

А. П. Смирнов, С. М. Латыев

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СБОРКИ МИКРООБЪЕКТИВОВ

Приведен вывод соотношений, положенных в основу алгоритма автоматической сборки микрообъективов с учетом технологических погрешностей их компонентов.

**Ключевые слова:** микрообъектив, сборка, автоматизация, модель.

Алгоритм автоматической сборки микрообъективов базируется на математической модели реальной конструкции, учитывающей технологические погрешности ее компонентов [1, 2]. Критериями качества сборки микрообъектива из реальных компонентов (с погрешностями) являются его суммарные aberrации — сферическая, кома, дисторсия, астигматизм, которые на практике выявляются по дифракционному изображению точки. В предлагаемой в настоящей статье модели оптимизация конструкции осуществляется по критериям минимума сферической aberrации и комы. Для вычисления целевой функции требуется информация о пространственном положении всех оптических поверхностей микрообъектива. Решению этой задачи и посвящена настоящая статья.

Рассмотрим обобщенный компонент микрообъектива, представляющий собой линзу, заключенную в оправу (рис. 1, *a*), где базовыми поверхностями являются плоскость *A* и цилиндр *E*, образующие базовую ось *EA*. На рис. 1, *б*, *в* показаны измеренные параметры и первичные погрешности обобщенного компонента, лежащие в пределах соответствующих допусков.

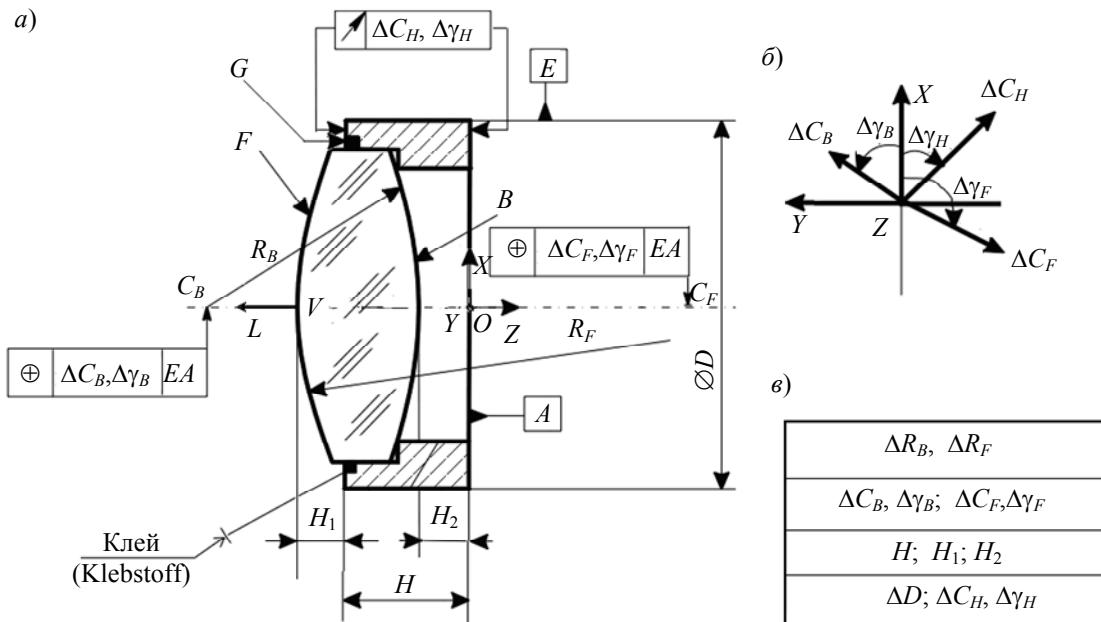


Рис. 1

Оптические поверхности будем задавать координатами вершины *V* и ортом *L* нормали к поверхности в точке вершины во внешней системе координат (*OXYZ*), ось аппликат которой направлена вдоль оптической оси, ось абсцисс, например, вертикальна, а ось ординат — горизонтальна. Начало координат находится на одной из базовых плоскостей, например, первого компонента по ходу лучей. Координаты вершины и направление нормали зависят от пара-

метров элементов объектива и погрешностей, технологических и конструктивных, связанных с креплением объектива.

