

В. Н. АРСЕНЬЕВ, Д. А. БУЛЕКБАЕВ

МЕТОД УТОЧНЕНИЯ МОДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЙОНОВ ПАДЕНИЯ ОТДЕЛЯЕМЫХ ЧАСТЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

Рассматривается задача уточнения модели атмосферы в заданном диапазоне высот по результатам зондирования. Вертикальные профили термодинамических параметров атмосферы и ветра представлены в виде канонических разложений с известными математическими ожиданиями, среднеквадратическими отклонениями и координатными функциями в узловых точках высоты. Предложен подход, позволяющий вычислить поправки к характеристикам параметров атмосферы на высотах, превосходящих верхнюю границу области зондирования.

Ключевые слова: ракета-носитель, отделяемая часть, район падения, эллипс рассеивания, параметры атмосферы, зондирование.

Важным требованием при обеспечении безопасности космической деятельности является безопасность вдоль трасс запусков космических аппаратов (КА) и в районах падения (РП) отделяемых частей ракет-носителей (ОЧРН) и их фрагментов. Новые политические реалии, развитие экономической инфраструктуры регионов, расширение разрабатываемых площадей, необходимость обеспечения безопасности жизнедеятельности человека обуславливают более жесткие требования к сложившейся десятилетиями системе использования зон отчуждения при запусках КА. В результате серьезные проблемы стали возникать не только при открытии новых трасс, но и при эксплуатации штатных районов падения.

При пусках ракет-носителей удовлетворение требований к безопасности и экологической чистоте может быть обеспечено путем использования при формировании полетных заданий РН моделей движения ОЧ, адекватных реальным условиям пусков [1]. Для этого необходимо учитывать все возмущающие факторы, которые в конечном счете и влияют на определение границ районов падения ОЧРН. Наиболее существенное влияние на рассеивание отделяемых частей и их фрагментов оказывают отклонения термодинамических параметров атмосферы от расчетных значений, а также ветровые возмущения в районах падения. Поэтому при проведении предстартовых баллистических расчетов используются оперативные данные зондирования атмосферы в районах падения ОЧРН. В настоящее время эти данные могут быть получены лишь для ограниченного диапазона высот. Однако их использование для уточнения характеристик атмосферных возмущений на высотах за пределами области зондирования позволит приблизить модели движения ОЧ к реальным условиям и уточнить границы областей рассеивания точек падения.

При модельном исследовании влияния случайных отклонений параметров атмосферы от стандартных значений на рассеивание точек падения ОЧРН целесообразно использовать их канонические или неканонические разложения [2—6].

Пусть вертикальный профиль возмущения \hat{u} некоторого параметра атмосферы до высоты H задан в виде

$$\hat{u}_i = m_{u_i} + \sigma_{u_i} \sum_{j=1}^q \eta_{ij} \hat{\alpha}_j, \quad (1)$$

где \hat{u}_i — случайное отклонение параметра \hat{u} на высоте H_i ; m_{u_i}, σ_{u_i} — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение величины \hat{u}_i на высоте H_i ; η_{ij} — известные координатные функции; $\hat{\alpha}_j$ — независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону $N(0,1)$; $j = \overline{1, q}$ (q — количество случайных величин); $i = \overline{1, p}$ (p — число узловых значений высоты); $\hat{}$ — знак, используемый для обозначения случайной величины.

Значения m_{u_i}, σ_{u_i} и координатные функции η_{ij} заданы таблично. Значения координатных функций давления и ветра приведены, например, в работе [5] и являются общими для всех районов падения ОЧ.

Параметры m_{u_i}, σ_{u_i} — переменные и зависят от географического расположения района падения. Они определяются на основе обработки многолетних данных аэрологического и ракетного зондирования атмосферы на близлежащих к РП метеостанциях. В случае отсутствия таких метеостанций эти параметры могут быть рассчитаны на основе глобальных сезонных моделей атмосферы по координатам РП. В момент пуска ракеты-носителя параметры локальной сезонной модели на соответствующих высотах могут уточняться по оперативным данным зондирования атмосферы в районах падения. В качестве параметра σ_{u_i} в таких случаях используются характеристики точности применяемых методов зондирования.

