Научная статья
УДК 664.9.022
DOI: 10.17586/2310-1164-2021-14-4-46-58

Математическое моделирование сил сопротивлений при резании пищевого материала дисковым ножом

О.В. Агеев*, Н.В. Самойлова, В.А. Наумов, Ю.А. Фатыхов, О.А. Зубков

Калининградский государственный технический университет
*Россия, Калининград, *oleg.ageev@klgtu.ru*

Аннотация. Показана актуальность математического моделирования процессов резания пищевых материалов дисковым ножом. Мышечная ткань сырья описана вязкоупругой реологической моделью Максвелла–Томсона. Исследован процесс резания продукта дисковым ножом. Проведена постановка и решение задачи математического моделирования сил сопротивлений при движении дискового ножа в материале. Предложено и решено дифференциальное уравнение линии погружения элементарного ножа в материал в полярных координатах. Получено выражение для фактического угла резания дискового ножа. Исследованы скалярные поля изменения фактического угла резания, а также коэффициента скольжения элементарного ножа в зависимости от его угловой координаты. На основе выражений для определения линий погружения элементарного ножа в материал разработаны математические модели для расчета сил вредных сопротивлений, действующих на дисковый нож, а также их моментов относительно оси вращения ножа. Построены эпюры вертикальной и горизонтальной составляющих безразмерной силы сопротивления формы элементарного дискового ножа, а также эпюры результирующей силы сопротивления формы элементарного дискового ножа и ее момента. Определены диапазоны наиболее энергетически выгодных углов резания, которые имеют существенное значение для ресурсосбережения при проектировании режущих устройств технологических машин. При значениях меры эластичности материала 3; 10; 20; 30 значения максимумов указанной безразмерной силы составляют 9,55; 10,28; 11,37; 12,45, значения максимумов безразмерного момента составляют 5,66; 5,97; 6,42; 6,88 соответственно. При значениях отношения тангенса угла заточки ножа к его толщине 0,01; 0,3; 0,7; 1,0 значения максимумов результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа составляют 9,28; 10,54; 12,27; 13,55, значения максимумов безразмерного момента составляют 5,55; 6,07; 6,81; 7,37 соответственно.

Ключевые слова: предварительная обработка сырья; резание пищевого материала; мышечная ткань; математическое моделирование; дисковый нож; силы сопротивления; реология; вязкоупругость

Original article

Theoretical simulation of resistance forces during food material cutting by circular knife

Oleg V. Ageev*, Natalia V. Samojlova, Vladimir A. Naumov, Yuri A. Fatykhov, Oleg A. Zubkov

Kaliningrad State Technical University
*Kaliningrad, Russia, *oleg.ageev@klgtu.ru*

Abstract. The relevance of mathematical modeling for the processes of food materials cutting by a circular knife has been shown. The muscle tissue of the raw material has been described by the Maxwell-Thomson viscoelastic rheological model. The process of product cutting by a circular knife has been investigated. The formulation and solution of the problem of mathematical modeling for the resistance forces during the movement of the circular knife in the material have been carried out. A differential equation for the line of immersion of an elementary knife into the material in polar coordinates has been proposed and solved. An expression for the actual cutting angle of the circular knife has been obtained. The scalar fields of variation of the actual cutting angle, as well as the sliding coefficient of an elementary knife, depending on its angular coordinate has been investigated. On the basis of expressions for determining the lines of immersion for an elementary knife into the material, mathematical models have been developed for calculating the harmful resistance forces on the circular knife, as well as their moments relative to the axis of rotation of the knife. Diagrams of the vertical and horizontal components of the dimensionless resistance force of the elementary circular knife form, as well as diagram of the resulting resistance force for the elementary circular knife form its moment have been constructed. The ranges of the most energetically favorable cutting angles, which are essential for resource saving in the design of cutting devices for processing machines, have been determined. With the values of the measure of elasticity of the material 3; 10; 20; 30, the values of the maxima of the specified dimensionless force are 9.55; 10.28; 11.37; 12.45, and the values of the maxima of the dimensionless moment are 5.66; 5.97; 6.42; 6.88, respectively. With the values of the ratio of the tangent of the angle of the knife sharpening to its thickness 0.01; 0.3; 0.7; 1.0, the values of the maxima of the resulting dimensionless force of the circular knife resistance are 9.28; 10.54; 12.27; 13.55, and the values of the maxima of the dimensionless moment are 5.55; 6.07; 6.81; 7.37, respectively.

Keywords: pretreatment of raw materials; cutting food material; muscle tissue; math modeling; circular knife; resistance forces; rheology; viscoelasticity

Введение

Современное развитие рыбоперерабатывающих производств обусловливает возрастающие требования к эффективности технологического процесса резания сырья. Это предполагает сокращение энергетических затрат на обработку, повышение качества готового продукта, увеличение производительности, снижение металлоемкости, выбор рациональных режимов резания, применение износостойких ножей с антифрикционными покрытиями, соединение режущих органов с мехатронными устройствами и другие мероприятия. Повышение энергоэффективности указанного процесса предусматривает, прежде всего, снижение сил сопротивлений, возникающих при разделении материала на части. Важным направлением при этом является использование эффектов геометрической и кинематической трансформации угла заточки и формы кромки лезвия.

Особое место среди режущих органов занимает дисковый нож, сочетающий в себе положительные эффекты геометрической и кинематической трансформации профиля ножа. Применение указанного режущего органа в рыбоперерабатывающих машинах, наряду с косоугольными пластинчатыми и быстроходными ленточными ножами, является целесообразным за счет простоты реализации равномерно-вращательного движения с необходимой скоростью. При резании дисковым ножом возможны попутное или встречное движения его кромки по отношению к направлению подачи материала. При анализе параметров такого инструмента необходимо рассматривать не только его статическую геометрию, но также и кинематическую. При кинематической трансформации фаски дискового ножа в процессе его вращения и погружения в материал изменяется форма профиля элементарного ножа, а также фактический угол резания. При этом прямолинейная передняя наклонная грань приобретает нелинейную форму, описываемую различными кривыми второго порядка.

Резание дисковым ножом имеет характерные отличия от резания пластинчатым и гильотинным ножами, обусловленные формой режущей кромки и ее вращением. Для определения сил сопротивлений, действующих на дисковый нож, прежде всего, требуется рассчитать линию погружения элементарного ножа в материал. С этой целью в работе [1] предложена математическая модель резания рыбы дисковым ножом. Математическая модель учитывает изменение эффективности резания элементарным ножом и другие особенности процесса по сравнению с известными аналитическими решениями. Настоящая статья является дальнейшим развитием теоретических исследований и продолжением работы [1].

В работе [1] следует отметить методику для определения удельной движущей силы резания элементарного ножа. Установлено, что каждый элементарный нож имеет коэффициент эффективности, который зависит от фактического угла резания и глубины погружения элементарного ножа в разрезаемый материал. Глубина погружения элементарного ножа определяет линию его силового взаимодействия с материалом и, соответственно, величины сил вредных и полезных сопротивлений. Указанная линия рассчитывается как расстояние от режущей кромки ножа вдоль линии его результирующей скорости до поверхности материала. Поскольку результирующие скорости разных точек дискового ножа различаются, то глубина погружения элементарного ножа определяется как длина от кромки ножа до поверхности материала вдоль кривой, касательные к которой в любой точке совпадают с векторами скорости ножа относительно материала в этой же точке.