Базовая ось  $EA$  используется для центрировки поверхностей линзы при ее вклейке или результирующей обработке оправы после вклейки линзы. Относительно поверхности  $A$  задаются допуски на торцевое биение, в результате которого рабочая плоскость  $G$  оправы имеет наклон к вертикальной плоскости  $OXY$ . Торцевое биение (согласно ГОСТ 24642-83) — это разность наибольшего и наименьшего расстояний  $\Delta C_H$  от базовой плоскости, перпендикулярной базовой оси, до рабочей плоскости. Помимо этого параметра, для определенности должны быть известны азимут наклона  $\Delta\gamma_H$  относительно координатной оси  $OX$  (или метка наклона) и абсолютное значение толщины  $H$  оправы в плоскости сечения, отмеченной меткой (рис. 2). В зоне, отмеченной меткой, торцевое биение максимально.

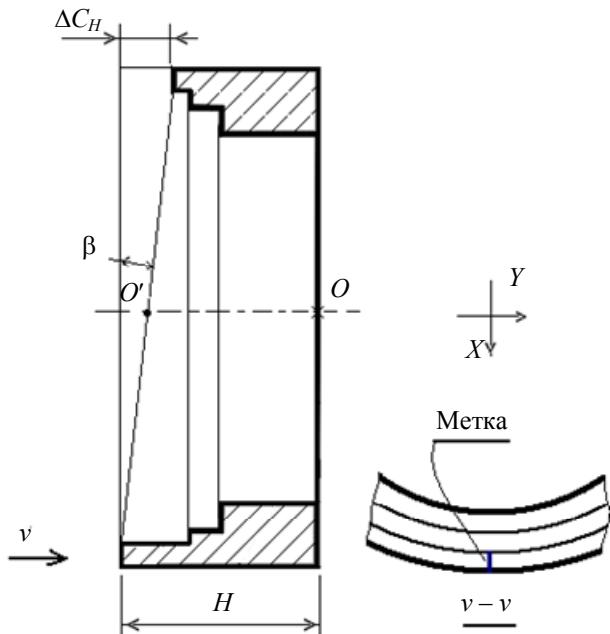


Рис. 2

Измерение толщин  $H$ ,  $H_1$  и  $H_2$  оправы осуществляется по единой линии в одной меридиональной плоскости. Азимутальные углы эксцентриситетов отсчитываются от метки на торце оправы (см. рис. 2). С помощью измеренных величин толщин и параметров эксцентриситетов вершин определяются положения вершин и направления нормалей к оптическим поверхностям. Для удобства изложения отметим 6 этапов, ведущих к решению поставленной задачи.

**1. Определение параметров вершины оптической поверхности в локальной системе координат.** В локальной системе координат, с началом координат в точке  $O$  пересечения оптической оси базовой плоскостью  $A$  (см. рис. 1 и 2), координаты вершин поверхностей любого компонента объектива с учетом децентрировки определяются как

$$\begin{aligned} V_F &= \Delta C_F \cos(\Delta\gamma_F) \cdot \mathbf{i} + \Delta C_F \sin(\Delta\gamma_F) \cdot \mathbf{j} + (H_1 - H) \cdot \mathbf{k}, \\ V_B &= \Delta C_B \cos(\Delta\gamma_B) \cdot \mathbf{i} + \Delta C_B \sin(\Delta\gamma_B) \cdot \mathbf{j} - H_2 \cdot \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (1)$$

Нормаль к оптической поверхности в этой же локальной системе координат коллинеарна оси аппликат:  $\mathbf{L} = \mathbf{k}$ .