Совокупность уравнений (1), описывающих вертикальный профиль возмущения \hat{u} , целесообразно представить в векторно-матричной форме:

$$\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{m}_u + \sigma_u \eta \hat{\mathbf{\alpha}}, \quad (2)$$

где

$$\hat{\mathbf{u}} = [\hat{u}_1 \hat{u}_2 \dots \hat{u}_p]^T; \mathbf{m}_u = [m_{u_1} m_{u_2} \dots m_{u_p}]^T; \sigma_u = \text{diag} \{ \sigma_{u_1}, \sigma_{u_2}, \dots, \sigma_{u_p} \};$$

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & \dots & \eta_{1q} \\ \eta_{21} & \eta_{22} & \dots & \eta_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{p1} & \eta_{p2} & \dots & \eta_{pq} \end{bmatrix}.$$

Поскольку на практике зондирование атмосферы осуществляется лишь до некоторой определенной высоты $H_3 < H$, то весь диапазон высот можно разбить на два участка: первый участок — от нуля до H_3 , для которого имеются оперативные данные зондирования, и второй участок — от H_3 до H , для которого такие данные отсутствуют. Если векторы $\hat{\mathbf{u}}$, \mathbf{m}_u и матрицы η , σ_u представить в блочном виде:

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_1 \\ \hat{\mathbf{u}}_2 \end{bmatrix}; \mathbf{m}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{u_1} \\ \mathbf{m}_{u_2} \end{bmatrix}; \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}; \sigma_u = \begin{bmatrix} \sigma_{u_1} & 0 \\ 0 & \sigma_{u_2} \end{bmatrix},$$

то выражение (2) можно записать в виде двух уравнений:

$$\hat{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{m}_{u_1} + \sigma_{u_1} \eta_1 \hat{\mathbf{a}}, \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = \mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 \hat{\mathbf{a}}. \quad (4)$$

Уравнение (3) описывает диапазон высот, на которых зондируются параметры атмосферы, а уравнение (4) — остальные высоты.

Пусть результаты зондирования атмосферы представлены p_3 -мерным вектором математических ожиданий (или оценок математических ожиданий) $\mathbf{m}_{u_{13}} = [m_{u_{13}} \ m_{u_{123}} \ \dots \ m_{u_{1p_3}}]^T$ и соответствующей диагональной матрицей $\sigma_{u_{13}} = \text{diag} \{ \sigma_{u_{13}}, \sigma_{u_{123}}, \dots, \sigma_{u_{1p_3}} \}$ размерностью $p_3 \times p_3$, состоящей из величин среднеквадратических отклонений (или оценок среднеквадратических отклонений), причем $p_3 \geq q$. Тогда модель (3) вертикального профиля в области зондирования определяется выражением

$$\hat{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{m}_{u_{13}} + \sigma_{u_{13}} \eta_1 \hat{\mathbf{a}}. \quad (5)$$

На основе данных зондирования может быть уточнена и модель (4) вертикального профиля возмущения атмосферы, описывающая его на высотах за пределами области зондирования.

Поскольку координатные функции, входящие в матрицу η_2 , отражают физическую зависимость между значениями параметра \hat{u} на различных высотах, то их изменять нежелательно. Повышения точности модели (4) можно добиться путем коррекции параметров \mathbf{m}_{u_2} и σ_{u_2} с использованием вероятностных характеристик (математических ожиданий M_{α_j} и дисперсий D_{α_j}) величин $\hat{\alpha}_j$, $j = \overline{1, q}$. Для этого к обеим частям уравнения (3) применяется операция математического ожидания

$$M[\hat{\mathbf{u}}_1] = \mathbf{m}_{u_1} + \sigma_{u_1} \eta_1 M_{\mathbf{a}}$$

и вводится функция, характеризующая рассогласование между модельным значением $M[\hat{\mathbf{u}}_1]$ и значением $\mathbf{m}_{u_{13}}$ математического ожидания, полученным в процессе зондирования атмосферы:

$$J_m = (\mathbf{m}_{u_1} + \sigma_{u_1} \eta_1 M_{\mathbf{a}} - \mathbf{m}_{u_{13}})^T (\mathbf{m}_{u_1} + \sigma_{u_1} \eta_1 M_{\mathbf{a}} - \mathbf{m}_{u_{13}}) + M_{\mathbf{a}}^T M_{\mathbf{a}}. \quad (6)$$