В настоящее время научные исследования процессов резания пищевых продуктов вызывают большой интерес в России и за рубежом. В работах [2, 3] исследованы режимы высокоскоростного резания материалов рабочими органами с различной геометрией, установлена связь сил сопротивлений с конструктивными параметрами лезвия. В статье [4] проведено экспериментальное изучение и численное моделирование процесса резания вязкоупругих продуктов. В основополагающих работах [5, 6] раскрыты основные особенности механической обработки твердых материалов в пищевой отрасли. Публикации [7, 8] освещают результаты, достигнутые при исследовании реактивных сил и сил трения, возникающих при взаимодействии вязкоупругих сред и режущего органа. Влияние режимов резания и разрушения материалов на качество готовой продукции прослеживается в работах [9, 10]. Процессам резания вязкопластичных пищевых продуктов и их трибологическим аспектам посвящено исследование [11]. Экспериментальный анализ влияния трения на обработку сельскохозяйственных продуктов всесторонним образом проведен в статье [12]. Рациональные формы режущих инструментов для обработки пищевых материалов рекомендованы в работе [13]. В публикациях [14–16] предложены оптимальные режимы механической обработки пищевых сред, позволяющих обеспечить высокое качество готовых продуктов. Аналитические и конечноэлементные модели процессов резания проанализированы в статьях [17, 18].

Несмотря на ценность известных работ, в настоящее время отсутствуют математические модели, позволяющие определить силы сопротивлений при резании дисковым ножом рыбы и пищевых продуктов, сходных по физико-механическим свойствам. В то же время это необходимо для научно обоснованного проектирования режущих приспособлений пищевого оборудования. В связи с этим, задача теоретического анализа процесса резания дисковым ножом является весьма актуальной.

Математическое моделирование сил сопротивлений при резании материала дисковым ножом

Определение силовой линии дискового ножа позволяет рассчитать различные силы вредных сопротивлений, действующие на режущий орган [1]. В частности, рассмотрим силу сопротивления формы ножа при резании пищевого материала [19]. Выделим на кромке дискового ножа элементарный участок дуги $\Delta L = \breve{\rho} \cdot d\varphi$ (рисунок 1), который назовем элементарным дисковым ножом. Положение центра дуги элементарного дискового ножа ΔL вдоль силовой линии определяется углом φ и радиус-вектором $\breve{\rho}$. Величину силы сопротивления формы ΔF_{1d}, приложенной к элементарному дисковому ножу с режущей кромкой ΔL, определим следующим образом

$$\Delta F_{1d} = F_{1\text{уд}} \cdot \Delta L_v,$$

где $F_{1\text{уд}}$ – удельная сила сопротивления формы, действующая на элементарный нож;

ΔL_v – проекция участка режущей кромки ΔL на направление, перпендикулярное к результирующей скорости элементарного дискового ножа.

Обозначим $\lambda = \dfrac{v_p}{v_o}$ – отношение скорости подачи к окружной скорости дискового ножа; α – конструктивный угол заточки дискового ножа; φ – угловая координата вершины элементарного ножа. Выражение для фактического угла резания запишем в следующем виде

$$\alpha_\text{ф} = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda \cdot \cos\varphi - 1}{\lambda \cdot \sin\varphi}\right) + \varphi\right]\right).$$

Коэффициент скольжения элементарного ножа определяется выражением

$$K_\gamma = \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda \cdot \cos\varphi - 1}{\lambda \cdot \sin\varphi}\right) + \varphi\right].$$

При определении силы сопротивления воспользуемся результатами предыдущих работ [19–22]. Пренебрегая искривлением формы передней наклонной грани элементарного ножа, имеем

$$F_{1\text{уд}} = \frac{\xi}{l} \cdot \left(\frac{\left(1 - \exp\left[\dfrac{k \cdot \delta}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\gamma}\right]\right) \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \cos^2\gamma}{k \cdot E_1^2} + \frac{\delta \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\gamma}{E_1^2} + \frac{\delta^2}{2} \right),$$

где E_0 – мгновенный модуль упругости рыбы;

E_1 – запаздывающий (высокоэластичный) модуль упругости;

η – коэффициент динамической вязкости;

$\xi = \dfrac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1}$ – длительный модуль упругости;

δ – толщина ножа;

l – толщина материала в равновесном состоянии;

$k = -\dfrac{\left(E_0 + E_1\right)}{\left(\eta \cdot v_p\right)}$;

γ – угол кинематического подъема плоскости элементарного ножа относительно плоскости неподвижного элементарного ножа, $\cos\gamma = \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\lambda \cdot \cos\varphi - 1}{\lambda \cdot \sin\varphi}\right) + \varphi\right]$.

Из рисунка 1 получим

$$\Delta L_v = \Delta L \cdot \cos\gamma = \breve{\rho} \cdot \cos\gamma \cdot d\varphi = \breve{\rho} \cdot \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\lambda \cdot \cos\varphi - 1}{\lambda \cdot \sin\varphi}\right) + \varphi\right] \cdot d\varphi.$$

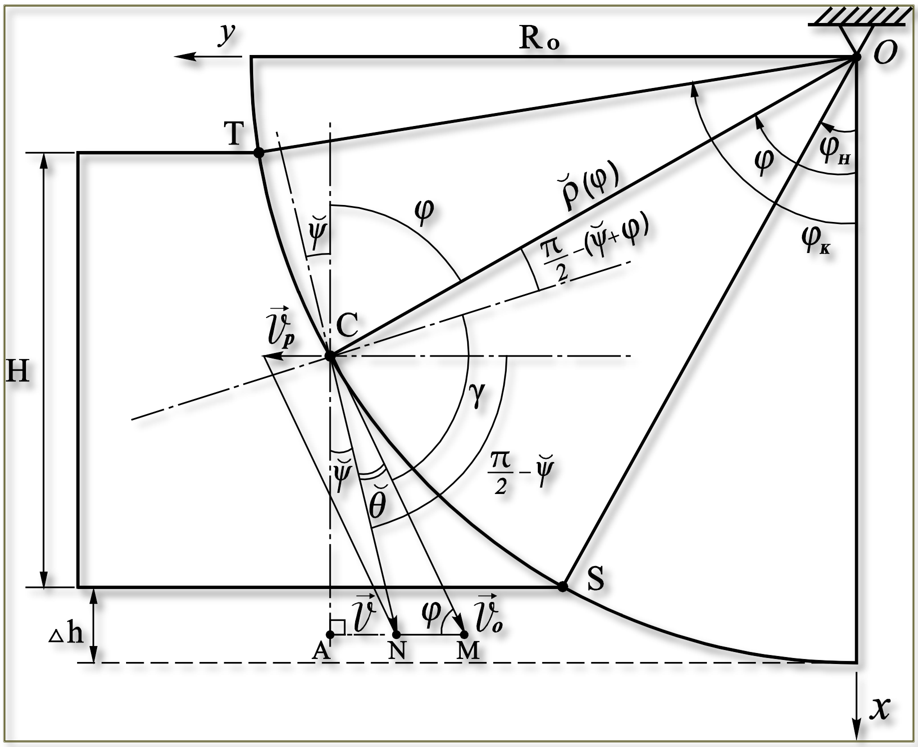


Рисунок 1 – Схема для определения глубины погружения элементарного дискового ножа в материал
Figure 1. Diagram for determining immersion depth of the elementary circular knife into the material