**2. Вычисление глобальных координат реперной точки.** Локальные координаты реперной точки имеют начало на оптической оси в центре оправы (точка  $O$  на рис. 2); глобальные координаты этой точки зависят от параметров торцевого биения соприкасающихся компонентов. Координаты реперной точки  $Z_{k+1}$ , ее аппликата, как следует из рис. 3, определяются как проекция векторного суммирования:

$$Z_{k+1} = Z_k + c_1 + c_2 + c_3, \quad (2)$$

$$c_1 = \frac{D_{k+1}}{2} \sin \beta_k; \quad c_2 = H N_k; \quad c_3 = \frac{D_{k+1}}{2} \sin \beta_{k+1}; \quad \tan \beta = \frac{\Delta C_H}{D},$$

где  $\beta_k$  и  $\beta_{k+1}$  — углы наклона плоскостей к вертикальной плоскости;  $N_k$  — нормаль к  $k$ -й оптической поверхности.

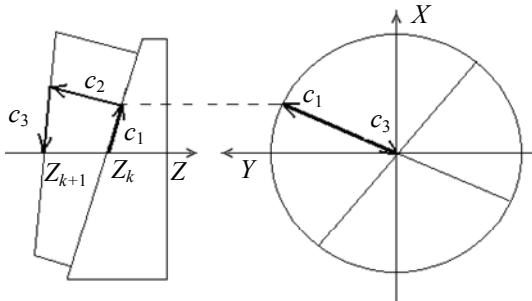


Рис. 3

**3. Определение нормали к плоскости, имеющей торцевое биение.** Рассмотрим результат присоединения базовой плоскости  $A$  компонента к плоскости, имеющей вследствие торцевого биения наклон на угол  $\beta$  и на азимутальный угол  $\Delta\gamma_H$ , отмеченный меткой (см. рис. 2). Тогда нормаль к оптической поверхности можно описать вектором  $N$  (рис. 4):

$$N = \begin{pmatrix} \sin \beta \cos(\Delta\gamma_H - \pi) \\ \sin \beta \sin(\Delta\gamma_H - \pi) \\ \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \beta \cos(\Delta\gamma_H) \\ -\sin \beta \sin(\Delta\gamma_H) \\ \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

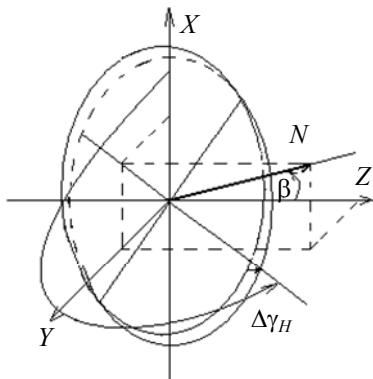


Рис. 4

**4. Определение координат центра оправы относительно реперной точки и направления нормали к оптической поверхности.** Определим координаты точки  $O$  (см. рис. 2) — центра базовой поверхности — в результате ее присоединения к наклонной плоскости, когда компонент сдвигается по опорной плоскости вниз (рис. 5) и точка  $O$  перемещается в точку  $U$ .

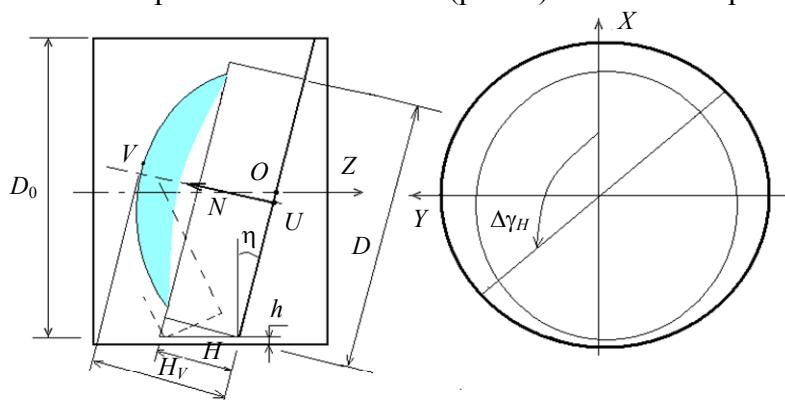


Рис. 5

Положим, что сборка микрообъектива происходит при горизонтально расположенному тубусе (см. рис. 5). Примыкающая деталь находится слева от опорной плоскости. Тогда нор-

