

## Решение задачи нагрева колбасных изделий в электромагнитном поле сверхвысоких частот

Д.т.н. Б.А. Вороненко, аспирант В.М. Савватеев

*Поставлена и решена задача нагрева колбасных изделий в электромагнитном поле сверхвысоких частот в виде аналитического решения краевой задачи совместного теплопереноса для тела основной геометрической формы – неограниченного цилиндра – при условиях его теплоизоляции и постоянного теплового потока на границе.*

Ключевые слова: колбасы, сверхвысокие частоты, нагрев, аналитическое решение.

В работе [1] на основе физических предпосылок были получены адекватные экспериментальным данным формулы для определения глубин проникновения напряженности и удельной мощности электромагнитного поля сверхвысоких частот внутрь полупроводников и реальных диэлектриков. Было показано, что распределение энергии электромагнитного поля сверхвысоких частот в различных пищевых продуктах (например, в таких, как говядина, свинина, баранина, хек, треска, картофель, яблоки и др.) может быть описано параболическим законом, что позволило решить краевую задачу нагрева указанных тел в этом поле.

В настоящей работе решается задача совместного тепло- и массопереноса в колбасных изделиях при СВЧ-нагреве.

Математически искомая задача может быть сформулирована следующим образом.

Требуется решить систему дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих взаимосвязанный тепло- и массоперенос [2] в капиллярно-пористом теле цилиндрической формы бесконечной длины, с учетом непрерывно действующего источника теплоты внутри тела

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a_q \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho}{c_q} \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial \tau} + \frac{w_0}{c_q \gamma} (1 - br^2), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(r, \tau)}{\partial \tau} = a_m \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u(r, \tau)}{\partial r} \right) + a_m \delta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$(t > 0, 0 < r < r)$$

при следующих краевых условиях:

$$t(r, 0) = f(r); \quad (3)$$

$$u(r, 0) = \varphi(r); \quad (4)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = \frac{\partial u(0, \tau)}{\partial r} = 0; t(0, \tau) < \infty; u(0, \tau) < \infty; \quad (5)$$

$$\frac{\partial u(0, \tau)}{\partial r} + \delta \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (6)$$

$$-\lambda_q \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + q(\tau) = 0 \quad (7)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$t(r, \tau)$  – температура тела (колбасного изделия);

$u(r, \tau)$  – влагосодержание тела;

$r$  – координата;  $R$  – радиус поперечного сечения цилиндра;

$\tau$  – время;

$a_q$  – коэффициент температуропроводности;

$\varepsilon$  – коэффициент фазового превращения жидкости в пар или пара в жидкость ( $0 < \varepsilon < 1$ ; если  $\varepsilon = 0$ , то перенос влаги происходит в виде жидкости; если  $\varepsilon = 1$ , то перенос влаги происходит в виде пара);

$\rho$  – удельная теплота фазового превращения;

$c_q$  – удельная теплоемкость материала;

$\gamma$  – плотность тела;

$a_m$  – коэффициент потенциало-(влаго-) проводности;

$\delta$  – термоградиентный коэффициент;

$\lambda_q$  – коэффициент теплопроводности тела.

СВЧ-энергия проникает в материал лишь на определенную глубину, вследствие чего внутренние слои тела нагреваются путем теплопроводности при непрерывно действующем источнике теплоты  $w(r) = w_0(1-br^2)$ , где  $w_0$  – мощность источника на поверхности тела,  $b = \frac{1}{\lambda_{np}^2}$ ,  $\lambda_{np}$  – предельная глубина

проникновения СВЧ- энергии.

Уравнение (1) – уравнение теплопереноса; уравнение (2) – уравнение влагопереноса.

Равенства (3) и (4) описывают распределение полей температуры и влагосодержания в момент начала процесса нагрева; принимаем начальное распределение температуры  $f(r)$  и влагосодержания  $\varphi(r)$  равномерными, т.е.  $f(r) = t_0 = \text{const}$ ,  $\varphi(r) = u_0 = \text{const}$ .

Уравнения и неравенства (5) – условия симметрии и физической ограниченности искомых величин (температуры и влагосодержания), (6) – условие влагоизоляции.