Математическое ожидание $M_{\mathbf{a}3} = \min_{M_{\mathbf{a}}} J_m$ вектора $\hat{\mathbf{a}}$ определяется из необходимого условия минимума функции J_m :

$$\left. \frac{\partial J_m}{\partial M_{\mathbf{a}}} \right|_{M_{\mathbf{a}}=M_{\mathbf{a}3}} = 2\eta_1^T \sigma_{u_1}^T \mathbf{m}_{u_1} + 2\eta_1^T \sigma_{u_1}^T \sigma_{u_1} \eta_1 M_{\mathbf{a}3} - 2\eta_1^T \sigma_{u_1}^T \mathbf{m}_{u_{13}} + 2M_{\mathbf{a}3} = 0$$

и имеет вид

$$M_{\mathbf{a}3} = (I + \eta_1^T \sigma_{u_1}^2 \eta_1)^{-1} \eta_1^T \sigma_{u_1} (\mathbf{m}_{u_{13}} - \mathbf{m}_{u_1}), \quad (7)$$

где I — единичная матрица.

Для определения характеристик рассеивания элементов вектора $\hat{\mathbf{a}}$ относительно их математических ожиданий уравнение (3) представляется совокупностью скалярных уравнений

$$\hat{u}_{1i} = \mathbf{m}_{u_{1i}} + \sigma_{u_{1i}} \sum_{j=1}^q \eta_{ij} \hat{\alpha}_j, \quad i = \overline{1, p_3}, \quad (8)$$

из которых следует зависимость между дисперсиями входящих в них случайных величин

$$D_{\hat{u}_i} = \sigma_{u_i}^2 \sum_{j=1}^q \eta_{ij}^2 D_{\alpha_j}. \quad (9)$$

Введение обозначений

$$\mathbf{D}_{u_1} = \left[D_{\hat{u}_{11}} \quad D_{\hat{u}_{12}} \quad \dots \quad D_{\hat{u}_{1p_3}} \right]^T, \quad \mathbf{D}_{\alpha} = \left[D_{\hat{\alpha}_1} \quad D_{\hat{\alpha}_2} \quad \dots \quad D_{\hat{\alpha}_q} \right]^T,$$

$$\eta_{1\text{KB}} = \begin{bmatrix} \eta_{11}^2 & \eta_{12}^2 & \dots & \eta_{1q}^2 \\ \eta_{21}^2 & \eta_{22}^2 & \dots & \eta_{2q}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{p_3 1}^2 & \eta_{p_3 2}^2 & \dots & \eta_{p_3 q}^2 \end{bmatrix}$$

позволяет перейти к векторно-матричной форме записи системы уравнений (9):

$$\mathbf{D}_{u_1} = \sigma_{u_1}^2 \eta_{1\text{KB}} \mathbf{D}_{\alpha}.$$

В качестве скалярной функции, характеризующей близость модельных значений дисперсий \mathbf{D}_{u_1} к данным, полученным на основе зондирования и представленным в виде вектора

$$\mathbf{D}_{u_{13}} = \left[\sigma_{u_{113}}^2 \quad \sigma_{u_{123}}^2 \quad \dots \quad \sigma_{u_{1p_3}}^2 \right]^T, \text{ выбирается функция}$$

$$J_D = \left(\sigma_{u_1}^2 \eta_{1\text{KB}} \mathbf{D}_{\alpha} - \mathbf{D}_{u_{13}} \right)^T \left(\sigma_{u_1}^2 \eta_{1\text{KB}} \mathbf{D}_{\alpha} - \mathbf{D}_{u_{13}} \right) + (\mathbf{D}_{\alpha} - \mathbf{1})^T (\mathbf{D}_{\alpha} - \mathbf{1}),$$

где $\mathbf{1}$ — вектор размерностью q , состоящий из единиц.

Вектор дисперсий \mathbf{D}_{α_3} случайных величин $\hat{\alpha}_j, j = \overline{1, q}$, обеспечивающий минимум функции J_D , определяется из условия $\left. \frac{\partial J_D}{\partial \mathbf{D}_{\alpha}} \right|_{\mathbf{D}_{\alpha} = \mathbf{D}_{\alpha_3}} = 0$ или $\eta_{1\text{KB}}^T \sigma_{u_1}^4 \eta_{1\text{KB}} \mathbf{D}_{\alpha_3} - \eta_{1\text{KB}}^T \sigma_{u_1}^2 \mathbf{D}_{u_{13}} + \mathbf{D}_{\alpha} - \mathbf{1} = 0$ и имеет вид

$$\mathbf{D}_{\alpha_3} = \left(I + \eta_{1\text{KB}}^T \sigma_{u_1}^4 \eta_{1\text{KB}} \right)^{-1} \left(\mathbf{1} + \eta_{1\text{KB}}^T \sigma_{u_1}^2 \mathbf{D}_{u_{13}} \right). \quad (10)$$