маль к опорной плоскости равна вектору  $N_{\text{оп}} = (\sin \beta, 0, \cos \beta)$ . В общем случае нормаль к опорной плоскости и оптической поверхности с помощью матрицы поворота относительно оси аппликат ( $M_Z$ ) характеризуется выражением

$$N_{\text{оп}} = M_Z(-\Delta\gamma_H) \begin{pmatrix} \sin \beta \\ 0 \\ \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \beta \cos(\Delta\gamma_H) \\ \sin \beta \sin(\Delta\gamma_H) \\ \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Кроме матрицы поворота относительно оси  $OZ$ , необходимо определить матрицу поворота относительно оси  $OY$ , они имеют следующий вид:

$$M_Y(x) = \begin{pmatrix} \cos x & 0 & -\sin x \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin x & 0 & \cos x \end{pmatrix}, \quad M_Z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Углы поворота ( $\eta, \theta$ ) нижней направляющей цилиндра оправы относительно осей  $OY$  и  $OX$  согласно выражению (4) определяются как

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{N_X}{N_Z} = \operatorname{tg}\beta \cos(\Delta\gamma_H), \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{N_Y}{N_Z} = \operatorname{tg}\beta \sin(\Delta\gamma_H), \quad (6)$$

где  $N_X, N_Y, N_Z$  — проекции нормали  $N$  на координатные оси.

Вследствие поворота детали вокруг вертикальной оси при перемещении вниз она не достигнет самой нижней точки тубуса. Тогда высота  $h$  (рис. 6) определяется из выражения

$$h = \frac{D_0 - \sqrt{D_0^2 - H^2 \sin^2 \theta}}{2} \approx \frac{H^2 \sin^2 \theta}{4D_0}. \quad (7)$$

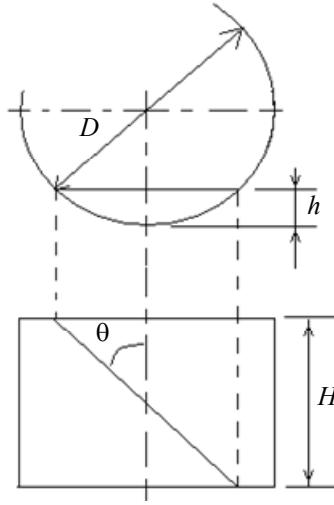


Рис. 6

Прилегание боковых плоскостей смежных деталей произойдет, если боковой зазор имеет достаточную величину. Это условие справедливо при выполнении соотношения

$$H \sin(\Delta\gamma_H) + D \operatorname{tg}(\Delta\gamma_H) \leq D_0. \quad (8)$$

В этом случае в зависимости от того, принадлежит ли азимутальный угол левой или правой полуплоскости, координаты центра  $U$  примыкающей детали, как видно из рис. 5, определяются как

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D \cos \eta - D_0 + h \\ 0 \\ D \sin \eta + (D_0 - h) \operatorname{tg} \beta \cos(\Delta \gamma_H) \end{pmatrix}, \quad \frac{\pi}{2} \leq \Delta \gamma_H \leq \frac{3\pi}{2};$$

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D \cos \eta - D_0 + h + 2H \sin \eta \\ 0 \\ -D \sin \eta + (D_0 - h) \operatorname{tg} \beta \cos(\Delta \gamma_H) \end{pmatrix}, \quad \Delta \gamma_H \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]. \quad (9)$$

Если же условие (8) не выполняется, возникает неопределенность положения примыкающей детали, поэтому алгоритм решения задачи прерывается и исследуется иная комбинация комплектующих деталей.

