УДК 621(397)

Е. В. ЗАЙЦЕВА

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ КРУЖКА РАССЕЯНИЯ БЕЗАБЕРРАЦИОННОГО ОБЪЕКТИВА

Рассматриваются различные виды аппроксимации выражения распределения яркости в кружке рассеяния безаберрационного объектива, а также определены контраст и контрастность для каждого вида. Построены зависимости абсолютной погрешности аппроксимации.

Ключевые слова: *объектив, кружок рассеяния, яркость, контрастность.*

Теоретически предельное разрешаемое расстояние между двумя точками для идеального (безаберрационного) объектива определяется по закону Рэлея диаметром D входного зрачка объектива, его фокусным расстоянием f' и длиной волны излучения λ [1]. Это расстояние определяется из аналитического выражения радиального (r) распределения яркости в кружке рассеяния такого объектива [2—4]:

$$h(x)=\left[\frac{2J_1(\pi x)}{\pi x}\right]^2, \tag{1}$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя 1-го порядка, $x=r/r_0$, $r_0=\lambda f'/D=\lambda F$ (здесь $F=D/f'$ — диафрагменное число объектива), и получается равным $r_{01}\approx 1,22r_0=1,22\lambda F$. При таком расстоянии максимальная яркость излучения одной точки совпадает с первым минимумом распределения яркости второй (соседней) точки.

Зависимость (1) графически изображена на рис. 1. Следует отметить, что первый минимум имеет место при $x=x_{\min 1}=1,220$, второй — при $x=x_{\min 2}=2,233$, третий — при $x=x_{\min 3}=3,238$; первый максимум — при $x=x_{\max 1}=1,635$, второй — при $x=x_{\max 2}=2,679$, третий — при $x=x_{\max 3}=3,699$.

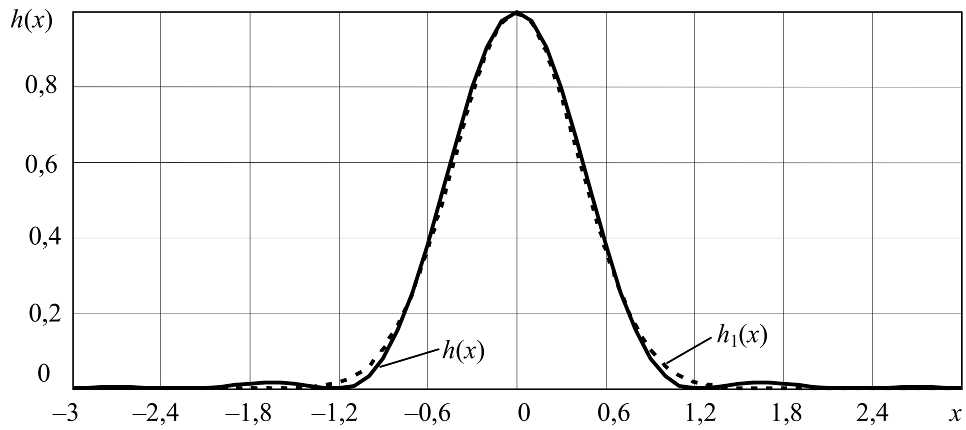

Рис. 1

При $r_{01}\approx 1,22r_0$ суммарная яркость (H) излучения двух точек с учетом выражения (1) характеризуется графиком, приведенным на рис. 2, *а*; их контрастность (разностный контраст) $K_0=(L_1-L_2)/L_1\approx 0,265$, где L_1, L_2 — максимальное и минимальное значение суммарной яркости соответственно; контраст (определяемый в соответствии с рекомендациями

Международной комиссии по освещенности как глубина модуляции яркости) равен $K=\left(L_1-L_2\right)/\left(L_1+L_2\right)\approx 0{,}153$, поскольку $K=K_0/(2-K_0)$.

