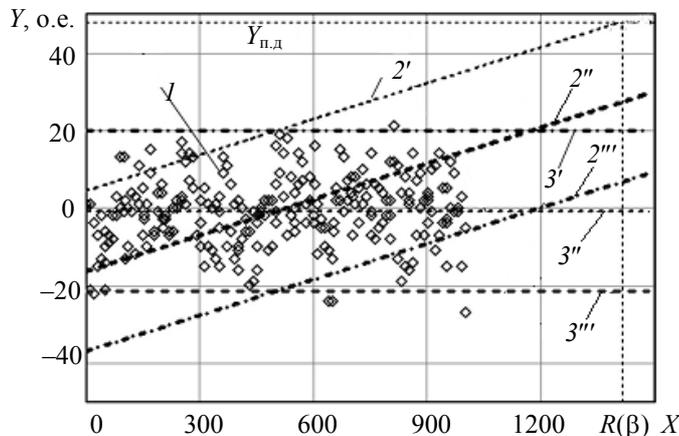


Рис. 2

Оценка параметров  $A$  и  $B$  выполняется после расчета средних значений  $X_s$  и  $Y_s$ , а также их коэффициентов вариации  $V_{ax}$  и  $V_{ay}$  для векторов  $X$  и  $Y$  по формулам

$$A = Y_s - BX_s; \quad B = K_n \sqrt{\frac{V_{ay}}{V_{ax}}},$$

где  $K_n = S_n$  — для обратимых уравнений регрессии,  $K_n = R_{xy}$  — для необратимых.

*Четвертая особенность* заключается в том, что кроме средней линии, построенной по формуле (1), тренд имеет верхнюю 2' и нижнюю 2''' граничные линии (см. рис. 2). Эти линии строятся по формуле

$$Y(X, \beta) = Y(X) \pm Z(\beta) \sigma_y = A + BX \pm Z(\beta) \sigma_y \quad (2)$$

с учетом среднеквадратического отклонения  $\sigma_y$  зависимого вектора  $Y$  и некоторого запаса надежности  $Z(\beta)$ , представляющего собой квантиль нормального распределения для заданной вероятности  $\beta$  невыхода погрешности за границы тренда.

Формула для среднеквадратического отклонения  $\sigma_y$  имеет вид

$$\sigma_y = \sqrt{(1 - K_{xy}^2) V_{ay}}.$$

Пространство на графике (см. рис. 2) между верхней и нижней линиями названо коридором тренда. В него попадает большинство экспериментальных точек при заданной вероятности  $\beta$ . Для обеспечения гарантированной надежности исследуемого прибора рекомендуется принимать  $\beta \geq 0,99$ , что соответствует  $Z(\beta) \geq 2,236$ . Эта особенность тренда обусловлена применением линейной корреляции и нормального закона распределения для оценки границ тренда. Корректность этой гипотезы заключается в том, что исследуемые погрешности диагностических приборов в принципе не должны иметь больших дисперсий. При обычной эксплуатации прибора его предельно допустимая погрешность  $Y_{п.д}$  может составлять  $\pm 10\%$ , а при испытаниях исследуемые погрешности должны быть еще меньше. Поскольку в этих условиях „правило трех сигм“ соблюдается с большим запасом [см. лит.], то данную задачу и допустимо решать на основе нормального закона распределения с применением метода наименьших квадратов.

*Пятая особенность* вытекает из предыдущей и заключается во введении специальной классификации исследуемых трендов. По аналогии с теорией финансовых трендов их можно различать по наклону коридора тренда. При этом учитывается знак и величина коэффициента корреляции. Восходящий „бычий“ тренд назван положительным (при  $R_{xy} \geq 0,15$ ), нисходящий „медвежий“ тренд — отрицательным (при  $R_{xy} \leq -0,15$ ). Кроме указанных наклонных трендов, широкое применение имеет боковой (плоский) тренд „flat“, который назван нулевым, поскольку коэффициент корреляции в этом случае близок или равен нулю ( $0,15 > R_{xy} > -0,15$ ), а сам тренд представлен на графике горизонтальными линиями без наклона (см. рис. 2, линии 3'—3'''). Эти линии строятся по формуле