Мышечная ткань сырья описывается реологической моделью Максвелла–Томсона, суть моделью стандартного вязкоупругого тела [19, 20]. Тогда величина силы сопротивления формы, приложенной к элементарному дисковому ножу с режущей кромкой ΔL, соответствует следующему выражению

$$\Delta F_{1d} = F_{1\text{уд}} \cdot \breve{\rho} \cdot \cos\gamma \cdot d\varphi = \frac{\xi \cdot R_0 \cdot \left(\cos\varphi_н - \lambda\right)}{l \cdot \left(\cos\varphi - \lambda\right)} \cdot \cos\gamma \times$$
$$\times\left(\frac{\left(1 - \exp\left[\dfrac{k \cdot \delta}{\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\gamma}\right]\right) \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \operatorname{tg}^2\alpha \cdot \cos^2\gamma}{k \cdot E_1^2} + \frac{\delta \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\gamma}{E_1^2} + \frac{\delta^2}{2}\right) \cdot d\varphi. \cdot \tag{1}$$

Выделим вертикальную и горизонтальную составляющие силы сопротивления формы элементарного дискового ножа, соответственно

$$\Delta F_{1dv} = \Delta F_{1d} \cdot \cos \breve{\psi} = \frac{\xi \cdot R_0 \cdot \left(\cos \varphi_н - \lambda\right) \cdot \lambda \cdot \sin \varphi \cdot \cos \gamma}{l \cdot \left(\cos \varphi - \lambda\right) \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos \varphi}} \times$$

$$\times \left(\frac{\left(1 - \exp\left[\dfrac{k \cdot \delta}{\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}\right]\right) \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \cos^2 \gamma}{k \cdot E_1^2} + \frac{\delta \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}{E_1^2} + \frac{\delta^2}{2} \right) \cdot d\varphi.; \quad (2)$$

$$\Delta F_{1dh} = \Delta F_{1d} \cdot \sin \breve{\psi} = \frac{\xi \cdot R_0 \cdot \left(\cos \varphi_н - \lambda\right) \cdot \left(\lambda \cdot \cos \varphi - 1\right) \cdot \cos \gamma}{l \cdot \left(\cos \varphi - \lambda\right) \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos \varphi}} \times$$

$$\times \left(\frac{\left(1 - \exp\left[\dfrac{k \cdot \delta}{\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}\right]\right) \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \cos^2 \gamma}{k \cdot E_1^2} + \frac{\delta \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}{E_1^2} + \frac{\delta^2}{2} \right) \cdot d\varphi. \quad (3)$$

Находим момент силы сопротивления формы элементарного дискового ножа относительно оси вращения ножа

$$\Delta M_d = \Delta F_{1d} \cdot \breve{\rho} \cdot \cos \breve{\theta} = \Delta F_{1d} \cdot \breve{\rho} \cdot \sin \gamma = \Delta F_{1d} \cdot \breve{\rho} \cdot \sin \gamma =$$

$$= \Delta F_{1d} \cdot \frac{R_0 \cdot \left(\cos \varphi_н - \lambda\right)}{\cos \varphi - \lambda} \cdot \sin \gamma = \frac{\xi \cdot R_0^2 \cdot \left(\cos \varphi_н - \lambda\right)^2}{l \cdot \left(\cos \varphi - \lambda\right)^2} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma \times$$

$$\times \left(\frac{\left(1 - \exp\left[\dfrac{k \cdot \delta}{\mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}\right]\right) \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \cos^2 \gamma}{k \cdot E_1^2} + \frac{\delta \cdot \xi \cdot \eta \cdot v_p \cdot \mathrm{tg}\alpha \cdot \cos \gamma}{E_1^2} + \frac{\delta^2}{2} \right) \cdot d\varphi. \quad (4)$$

Величины вертикальной и горизонтальной составляющих силы сопротивления формы дискового ножа определяются следующими интегралами

$$F_{1dv} = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к} \Delta F_{1dv} d\varphi; \quad F_{1dh} = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к} \Delta F_{1dh} d\varphi; \quad M_d = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к} \Delta M_d d\varphi. \quad (5)$$

Результирующая сила, действующая на кромку дискового ножа

$$F_{1d} = \sqrt{F_{1dv}^2 + F_{1dh}^2}. \quad (6)$$

Введем безразмерную силу сопротивления формы элементарного дискового ножа с учетом обозначений $\Delta F_{1d}^0 = \dfrac{\xi \cdot R_0 \cdot \delta^2}{l} \cdot d\varphi$; $t_{\alpha\delta} = \dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\delta} = \dfrac{1}{h_m}$; $\dfrac{\xi \cdot \eta \cdot v_p}{E_1^2} = -\dfrac{e_{01}}{k}$; $k = -\dfrac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v_p}$, а также безразмерный момент указанной силы относительно оси дискового ножа с учетом $\Delta M_d^0 = \dfrac{\xi \cdot R_0^2 \cdot \delta^2}{l} \cdot d\varphi$

$$\Delta \overline{F}_{1d} = \frac{\Delta F_{1d}}{\Delta F_{1d}^0} = \frac{\left(\cos \varphi_н - \lambda\right)}{\left(\cos \varphi - \lambda\right)} \cdot \cos \gamma \times$$

$$\times \left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1 - \exp\left[k / \left(t_{\alpha\delta} \cdot \cos \gamma\right)\right]\right) \cdot e_{01} \cdot t_{\alpha\delta}^2 \cdot \cos^2 \gamma}{k^2} - \frac{e_{01} \cdot t_{\alpha\delta} \cdot \cos \gamma}{k} \right); \quad (7)$$

$$\Delta\bar{M}_d = \frac{\Delta M_d}{\Delta M_d^0} = \frac{\left(\cos\varphi_н - \lambda\right)^2}{\left(\cos\varphi - \lambda\right)^2}\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1-\exp\left[k/\left(t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma\right)\right]\right)\cdot e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}^2\cdot\cos^2\gamma}{k^2} - \frac{e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma}{k}\right). \tag{8}$$

Тогда безразмерные вертикальную и горизонтальную составляющие указанной силы выразим в следующем виде

$$\Delta\bar{F}_{1dv} = \Delta\bar{F}_{1d}\cdot\cos\breve{\psi} = \frac{\left(\cos\varphi_н - \lambda\right)\cdot\lambda\cdot\sin\varphi\cdot\cos\gamma}{\left(\cos\varphi-\lambda\right)\cdot\sqrt{\lambda^2+1-2\cdot\lambda\cdot\cos\varphi}}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1-\exp\left[k/\left(t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma\right)\right]\right)\cdot e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}^2\cdot\cos^2\gamma}{k^2} - \frac{e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma}{k}\right); \tag{9}$$