Новые значения характеристик вектора $\hat{\mathbf{a}}$, найденные с учетом результатов зондирования атмосферы по формулам (7) и (10), позволяют произвести коррекцию модели на высотах, превышающих высоту зондирования. Поскольку вектор случайных величин $\hat{\mathbf{a}}$ в правой части уравнения (4) распределен по нормальному закону с математическим ожиданием M_{α_3} и диагональной ковариационной матрицей $\sigma_{\alpha_3}^2$, элементы которой совпадают с соответствующими элементами вектора \mathbf{D}_{α_3} , то для вектора $\hat{\mathbf{a}}$ вводится обозначение $\hat{\mathbf{a}}_3$, а уточненная модель вертикального профиля возмущения \hat{u} на высотах от H_3 до H принимает следующий вид:

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = \mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 \hat{\mathbf{a}}_3. \quad (11)$$

Поскольку справедливо представление [7]

$$\hat{\mathbf{a}}_3 = M_{\hat{\mathbf{a}}_3} + \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3} \hat{\mathbf{a}},$$

где элементы вектора $\hat{\mathbf{a}}$ имеют нулевые математические ожидания и единичные дисперсии, т.е. $\hat{\mathbf{a}} \in N(0, I)$, то уравнение (11) может быть преобразовано к виду

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = \mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 \left(M_{\hat{\mathbf{a}}_3} + \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3} \hat{\mathbf{a}} \right)$$

или

$$\hat{\mathbf{u}}_2 = (\mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 M \hat{\mathbf{a}}_3) + \sigma_{u_2} \eta_2 \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3} \hat{\mathbf{a}}.$$

Тогда уточненная модель вертикального профиля возмущения \hat{u} на всем рассматриваемом диапазоне высот от нуля до H описывается системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_1 &= \mathbf{m}_{u_1} + \sigma_{u_1} \eta_1 \hat{\mathbf{a}}; \\ \hat{\mathbf{u}}_2 &= (\mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 M \hat{\mathbf{a}}_3) + \sigma_{u_2} \eta_2 \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3} \hat{\mathbf{a}}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

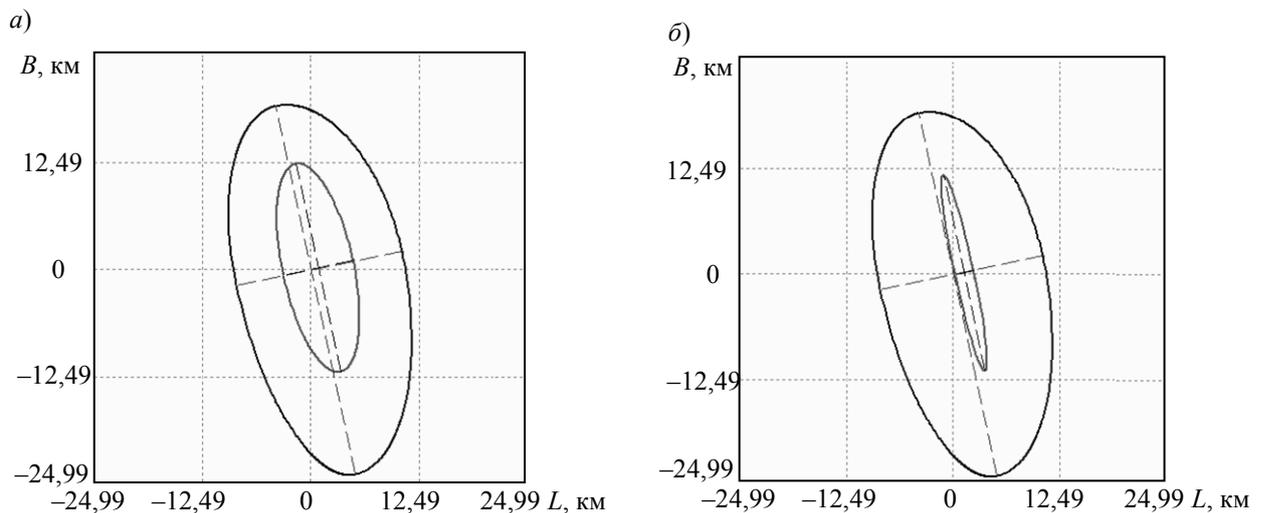
где $\hat{\mathbf{a}} \in N(0, I)$.