$$Y(X_s, \beta) = Y_s \pm Z(\beta) \sigma_y.$$

Основной задачей построения трендов является обоснование нормативного срока поверки  $T_p$  прибора (например, 6 или 12 мес.) исходя из условия обеспечения высокой вероятности его безотказной работы в течение этого срока. При устойчивых наклонных трендах задача решается по уравнению (2) относительно наработки  $X$  (циклы) или запаса надежности  $Z(\beta)$  для следующих исходных данных: предельно допустимая погрешность  $Y_{п.д}$ , вероятность  $\beta$  и средняя частота  $F_r$  использования прибора при эксплуатации (цикл/сутки). С учетом коэффициента направления тренда  $S_n$  (+1 или -1) из уравнения (2) вытекают следующие искомые выражения для расчета и оценки бета-процентного ресурса  $R(\beta)$  или запаса надежности  $z(X)$  при  $R = T_p F_r$ :

$$R(\beta) = (Y_{п.д} - A - S_n Z(\beta) \sigma_y) / B \geq R; \quad (3)$$

$$z(X) = (Y_{п.д} - A - XB) / (S_n \sigma_y), \quad (4)$$

$$z(R) = (Y_{п.д} - A - RB) / (S_n \sigma_y) \geq Z(\beta). \quad (5)$$

Приведенные алгоритмы образуют первый (классический) метод моделирования тренда погрешности. В процессе его разработки было установлено, что при малых коэффициентах корреляции ( $|R_{xy}| < 0,3$ ) или при относительно непродолжительных лабораторных испытаниях не всегда можно обеспечить требуемую и устойчивую достоверность оценок с помощью наклонных трендов. Зачастую в таких случаях больше доверия вызывают нулевые тренды, когда за весь период испытаний почти все экспериментальные точки располагаются в горизонтальном коридоре (см. рис. 2), хотя по формальному расчету методом наименьших квадратов тренд является наклонным. Но при переходе к нулевым трендам возникает естественный вопрос о способе оценки срока поверки, поскольку формула (3) дает величину  $R(\beta) \rightarrow \infty$ , ибо показатель  $B \rightarrow 0$  (так как  $R_{xy} \rightarrow 0$ ).

Решение этой проблемы удалось найти исходя из гипотезы о том, что при измерении независимого вектора  $X$  в циклах вероятность превышения предельно допустимой погрешности  $\varphi = 1 - \gamma(X)$  представляет собой интенсивность отказов  $\lambda(X)$ . Ее можно выразить через квантиль  $z(X)$  следующим образом:

$$\lambda(X) = 1 - \text{cnorm}(z(X)) = 1 - \text{cnorm}\left[|Y_{п.д}| - |A + XB| / \sigma_y\right],$$

где  $\text{cnorm}(z)$  — стандартный оператор нормированной функции распределения для квантиля  $z$  (в терминах редактора MathCad).

Если теперь применить классический интеграл надежности, то в общем случае накопленная вероятность  $\gamma(X)$  за время  $X$  в циклах преобразуется в функцию

$$\gamma(X) = \exp\left(-\int_0^X \lambda(X) dX\right) = \exp\left(-\int_0^X (1 - \text{cnorm}(z(X))) dX\right). \quad (6)$$

Функция (6) представляет собой новое теоретическое распределение с неопознанным пока названием, которая позволяет рассчитать накопленную вероятность  $\gamma(X)$  при  $R = T_p F_r$ . Если будет задана допустимая вероятность  $\gamma_d$  (например,  $\gamma_d = 0,95$ ), то нормативный срок поверки прибора  $T_p$  будет обоснованным при условии

$$\gamma(R) \geq \gamma_d. \quad (7)$$

Таким образом, сформулирован второй метод обоснования нормативного срока поверки для наклонных трендов наряду с методом, полученным по формулам (3) и (4). При определенных сочетаниях вероятностей  $\gamma_d$  и  $\beta$  оба метода дают близкие результаты, что связано с особенностями функции распределения (6). Эти особенности подробно изучены, но здесь не рассматриваются, поскольку имеют второстепенное значение по сравнению с тем очевидным фактом, что такой подход позволяет решить поставленную задачу и для нулевого тренда, для которого

$$\lambda(X) = \lambda(X_s) = 1 - \text{cnorm}\left(\left(|Y_{п.д}| - |Y_s|\right) / \sigma_y\right) = \text{const}.$$

Это значит, что при нулевом тренде функция (6) преобразуется в функцию экспоненциального распределения с постоянным параметром  $\lambda = \lambda(X_s)$ :

$$\gamma(X) = \exp\left(-\int_0^X \lambda dX\right) = \exp(-\lambda X) = \exp\left(-\left(1 - \text{cnorm}\left(\frac{|Y_{п.д}| - |Y_s|}{\sigma_y}\right)\right) X\right).$$