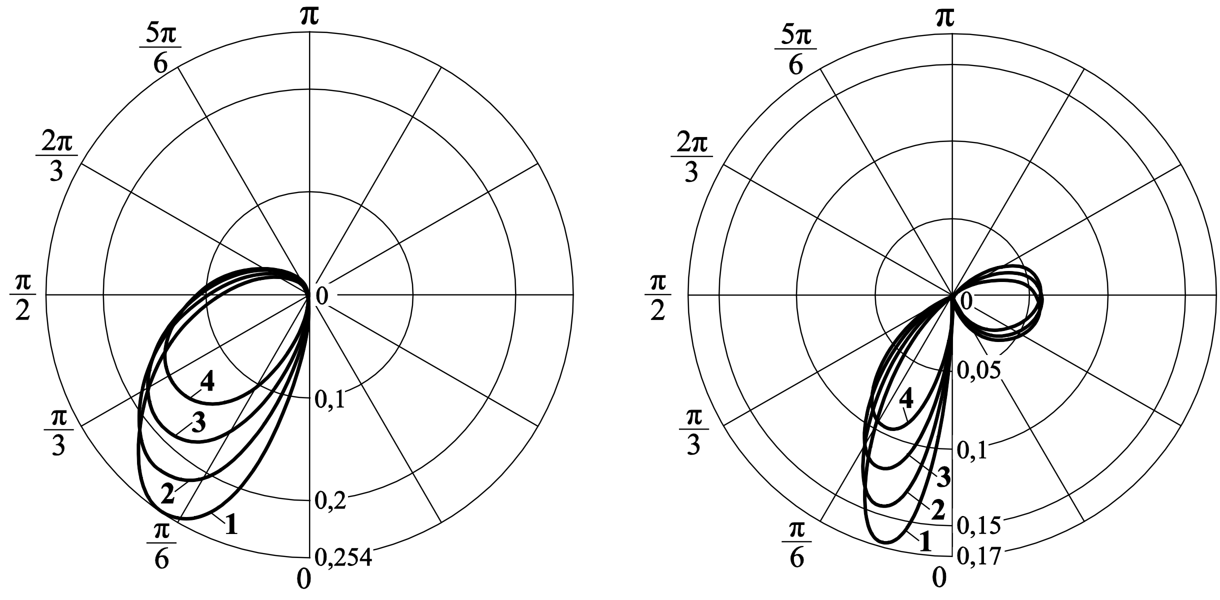
$$\Delta\bar{F}_{1dh} = \Delta\bar{F}_{1d}\cdot\sin\breve{\psi} = \frac{\left(\cos\varphi_н - \lambda\right)\cdot\left(\lambda\cdot\cos\varphi - 1\right)\cdot\cos\gamma}{\left(\cos\varphi-\lambda\right)\cdot\sqrt{\lambda^2+1-2\cdot\lambda\cdot\cos\varphi}}\times$$
$$\times\left(\frac{1}{2} - \frac{\left(1-\exp\left[k/\left(t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma\right)\right]\right)\cdot e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}^2\cdot\cos^2\gamma}{k^2} - \frac{e_{01}\cdot t_{\alpha\delta}\cdot\cos\gamma}{k}\right). \tag{10}$$

Величины вертикальной и горизонтальной составляющих безразмерной силы сопротивления формы дискового ножа, а также ее безразмерный момент относительно оси ножа определяются в соответствии со следующими выражениями

$$\bar{F}_{1dv} = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к}\Delta\bar{F}_{1dv}d\varphi;\quad \bar{F}_{1dh} = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к}\Delta\bar{F}_{1dh}d\varphi;\quad \bar{F}_{1d} = \sqrt{\bar{F}_{1dv}^2+\bar{F}_{1dh}^2};\quad \bar{M}_d = \int_{\varphi_н}^{\varphi_к}\Delta\bar{M}_d d\varphi. \tag{11}$$

Результаты моделирования

На основе полученных выражений (1)–(11) проведено математическое моделирование сил сопротивлений. На рисунках 2 и 3 изображены эпюры вертикальной и горизонтальной составляющих безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа в диапазоне углов поворота $0° < \varphi < 180°$ при малых и больших значениях параметра λ, на рисунках 4 и 5 – эпюры результирующей безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа и ее безразмерного момента. На рисунке 6 приведены зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа и ее безразмерного момента от λ при различных значениях меры эластичности материала $e_{01} = \dfrac{E_0}{E_1}$. На рисунке 7 изображены зависимости указанной безразмерной силы и ее момента от отношения λ при различных значениях высоты H разрезаемого образца с учетом соотношений $\varphi_н = \arccos\left(1-\dfrac{\Delta h}{R_0}\right)$; $\varphi_к = \arcsin\left(H\cdot\sqrt{2}\right)$, на рисунке 8 – при различных значениях конструктивного параметра $t_{\alpha\delta} = \dfrac{\mathrm{tg}\alpha}{\delta}$ (отношения тангенса угла заточки дискового ножа к его толщине), на рисунке 9 – при различных значениях параметра $k = -\dfrac{\left(E_0+E_1\right)}{\eta\cdot v_p}$.

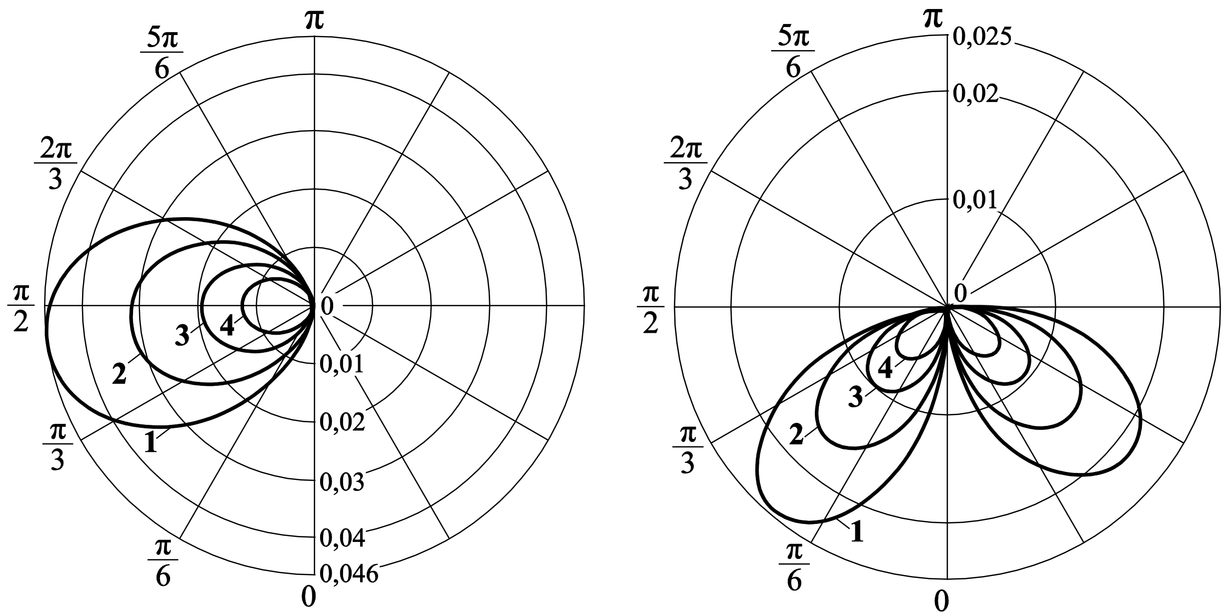


а б

Рисунок 2 – Эпюры вертикальной $\Delta\overline{F}_{1dv}$ (а) и горизонтальной $\Delta\overline{F}_{1dh}$ (б) составляющих безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа

($t_{\alpha\delta} = 0,12$; $k = -10$; $\varphi_н = 10°$; $e_{01} = 5$): *1* – $\lambda = 1,5$; *2* – $\lambda = 1,7$; *3* – $\lambda = 2$; *4* – $\lambda = 2,5$