##### 5. Определение координат вершины поверхности относительно опорной точки.

Зная положение точки  $U$  на опорной плоскости (см. формулы (9)) и направление нормали к опорной плоскости, координаты вершины оптической поверхности можно определить путем векторного суммирования:

$$V = U + M_Z(\Delta \gamma_H)M_Y(\beta)V_0, \quad (10)$$

где  $V_0 = V_F$  или  $V_B$ , которые определены в уравнениях (1).

**6. Определение направления нормали к опорной плоскости при накапливании технологических погрешностей.** При автоматизированной сборке конструкции микрообъектива положение опорной плоскости определяется наклонами всех задействованных плоскостей. Пусть текущий угол наклона опорной плоскости  $\beta_i$ , азимутальный угол наклона  $\Delta \gamma_{H,i}$ , соответствующие углы примыкающей плоскости:  $\beta_{i+1}, \Delta \gamma_{H,i+1}$ . Как видно из рис. 4, вследствие поворотов, описываемых произведением матриц  $M_Y(\beta_i)M_Z(-\Delta \gamma_{H,i})$ , орт опорной плоскости коллинеарен оси  $OZ$ , поэтому обратное преобразование, примененное к орту нормали к примыкающей плоскости, даст результирующее направление нормали:

$$N'_{i+1} = M_Z(\Delta \gamma_{H,i})M_Y(-\beta_i)N_{i+1}.$$

Таким образом, алгоритм определения координат вершин и направлений нормалей к поверхности компонентов микрообъектива состоит в следующем.

Дано:

1) положение первой опорной плоскости: параметры торцевого бieniaия  $\Delta C_{H,0}, \Delta \gamma_{H,0}$  и аппликата  $Z_0$  опорной плоскости, измеренная по нулевому азимуту;

2) параметры торцевого бieniaия  $\Delta C_{H,i}, \Delta \gamma_{H,i}$  и толщины  $H_i$  оправ компонентов (см. рис.1), измеренные по нулевому азимуту,  $i = 1, 2, \dots, K$ ;

3) параметры радиального бieniaия оптических поверхностей:  $\Delta C_{F,i}, \Delta \gamma_{F,i}, \Delta C_{B,i}, \Delta \gamma_{B,i}$ ;

4) диаметр тубуса  $D_0$  и диаметры оправ  $D_i$ .

Операцii: декартова система координат располагается так, что ось  $OZ$  совпадает с геометрической осью тубуса, ось  $OX$  — вертикальная, ось  $OY$  — горизонтальная. Начало координат выбрано так, что аппликата первой опорной плоскости  $Z_0=0$ .

Решение.

Шаг 1. Назначение счетчика компонента:  $i=0$ . Начальные значения параметров базовой плоскости начальной опорной детали:  $Z_0 = 0, \beta_0 = 0, \Delta \gamma_{H,0} = 0$ .

Шаг 2. Введение номера следующего компонента:  $i+1$ .

Шаг 3. Определение критерия контакта (КК) плоскостей согласно формуле (8):  $KK = D_0 - H_i \sin(\Delta \gamma_{H,i-1}) + D_i \operatorname{tg}(\Delta \gamma_{H,i-1})$ .

*Шаг 4.* При условии  $\text{КК} < 0$  прерывание вычислений с сообщением о необходимости замены набора компонентов.

*Шаг 5.* Вычисление угла наклона опорной плоскости к вертикальной плоскости:

$$\beta_i = \arctg\left(\frac{\Delta C_{H,i-1}}{D_{i-1}}\right).$$

*Шаг 6.* Определение направления нормали к опорной плоскости с использованием формул (3) и (5):  $N'_i = M_Z(\Delta\gamma_{H,i-1})M_Y(-\beta_{i-1})N_i$ .