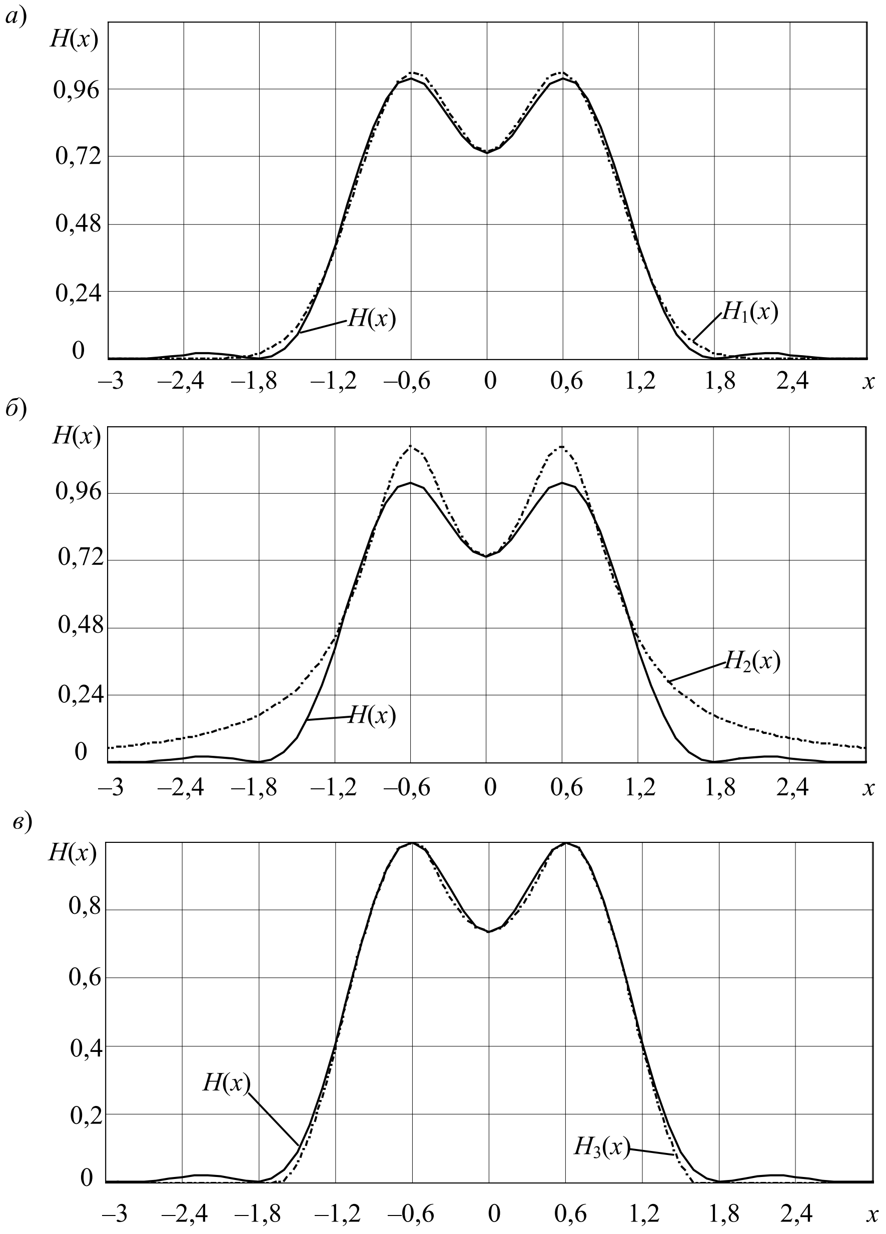

Рис. 2

Для упрощения расчетов в работе [5] (с учетом [3, 4]) было предложено выражение (1) аппроксимировать гауссоидой (см. рис. 1 — пунктирная кривая)

$$h_1(x)=\exp\left[-\left(\frac{x}{0{,}61}\right)^2\right], \tag{2}$$

радиус которой на уровне $1/e$ составляет $x_e=0{,}61$, т.е. $r_e=0{,}61r_0=0{,}5r_{01}$. Выражение (2) получено при условии равенства радиусов и условии пересечения гауссоиды и кривой на уровне $1/e$.

Определим значение отношения $x_e=r_e/r_0$ из условия равенства площадей под кривыми, описываемыми выражениями (1) и (2), т.е. из условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\left(\frac{x}{x_e}\right)^2\right]dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{2J_1(\pi x)}{\pi x}\right)^2 dx\,.$$

При пределах интегрирования, отличных от бесконечности, величина отношения $x_e = r_e / r_0$ несколько изменяется (см. табл. 1).

Таблица 1

Пределы интегрирования	x_e	K_0	K
(–1,22;+1,22)	0,598	0,305	0,180
(–2,233; +2,233)	0,605	0,289	0,169
(–3,238; +3,238)	0,608	0,283	0,165
(–∞; +∞)	0,610	0,279	0,162

Рассчитаем относительную погрешность определения контраста δK по следующей формуле:

$$\delta K = \frac{K_{\text{Б}} - K_{\text{а}}}{K_{\text{Б}}},$$

где $K_{\text{Б}}$ — контраст, определенный с помощью функции Бесселя; $K_{\text{а}}$ — контраст, определенный с помощью аппроксимирующей функции.