Figure 2. Epures of the vertical $\Delta\bar{F}_{1dv}$ (а) and horizontal $\Delta\bar{F}_{1dh}$ (б) components for the dimensionless resistance force of the elementary circular knife

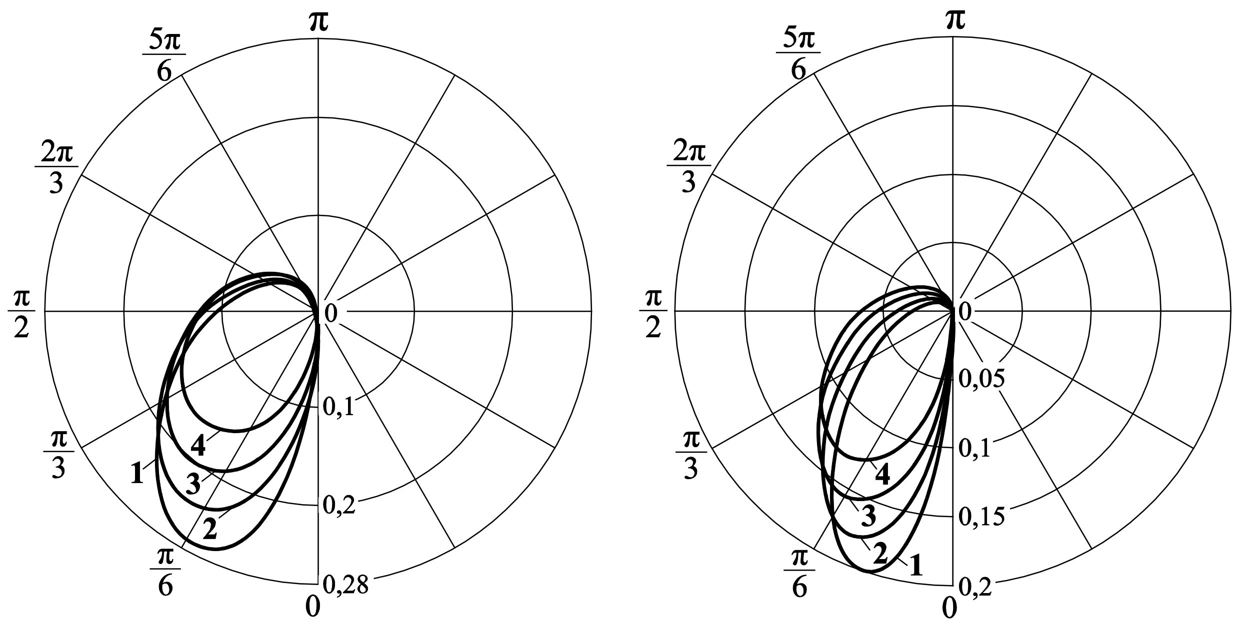


а б

Рисунок 3 – Эпюры вертикальной $\Delta\overline{F}_{1dv}$ (а) и горизонтальной $\Delta\overline{F}_{1dh}$ (б) составляющих безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа

($t_{\alpha\delta} = 0,12$; $k = -10$; $\varphi_н = 10°$; $e_{01} = 5$): *1* – $\lambda = 10$; *2* – $\lambda = 15$; *3* – $\lambda = 25$; *4* – $\lambda = 40$

Figure 3. Epures of the vertical $\Delta\bar{F}_{1dv}$ (а) and horizontal $\Delta\bar{F}_{1dh}$ (б) components for the dimensionless resistance force of the elementary circular knife

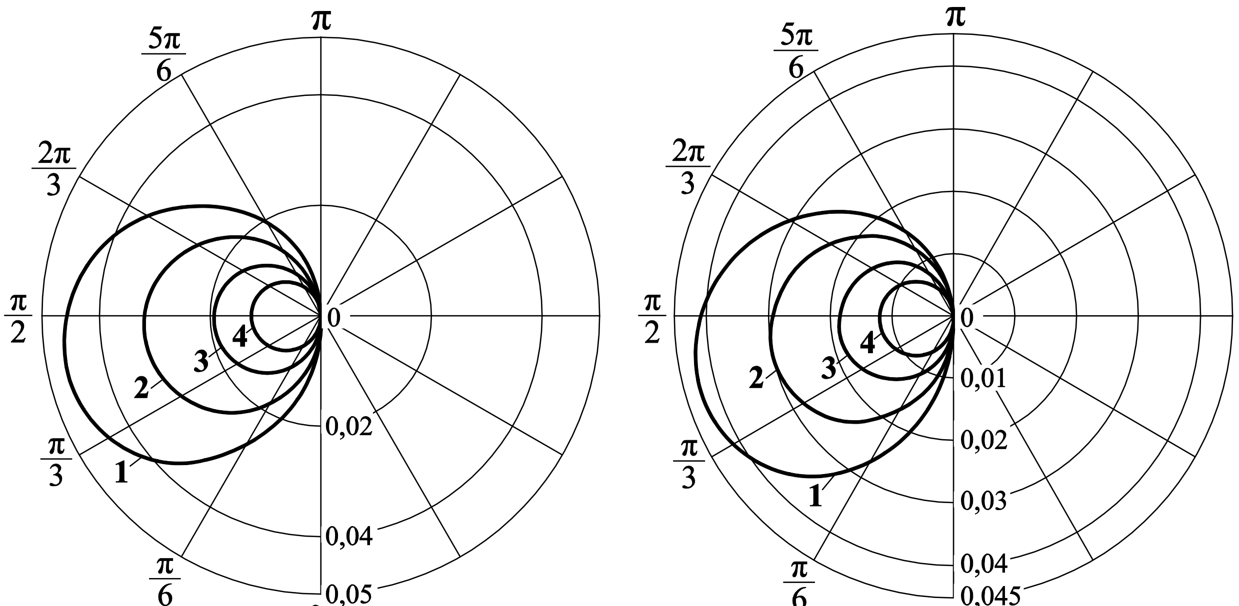


а б

Рисунок 4 – Эпюры результирующей безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа $\Delta\overline{F}_{1d}$ (а) и ее безразмерного момента $\Delta\overline{M}_d$ (б)

($t_{\alpha\delta} = 0{,}12$; $k = -10$; $\varphi_н = 10°$; $e_{01} = 5$): 1 – $\lambda = 1{,}5$; 2 – $\lambda = 1{,}7$; 3 – $\lambda = 2$; 4 – $\lambda = 2{,}5$

***Figure 4.** Epures for the resulting dimensionless resistance force of the elementary circular knife $\Delta\bar{F}_{1d}$ (a) and its dimensionless moment $\Delta\bar{M}_d$ (б)*