Уравнение (7) – граничное условие второго рода; плотность теплового потока примем постоянным:

$$q(\tau) = q = \text{const}.$$

Аналитическое решение краевой задачи (1) – (7), то есть распределение полей температуры и влагосодержания, получено методом интегрального преобразования Лапласа. Приведем ввиду громоздкости решение только для температуры (в безразмерной форме), что является основным в данной задаче:

$$T(X, Fo) = \Phi_1 + \frac{2}{v_2 - Nv_1} \left( \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m J_0(v_1 \mu_m X) \cdot \exp(-\mu_m^2 Fo) - \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n J_0(v_2 \mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) + \frac{1}{64} \Phi_2 \right) \quad (8)$$

где

$$T(X, Fo) = \frac{t(r, \tau) - t_0}{t_0} - \text{безразмерная температура;}$$

$$X = \frac{r}{R} - \text{безразмерная координата;}$$

$$B = bR^2;$$

$$Fo = \frac{a_q \tau}{R^2} - \text{число Фурье;}$$

$$Lu = \frac{a_m}{a_q} - \text{число Лыкова;}$$

$$Ko = \frac{\rho u_0}{c_q t_0} - \text{число Коссовича;}$$

$$Po = \frac{w_0 R^2}{\lambda_q t_0} - \text{число Померанцева;}$$

$$Ki = \frac{qR}{\lambda_q t_0} - \text{число Кирпичева;}$$

$$Pn = \frac{\delta t_0}{u_0} - \text{число Поснова;}$$

$$Fe = \varepsilon Ko Pn - \text{число Федорова;}$$

$\mu_m$  – последовательные положительные корни характеристического уравнения

$$J_1(v_1 \mu) = 0; \quad (9)$$

$\mu_n$  – последовательные положительные корни характеристического уравнения

$$J_1(v_2 \mu) = 0; \quad (10)$$

$J_0(z)$  и  $J_1(z)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно; корни (нули) уравнений (9) и (10) можно найти в [3] и [4];

$$\Phi_1 = Fo Po (1 - BX^2 - 2B(FeLu + 1)Fo);$$

$$\Phi_2 = (a_1 v_1^3 - a_2 v_2^3) X^4 + 16 \left( \frac{1}{v_1^2} \left( Fo - \frac{KiN}{a_1} - \frac{v_1^2}{8} \right) - \frac{1}{v_2^2} \left( Fo - \frac{Ki}{a_2} + \frac{v_2^2}{8} \right) \right) X^2 +$$

$$+ 8Ki \left( \frac{N}{a_1 v_1^2} - \frac{1}{a_2 v_2^2} \right) - 8Fo \left( \frac{1}{v_1^2} \left( \frac{8KiN}{a_1 v_1^2} + 1 \right) - \frac{1}{v_2^2} \left( \frac{8Ki}{a_2 v_2^2} + 1 \right) \right) + 32Fo^2 \left( \frac{1}{v_1^4} - \frac{1}{v_2^4} \right);$$

$$a_1 = 2B Po (Fe v_2 - N); \quad a_2 = 2B Po (Fe v_1 - 1);$$

$$v_i^2 = (\alpha + (-1)^i) \sqrt{\alpha^2 - \frac{4}{Lu}}, \quad (i=1,2),$$

$$\alpha = 1 + Fe + \frac{1}{Lu};$$

$$N = \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{1 - v_2^2}{1 - v_1^2};$$

$$\Phi_m = \frac{2BF_e P_o v_2 + (K i \mu_m^2 - 2BP_o)N}{v_1 \mu_m^4 J_0(v_1 \mu_m)};$$

$$\Phi_n = \frac{2BF_e P_o v_2 + K i \mu_n^2 - 2BP_o}{v_2 \mu_n^4 J_0(v_2 \mu_n)}.$$

## **Выводы**

Поставлена и решена задача нагрева колбасных изделий в электромагнитном поле сверхвысоких частот в виде аналитического решения краевой задачи совместного тепломассопереноса для тела основной геометрической формы – неограниченного цилиндра – при условиях его теплоизоляции и постоянного теплового потока на границе.

После экспериментальной проверки, компьютерного исследования, анализа и возможного упрощения полученного аналитического решения разработанная математическая модель может быть рекомендована для инженерных расчетов и может послужить основой для оптимизации тепловой обработки колбасных изделий.

## **Список литературы**

1. Белобородов В.В., Вороненко Б.А. Решение задачи нагрева тел в электромагнитном поле сверхвысоких частот.//Журнал прикладной химии АН СССР, «Наука» – Ленинградское отделение, №10, 1984.– С.2276 – 2282.
2. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. –М. –Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 536 с.
3. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М.: «Наука», 1968. – 344 с.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.