Как следует из табл. 1, чем больше пределы интегрирования, тем меньше относительная погрешность определения контраста: при пределах (–q; +q) она составляет –22,2 %, а при пределах $(-\infty; +\infty)$ равна –5,9 %.

Два других способа аппроксимации выражения (1) рассмотрены в работе [6]. Так, выражение (1) можно аппроксимировать и „колокольной“ функцией [1]

$$h_2(x) = \frac{1}{1+(bx)^2}. \tag{3}$$

Расчеты показывают, что при $x = -1,22 \ldots +1,22$ и равенстве условных радиусов эта функция имеет вид, представленный пунктирной линией на рис. 3, *а*, коэффициент b=2,150.

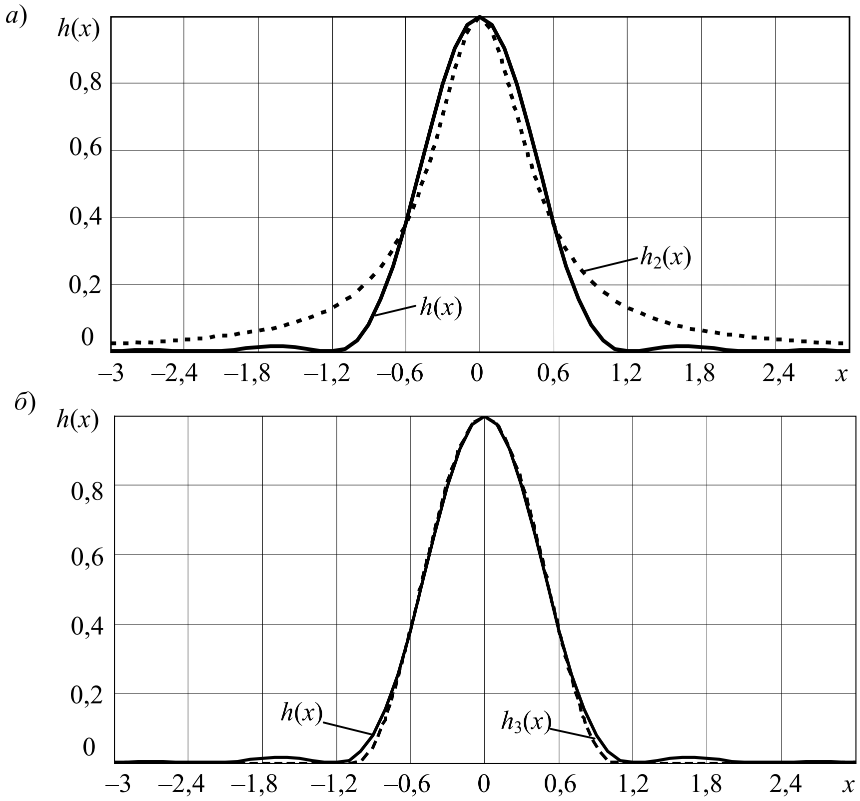

Рис. 3

Из условия равенства площадей под кривыми, описываемыми выражениями (1) и (3), т.е. из условия

$$\int_{-1,22}^{1,22} \frac{1}{1+(bx)^2} dx = \int_{-1,22}^{1,22} \left(\frac{2J_1(\pi x)}{\pi x} \right)^2 dx$$

коэффициент b получается равным 2,338.

Для аппроксимации выражения (1) в пределах $x = -1,22 \ldots +1,22$ можно использовать и „косинус-квадратную“ функцию [1] (рис. 3, *б*)

$$h_3(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{2a} x \right), \tag{4}$$

откуда при выполнении условия $x_e = r_e / r_0 = 0,61$ получаем коэффициент a=1,042, а при выполнении условия равенства площадей под кривыми, описываемыми выражениями (1) и (4), — коэффициент –a=1,047.

Функция $h_3(x)$ имеет периодический характер, поэтому при ее расчете следует ограничиться пределами (–1,22; 1,22).

Зависимость значений K_0 и K от видов аппроксимации представлена в табл. 2.