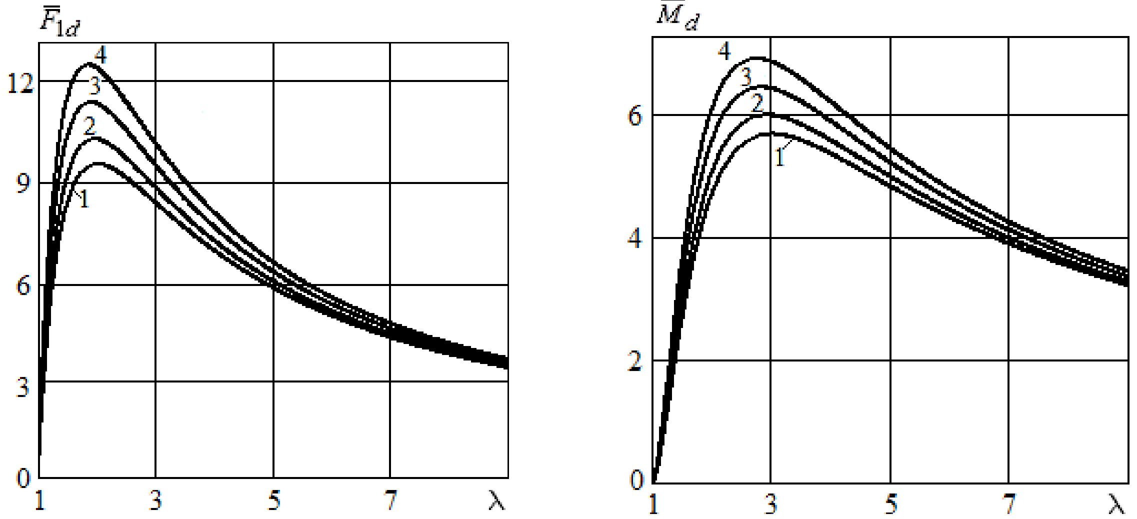


а б

Рисунок 5 – Эпюры результирующей безразмерной силы сопротивления элементарного дискового ножа $\Delta\overline{F}_{1d}$ (а) и ее безразмерного момента $\Delta\overline{M}_d$ (б)

($t_{\alpha\delta} = 0{,}12$; $k = -10$; $\varphi_н = 10°$; $e_{01} = 5$): 1 – $\lambda = 10$; 2 – $\lambda = 15$; 3 – $\lambda = 25$; 4 – $\lambda = 40$

***Figure 5.** Epures for the resulting dimensionless resistance force of the elementary circular knife $\Delta\bar{F}_{1d}$ (a) and its dimensionless moment $\Delta\bar{M}_d$ (б)*

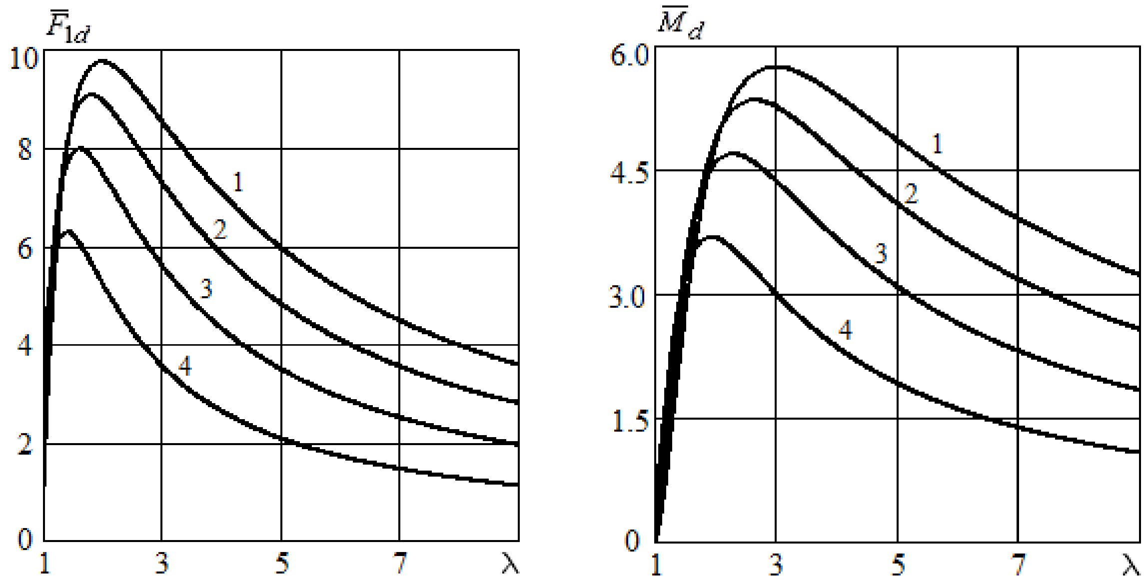


а б

Рисунок 6 – Зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа (а) и ее безразмерного момента (б) от λ *при различных значениях меры эластичности материала* e_{01}

$(t_{\alpha\delta} = 0{,}12;\ k = -10;\ \varphi_н = 10°;\ \varphi_к = 80°)$: *1* – $e_{01} = 3$; *2* – $e_{01} = 10$; *3* – $e_{01} = 20$; *4* – $e_{01} = 30$

Figure 6. Dependencies for the resulting dimensionless force of the disk knife (a) and its dimensionless moment (б) on λ *at various values of the elasticity measure for the material* e_{01}

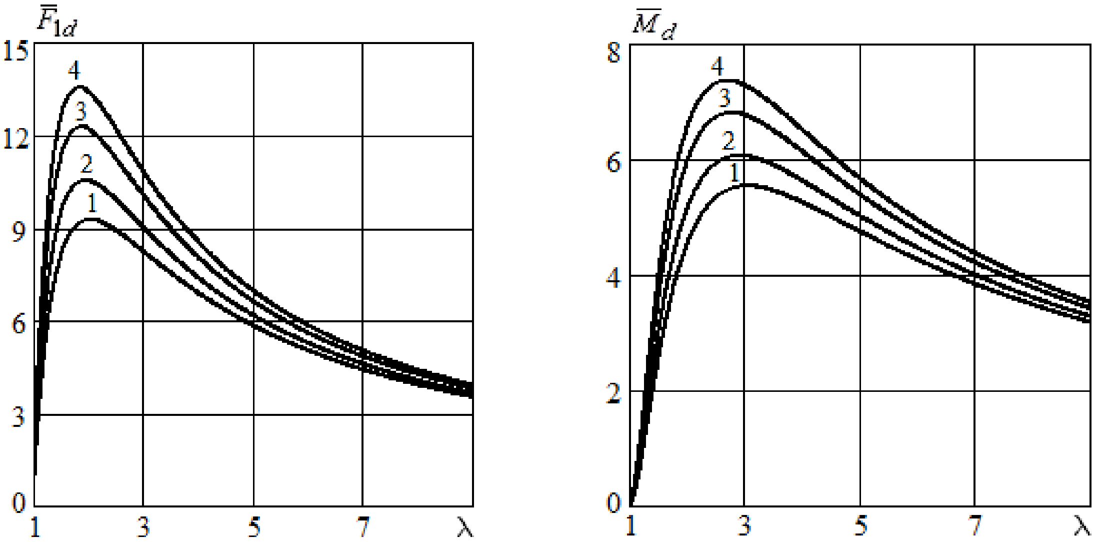


а б

Рисунок 7 – Зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа (а) и ее безразмерного момента (б) от λ *при различных значениях высоты разрезаемого образца* $(t_{\alpha\delta} = 0{,}12;\ k = -10;\ e_{01} = 5)$:

1 – $\varphi_н = 10°$; $\varphi_к = 80°$; *2* – $\varphi_н = 15°$; $\varphi_к = 70°$; *3* – $\varphi_н = 20°$; $\varphi_к = 60°$; *4* – $\varphi_н = 25°$; $\varphi_к = 50°$