*Шаг 7.* Определение аппликаты точки пересечения  $O_i$  опорной плоскости и оси  $OZ$  согласно формуле (2):

$$Z_i = Z_{i-1} + \frac{D_{i-1}}{2}(\sin \beta_{i-1} + \sin \beta_i) + H_{i-1} \cos \beta_{i-1}.$$

*Шаг 8.* Вычисление угла наклона опорной плоскости к горизонтальной плоскости (см. рис. 5) и угла (согласно формуле (6)) между направляющими базового цилиндра и цилиндра оправы (см. рис. 6):  $\tg \eta_i = \tg \beta_i \cos(\Delta\gamma_{H,i-1})$ ,  $\tg \theta_i = \tg \beta_i \sin(\Delta\gamma_{H,i-1})$ .

$$\text{Шаг 9. Вычисление высоты } h_i = \frac{D_0 - \sqrt{D_0^2 - H_i^2 \sin^2 \theta_i}}{2}.$$

$$\text{Шаг 10. Проверка условия } a = \left\{ \frac{\pi}{2} \leq \Delta\gamma_{H,i-1} \leq \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

*Шаг 11.* При выполнении условия  $a$  вычисление координат точки пересечения оптической оси компонента с опорной плоскостью (согласно уравнениям (9)) по формуле

$$U_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D_i \cos \eta_i - D_0 + h_i \\ 0 \\ D_i \sin \eta_i + (D_0 - h_i) \tg \beta_i \cos(\Delta\gamma_{H,i-1}) \end{pmatrix};$$

при невыполнении условия  $a$  — по формуле

$$U_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D_i \cos \eta - D_0 + h_i + 2H_i \sin \eta_i \\ 0 \\ -D_i \sin \eta_i + (D_0 - h_i) \tg \beta_i \cos(\Delta\gamma_{H,i-1}) \end{pmatrix}.$$

*Шаг 12.* Определение координат вершин оптических поверхностей, принадлежащих текущей оправе (1) в локальной системе координат:

$$V_{B,i}^{(\text{лок})} = \begin{pmatrix} \Delta C_{B,i} \cos(\Delta\gamma_{F,i}) \\ \Delta C_B \sin(\Delta\gamma_{F,i}) \\ H_{2,i} \end{pmatrix}, \quad V_{F,i}^{(\text{лок})} = \begin{pmatrix} \Delta C_{F,i} \cos(\Delta\gamma_{F,i}) \\ \Delta C_F \sin(\Delta\gamma_{F,i}) \\ H_{1,i} - H_i \end{pmatrix}.$$

*Шаг 13.* Определение координат вершин оптических поверхностей в глобальной системе координат согласно формуле (10):

$$\begin{pmatrix} V_{B,i} \\ V_{F,i} \end{pmatrix} = U_i + M_Z(\Delta\gamma_{H,i-1})M_Y(\beta_i) \begin{pmatrix} V_{B,i}^{(\text{лок})} \\ V_{F,i}^{(\text{лок})} \end{pmatrix}.$$

*Шаг 14.* Если  $i \neq K$ , то переход к шагу 2, иначе — останов алгоритма с выводом параметров оптических поверхностей.

В дальнейшем предложенная модель может быть использована для построения алгоритма автоматизированной сборки микрообъективов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Latyev S. M., Jablotschnikov E. I., Padun D. S. et al. Laborotory for automated assembly of microscope lenses // 53 Intern. Wissenschaftliches Kolloquium, Techn. Univ. Ilmenau, 8—12 Sept. 2008. P. 247—249.
2. Бурбаев А. М., Егоров Г. В. Измерение децентрировок линз в оправах для микрообъективов // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 4. С. 22—26.

***Сведения об авторах*****Александр Павлович Смирнов**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов; E-mail: apsmirnov@bk.ru

**Святослав Михайлович Латыев**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютеризации и проектирования оптических приборов; зав. кафедрой; E-mail: smlatyev@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
компьютеризации и проектирования  
оптических приборов

Поступила в редакцию  
26.04.11 г.