Таблица 2

Вид аппроксимации	K_0	K
„Колокольная“:		
равенство радиусов	0,315	0,187
равенство площадей	0,348	0,210
„Косинус-квадратная“:		
равенство радиусов	0,265	0,153
равенство площадей	0,309	0,183

Анализ таблицы показывает, что контраст при „косинус-квадратной“ аппроксимации при равенстве условных радиусов имеет наилучшее совпадение с контрастом, полученным из выражения (1). Максимальная относительная погрешность наблюдается при „колокольной“ аппроксимации при равенстве площадей и составляет 37,3 %.

Для сравнения рассмотренных видов аппроксимации построены зависимости абсолютной погрешности аппроксимации от x (рис. 4).

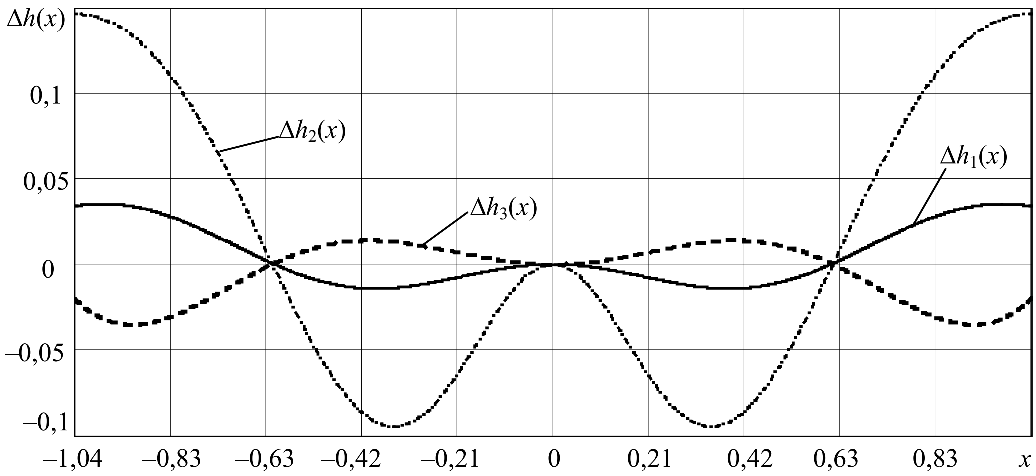

Рис. 4

При аппроксимации выражения (1) контраст и контрастность имеют важное значение, поэтому целесообразно вычислить коэффициенты для аппроксимации гауссоидальной и „колокольной“ функциями при условии равенства контрастности и контраста. Выражения (2) и (3) в этом случае соответственно приобретают вид

$$h_1(x) = \exp\left[-\left(\frac{x}{0,616}\right)^2\right], \quad h_2(x) = \frac{1}{1+(1,908x)^2}.$$

Коэффициент *a* в выражении (4) одинаков при равенстве контраста и равенстве условных радиусов.

На рис. 2, *а—в* приведены графики рассмотренных кривых.

Три представленных способа аппроксимации могут быть использованы для упрощения расчетов. Вид аппроксимации необходимо выбирать в зависимости от поставленной задачи, допустимых абсолютной и относительной погрешностей, параметров телевизионной системы. Исходя из этих же критериев следует рассчитывать и коэффициенты каждой аппроксимирующей функции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рыфтин Я. А.* Телевизионная система. М.: Сов. радио, 1967. 271 с.

2. *Castelman K. R.* Digital Image Processing. New Jersey: Prentice, 1996. P. 368

3. *Мирошников М. М.* Теоретические основы оптико-электронных приборов. Л.: Машиностроение, 1977. 592 с.

4. *Порфирьев Л. Ф.* Основы теории преобразования сигналов в оптико-электронных системах. Л.: Машиностроение, 1989. 383 с.

5. *Пустынский И. Н., Кирпиченко Ю. Р.* К оценке чувствительности и разрешающей способности телевизионных датчиков // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 11. С. 5—9.

6. *Зайцева Е. В.* Оценка погрешности аппроксимации гауссоидой распределения яркости в кружке рассеяния объектива // Докл. (материалы) 14-й Междунар. науч.-практ. конф. „Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири", 6—8 окт. 2008. Томск, 2008 г. С. 93—96.

Сведения об авторе

Екатерина Викторовна Зайцева — аспирант; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, кафедра телевидения и управления;
E-mail: katya@tu.tusur.ru

Рекомендована кафедрой
телевидения и управления

Поступила в редакцию
14.04.10 г.