Figure 7. Dependencies for the resulting dimensionless force of the disk knife (a) and its dimensionless moment (б) on λ *at various values of the thickness of the sample being cut*

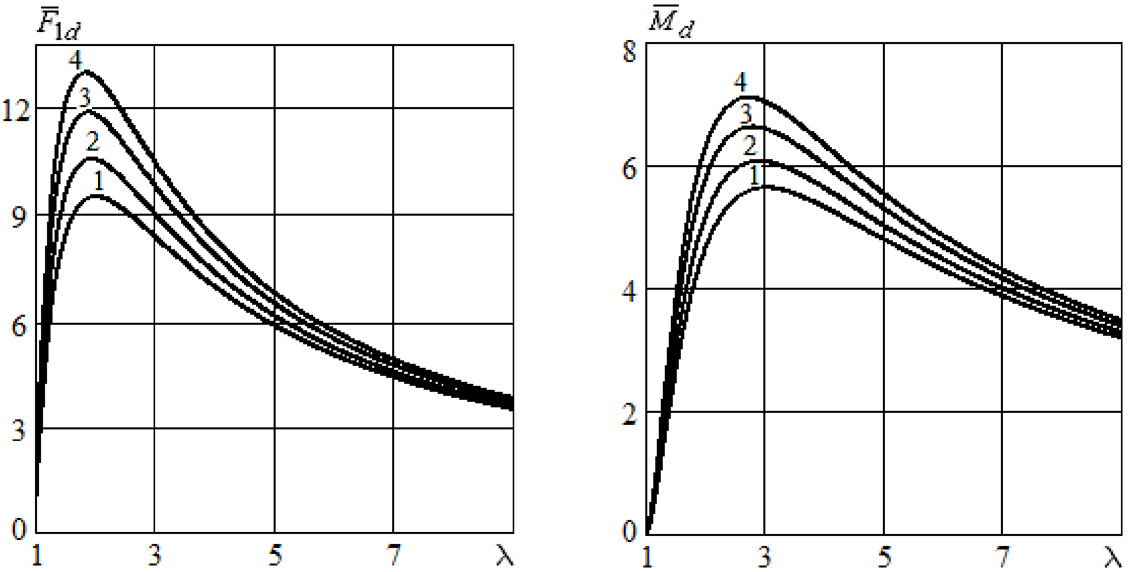


а б

Рисунок 8 – Зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа (а) и ее безразмерного момента (б) от λ *при различных значениях конструктивного параметра* $t_{\alpha\delta}$

$(k=-10;\ \varphi_н=10°;\ \varphi_к=80°;\ e_{01}=5)$ *: 1 –* $t_{\alpha\delta}=0,01$*; ; 2 –* $t_{\alpha\delta}=0,3$*; ; 3 –* $t_{\alpha\delta}=0,7$*; 4 –* $t_{\alpha\delta}=1,0$

Figure 8. – Dependencies for the resulting dimensionless force of the disk knife (a) and its dimensionless moment (б) on λ *at various values of the design parameter* $t_{\alpha\delta}$



а б

Рисунок 9 – Зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа (а) и ее безразмерного момента (б) от λ *при различных значениях параметра* k

$(t_{\alpha\delta}=0,12;\ \varphi_н=10°;\ \varphi_к=80°;\ e_{01}=5)$ *: 1 –* $k=-20$*; 2 –* $k=-4$*; 3 –* $k=-2$*; 4 –* $k=-1,4$

Figure 9. Dependencies for the resulting dimensionless force of the disk knife (a) and its dimensionless moment (б) on λ *at various values of the parameter k*

Обсуждение результатов

Рисунок 2 демонстрирует, что вертикальная и горизонтальная составляющие безразмерной силы сопротивления формы элементарного дискового ножа немонотонно зависят от угла поворота φ рассматриваемого элементарного ножа.

При определенных значениях угла поворота имеются максимумы указанных составляющих безразмерной силы. При $90° < \varphi < 180°$ значения горизонтальной составляющей силы являются отрицательными, то есть вектор указанной составляющей в данном диапазоне углов направлен противоположно соответствующей координатной оси.

Рисунок 2 показывает, что с увеличением безразмерного параметра λ вертикальная и горизонтальная составляющие безразмерной силы сопротивления формы существенно снижаются. С ростом λ значение угла φ, при котором достигается максимум вертикальной составляющей, стремится к $90°$, а значения угла φ, при которых достигаются локальные максимумы горизонтальной составляющей, стремятся к 45° и 135° соответственно.

Рисунки 3 и 4 иллюстрируют, что результирующая безразмерная сила сопротивления формы элементарного дискового ножа и безразмерный момент силы немонотонно зависят от угла поворота φ указанного ножа. С повышением λ указанная сила и момент силы существенно понижаются, а значение угла φ, при котором достигаются максимумы силы и момента стремится к 90°. Таким образом, при очень высоких значениях λ с точки зрения энергетических затрат на вредные сопротивления наименее выгодным является резание при подаче материала в диапазоне $60° < \varphi < 120°$, а наиболее выгодным – в диапазонах $5° < \varphi < 60°$; $120° < \varphi < 175°$. Как видно из рисунка 5, при малых значениях λ значения энергетически выгодных углов φ существенно смещаются и приблизительно находятся в диапазонах $5° < \varphi < 15°$; $55° < \varphi < 175°$. Установленные диапазоны наиболее выгодных углов резания имеют важное значение при проектировании режущих устройств рыбоперерабатывающих машин.

Рисунок 6 иллюстрирует, что зависимости результирующей безразмерной силы сопротивления формы дискового ножа и ее безразмерного момента от параметра λ являются немонотонными с явно выраженными максимумами. С повышением меры эластичности материала указанные сила и момент возрастают. Согласно рисунку 6 при значениях меры эластичности материала 3; 10; 20; 30 значения максимумов указанной безразмерной силы составляют 9,55; 10,28; 11,37; 12,45, а значения максимумов безразмерного момента составляют 5,66; 5,97; 6,42; 6,88, соответственно.

Рисунок 7 демонстрирует, что с уменьшением высоты материала результирующая безразмерная силы сопротивления формы дискового ножа и ее безразмерный момент существенно снижаются. Рисунок 8 показывает, что рост конструктивного параметра ножа $t_{\alpha\delta}$ приводит к заметному увеличению указанной силы и ее момента. При значениях параметра $t_{\alpha\delta}$ 0,01; 0,3; 0,7; 1,0 значения максимумов результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа составляют 9,28; 10,54; 12,27; 13,55, а значения максимумов ее безразмерного момента составляют 5,55; 6,07; 6,81; 7,37, соответственно.

Согласно рисунку 9 повышение параметра k, что имеет место, например, при увеличении скорости подачи материала, также приводит к росту рассматриваемой силы и ее момента. Согласно рисунку 9, при значениях параметра k –20; –4; –2; –1,4 значения максимумов результирующей безразмерной силы сопротивления дискового ножа составляют 9,50; 10,54; 11,85; 12,94, а значения максимумов ее безразмерного момента составляют 5,64; 6,07; 6,63; 7,11, соответственно.