В этом случае имеется возможность не только проверить условие (7), но и непосредственно рассчитать гамма-процентный ресурс по формуле

$$R(\gamma) = \ln(1/\gamma)/\lambda(X_s) = \ln(1/\gamma) / \left[ 1 - \text{snorm} \left( \left( |Y_{\text{п.д}}| - |Y_s| \right) / \sigma_y \right) \right].$$

Тогда нормативный срок поверки прибора  $T_p$  будет обоснованным при условии

$$R(\gamma) \geq R = F_r T_p.$$

Полученные зависимости позволяют перейти к третьему методу тестирования диагностических приборов. После накопления достаточного числа циклов испытаний определяется запас надежности по формуле

$$z(X_s) = \left( |Y_{\text{п.д}}| - |Y_s| \right) / \sigma_y.$$

Затем эту величину следует сравнить с нормой  $Z(\gamma, R)$ , которую можно рассчитать для требуемых значений вероятности  $\gamma_d$  по следующей формуле для нормированного квантиля (в терминах редактора MathCad)  $\text{qnorm}(\beta, 0, 1)$ :

$$Z(\gamma, R) = \text{qnorm} \left[ \left( 1 - \ln(1/\gamma) / R \right), 0, 1 \right].$$

Например, при  $\gamma_d = 0,95$  и  $R = 10\,000$  циклов имеем  $Z(\gamma, R) = 4,389$ . Если фактический запас надежности составит  $z(X_s) = 5,5$ , то качество прибора можно признать приемлемым, поскольку соблюдается условие

$$z(X_s) \geq Z(\gamma, R).$$

Опыт применения третьего метода показал, что в процессе испытаний можно уменьшить показатель  $z(X_s)$ , если весь период испытаний разбить на этапы (не менее четырех). Это можно проверить по корреляционной функции  $z(X_s)$  для двух типов приборов, график которой приведен на рис. 3: здесь кривыми 1 и 2 представлена корреляционная функция для приборов стабильного и нестабильного качества соответственно, 3 — линия допустимого запаса надежности.

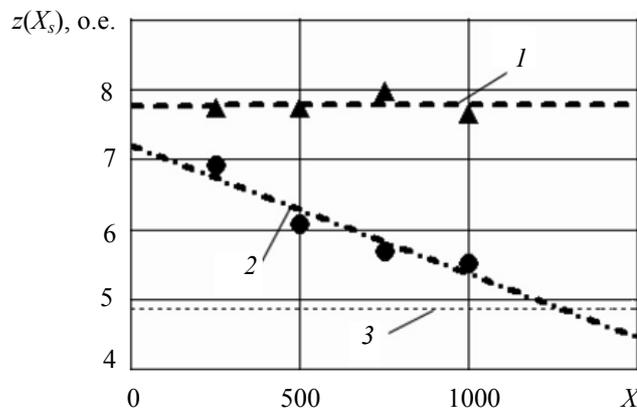


Рис. 3

Как показано на рис. 3, стабильное высокое значение  $z(X_s)$  по циклам характеризует высокое качество прибора, а снижение этого показателя свидетельствует об обратном свойстве. На этом базируется четвертый метод обоснования срока поверки прибора по наклонному тренду изменения  $z(X_s)$  до нормы  $Z(\gamma, R)$ .

Применение предложенных методов зависит от вида тренда погрешности. Так, при высоком коэффициенте корреляции зависимости погрешности прибора от времени эксплуатации целесообразно применять первый метод. При этом для ускорения испытаний рекомендуется вводить высокочастотное тестирование с прерыванием работы образцов приборов.

Для приборов с нулевыми трендами (при малых коэффициентах корреляции) хорошие результаты дают третий и четвертый методы. Следует иметь в виду, что качество приборов снижается, а следовательно, и интервалы между их поверками, как правило, уменьшаются с

возрастом изделий. Поэтому наряду с рассмотренной проблемой актуальным является диагностирование приборов перед очередными калибровками. Алгоритмы и программное обеспечение всех рассмотренных расчетных процедур автором разработаны с применением пакетов программ MathCad и Excel и апробированы.

#### ЛИТЕРАТУРА

*Ефремов Л. В.* Практика вероятностного анализа надежности техники с применением компьютерных технологий. СПб: Наука, 2008.

**Леонид Владимирович Ефремов** — **Сведения об авторе**  
д-р техн. наук, профессор; Петербургский институт машиностроения,  
кафедра триботехники; E-mail: levlefr@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
мехатроники СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию  
15.06.09 г.