Первое уравнение системы (12) позволяет синтезировать возмущения на высотах в пределах области зондирования, а второе — на остальных высотах. И если статистические характеристики параметра \hat{u} для участка зондирования определяются точностью технических средств зондирования атмосферы, то для высот $H > H_3$ они принимают следующие значения:

$$\mathbf{m}_u = \mathbf{m}_{u_2} + \sigma_{u_2} \eta_2 M \hat{\mathbf{a}}_3; \quad \mathbf{D}_u = \mathbf{D}_{u_2},$$

где \mathbf{D}_{u_2} — вектор, состоящий из диагональных элементов ковариационной матрицы $K = \sigma_{u_2} \eta_2 \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3} \sigma_{\hat{\mathbf{a}}_3}^T \eta_2^T \sigma_{u_2}$.

На рисунке на примере параметра \hat{u} , представляющего зональную составляющую скорости ветра, приведены результаты численных расчетов эллипса рассеивания (по дальности B и в боковом направлении L) точек падения бокового блока для ракеты-носителя „Союз-2“ при отсутствии оперативных данных зондирования (а) и при их наличии (б). При этом внешним эллипсом обозначен штатный район падения, используемый по заданной трассе полета ракеты-носителя. Расчеты проведены при следующих исходных данных: координаты центра масс и проекций вектора скорости (в абсолютной геоцентрической системе координат) $x = 1947,847$ км, $y = 3983,718$ км, $z = 4629,410$ км, $V_x = -239,627$ м/с, $V_y = -460,120$ м/с, $V_z = 1670,540$ м/с; площадь мишени $S_{\text{мид}} = 5,641$ м², масса $m = 4871,55$ кг ($\Delta m = 9,3$ %); аэродинамический коэффициент $C_x = 2,99$ ($\Delta C_x = 20$ %).



Таким образом, применение оперативных данных зондирования позволяет уточнить вертикальные профили термодинамических параметров атмосферы, а также зональную и меридиональную составляющие скорости ветра при проведении баллистических расчетов. Это обеспечивает повышение достоверности информации об эллипсах рассеивания ОЧРН и позволяет в результате сократить площадь районов падения для приема отделяемых частей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аверкиев Н. Ф., Булекбаев Д. А.* Метод поиска оптимальной программы движения ракет-носителей для минимизации площади рассеивания отделяемых частей // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 7. С. 10—12.
2. *Школьный Е. П., Майборода Л. А.* Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 308 с.
3. ОСТ 92-5165-92. Методика задания горизонтальной скорости ветра и термодинамических параметров атмосферы в районе полигона Байконур в диапазоне высот 0—120 км. Введ. с 01.01.94. М., 1992.
4. ОСТ 92-9704-95. Методика задания горизонтальной скорости ветра и термодинамических параметров атмосферы в диапазоне высот 0—120 км в районе космодрома Плесецк. Введ. с 01.01.95. М., 1995.
5. Разработка локальных моделей возмущенной атмосферы для баллистического обеспечения пусков ракет-носителей. М.: Изд-во ФГУП ЦЭНКИ, 2010. 67 с.
6. *Арсеньев В. Н., Казаков Р. Р., Фадеев А. С.* Обеспечение падения отработавших частей ракеты-носителя в заданные районы при пусках с новых стартовых площадок // Тр. МАИ. 2012. № 58. [Электронный ресурс]: <<http://www.mai.ru/science/trudy>>.
7. *Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных: справ. изд. М.: Финансы и статистика, 1983. 471 с.

Сведения об авторах**Владимир Николаевич Арсеньев**

— д-р техн. наук, профессор; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов, Санкт-Петербург;
E-mail: vladar56@mail.ru

Дастанбек Абдыкалыкович Булекбаев

— канд. техн. наук, доцент; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра высшей математики, Санкт-Петербург; E-mail: atiman@mail.ru

Рекомендована кафедрой
автоматики и электроники

Поступила в редакцию
30.09.13 г.