Заключение

Исследован процесс резания пищевых материалов дисковым ножом. Проведена постановка и решение задачи по математическому моделированию сил сопротивлений при движении дискового ножа в материале. Предложено дифференциальное уравнение линии погружения элементарного ножа в материал в полярных координатах. Получено выражение для фактического угла резания дискового ножа. Исследованы скалярные поля изменения фактического угла резания, а также коэффициента скольжения элементарного ножа в зависимости от его угловой координаты.

На основе выражений для определения линий погружения элементарного ножа в материал разработаны математические модели для расчета сил вредных сопротивлений, действующих на дисковый нож, а также их моментов относительно оси вращения ножа.

Построены эпюры вертикальной и горизонтальной составляющих безразмерной силы сопротивления формы элементарного дискового ножа, а также эпюры результирующей силы сопротивления формы элементарного дискового ножа и ее момента.

Определены диапазоны наиболее энергетически выгодных углов резания, которые имеют существенное значение для ресурсосбережения при проектировании режущих устройств технологических машин.

На основе комплекса математических моделей установлены качественные и количественные зависимости эффективности процесса резания пищевых материалов от структурно-реологических свойств сырья, параметров ножа, вида резания и скорости обработки. Установленные закономерности позволяют научно обоснованно определять конструктивное исполнение режущих приспособлений перерабатывающего оборудования с целью повышения энергоэффективности машин и сокращения потерь.

Литература/ References

1. Naumov V.A., Ageev O.V., Fatykhov Yu.A. Simulation of an elementary knife immersion depth into a material at cutting of fish. *Processes and Food Production Equipment*. 2017, no. 2, pp. 18–28. (*In Russian*)
2. Schuldt S., Schneider Y., Rohm H. High-speed cutting of foods: Cutting behavior and initial cutting forces. *Journal of Food Engineering*. 2018, no. 230, pp. 55–62.
3. Schuldt S., Arnold G., Kowalewski J., Schneider Y., Rohm H. Analysis of the sharpness of blades for food cutting. *Journal of Food Engineering*. 2016, no. 188, pp. 13–20.
4. Boisly M., Schuldt S., Kaestner M.G, Schneider Y., Rohm H. Experimental characterisation and numerical modelling of cutting processes in viscoelastic solids. *Journal of Food Engineering*. 2016, no. 191, pp. 1–9.
5. Atkins T. Prediction of sticking and sliding lengths on the rake faces of tools using cutting forces. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015, no. 91, pp. 33–45.
6. Atkins T. Optimum blade configurations for the cutting of soft solids. *Engineering Fracture Mechanics*. 2006, no. 73, pp. 2523–2531.
7. Spagnoli A., Brighenti R., Terzano M., Artoni F. Cutting resistance of soft materials: Effects of blade inclination and friction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2019, no. 101, pp. 200–206.
8. Spagnoli A., Terzano M., Brighenti R., Artoni F., Ståhle P. The fracture mechanics in cutting: A comparative study on hard and soft polymeric materials. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2018, no. 148, pp. 554–564.
9. Voloski F.L.S., Tonello L., Ramires T., Reta G.G., Dewes C., Iglesias M., Mondadori R.G., Gandra E.A., da Silva W.P., Duval E.H. Influence of cutting and deboning operations on the microbiological quality and shelf life of buffalo meat. *Meat Science*. 2016, no. 116, pp. 207–212.
10. Mehta N.K., Nayak B.B. Bio-chemical composition, functional, and rheological properties of fresh meat from fish, squid, and shrimp: A comparative study. *International Journal of Food Properties*. 2017, no. 20, pp. 707–721.
11. Vandenberghe E., Charalambides M.N., Mohammed I.K., Ketelaere B.D., Baerdemaeker J.D., Claes J. Determination of a critical stress and distance criterion for crack propagation in cutting models of cheese. *Journal of Food Engineering*. 2017, no. 208, pp. 1–10.
12. Holl H.J., Meindlhumer M., Simader V., Schnurer D., Brandl A. Experimental investigation of friction reduction by superimposed vibrations. *Materials Today: Proceedings*. 2018, no. 5, pp. 26615–26621.
13. Karltun J., Vogel K., Bergstrand M., Eklund J. Maintaining knife sharpness in industrial meat cutting: A matter of knife or meat cutter ability. *Applied Ergonomics*. 2016, no. 56, pp. 92–100.
14. Zhou X.P., Fu L., Ju W., Berto F. An experimental study of the mechanical and fracturing behavior in PMMA specimen containing multiple 3D embedded flaws under uniaxial compression. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics,* 2019, no. 101, pp. 207–216.
15. Kasperowicz M.B., Chomka G.P., Bil T. Determination of supply pressure during cutting fish using high-pressure water stream taking into account the cutting place and diameter of the water nozzle. *International Journal of Food Engineering*. 2019, V. 16, Is. 3, pp. 814–825.
16. Wilson A., Anukiruthika T., Moses J.A. et al. Customized shapes for chicken meat–based products: feasibility study on 3D-printed nuggets. *Food and Bioprocess Technology*. 2020, no. 13, pp. 1968–1983.
17. Nelson H., Deyo S., Granzier-Nakajima S. et al. A mathematical model for meat cooking. *The European Physical Journal Plus*. 2020, no. 135, p. 322
18. Malakizadi A., Hosseinkhani K., Mariano E. et al. Influence of friction models on FE simulation results of orthogonal cutting process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2017, no. 88, pp. 3217–3232.
19. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov J.A. Mathematical modeling of the resistance force of the profile of a flat-back knife. *Journal of Friction and Wear*. 2019, V. 40, no. 6, pp. 580–587.
20. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Mathematical simulation of deformation friction force of knife with different parameters of roughness during fish cutting. *Kaliningrad State Technical University News*. 2019, no. 54, pp. 77–90. (*In Russian*)

21. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A. Mathematical simulation of effective resistance forces during cutting of chilled food products. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2020, no. 3, pp. 70–82. (*In Russian*)
22. Ageev O.V., Dowgiałło A., Sterczyńska M., Piepiórka-Stepuk J., Giurgiulescu L., Janowicz M., Jakubowski M. Experimental characterization and mathematical modeling of fracture and friction resistance forces during tuna cutting. *Journal of Food Engineering*. 2021, no. 307, 110648.

Информация об авторах
Олег Вячеславович Агеев – канд. техн. наук, доцент кафедры инжиниринга технологического оборудования
Наталья Владимировна Самойлова – преподаватель-исследователь
Владимир Аркадьевич Наумов – д-р техн. наук, профессор кафедры техносферной безопасности и природообустройства
Юрий Адгамович Фатыхов – д-р техн. наук, профессор, завкафедрой инжиниринга технологического оборудования
Олег Александрович Зубков – аспирант кафедры инжиниринга технологического оборудования

Information about the authors
Oleg V. Ageev, Ph. D., Associate Professor of the Department of Processing Equipment Engineering
Natalia V. Samojlova, Assistant-Researcher
Vladimir A. Naumov, D. Sc., Professor of the Department of Technosphere Safety and Environmental Engineering
Yuri A. Fatykhov, D. Sc., Professor, Chairman of the Department of Processing Equipment Engineering
Oleg A. Zubkov, Postgraduate Student of the Department of Processing Equipment Engineering

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests

Статья поступила в редакцию 10.11.2021 | *The article was submitted 10.11.2021*
Одобрена после рецензирования 09.12.2021 | *Approved after reviewing 09.12.2021*
Принята к публикации 10.12.2021 | *Accepted for publication 10.12.2021*