УДК663/664

Моделирование процесса радиационно-конвективной сушки пищевых материалов

Вороненко Б.А., Демидов С.Ф., Иваненко В.П*., Крысин А.Г*., ПеленкоВ.В., Усманов И.И. valdurtera@rambler.ru

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий,
Санкт-Петербургский торгово-экономический институт*

В настоящее время для расчета массообменных процессов при сушке пищевых материалов широко применяются методы теории подобия. В работе приведена система совместных дифференциальных уравнений тепло - и массопереноса из анализа которой выявлены определяемый и определяющие критерии. Используя экспериментальные данные, получены числовые параметры степенного критериального уравнения, адекватно описывающего процесс конвективно-радиационной осушки поверхностной влаги кураги.

Ключевые слова: тепломассоперенос, конвективно-радиационная сушка, пограничный слой, диффузия, критериальное уравнение, автомодельность.

Вопрос математического моделирования процесса осушки поверхностной влаги пищевых материалов после товарной обработки является актуальным, так как определяет сроки их длительного хранения.

При испарении жидкости с поверхности капиллярно-пористого тела имеют место три случая [3]:

Поверхность тела покрыта сплошным слоем влаги (внешняя задача). В этом случае процесс массоуноса аналогичен испарению со свободной поверхности жидкости. При дополнительном подводе ИК-энергии скорость массоуноса не остается постоянной, как в классическом случае, а возрастает пропорционально величине поглощаемой мощности ИК-излучения. В связи с этим, данный период будем называть периодом условно постоянной скорости осушки.

Очаговое испарение, при котором процесс массоуноса происходит частично со свободной смоченной поверхности, а частично с осушенной, когда уровень жидкости в капиллярах совпадает с видимой геометрической поверхностью тела.

Поверхность испарения перемещается внутрь, в глубину материала с образованием прослойки, представляющей собой дополнительное сопротивление переносу теплоты и вещества изнутри продукта (внутренняя задача).

Таким образом, общая задача моделирования процессов тепломассопереноса при конвективной осушке продуктов с дополнительным подводом ИК-энергии, состоит из двух составляющих.

Первая математическая модель (внешняя задача) описывает период условно постоянной скорости осушки и связан с уносом свободной влаги с поверхности кураги до достижения ею воздушно-сухого равновесного состояния.

Вторая математическая модель описывает период убывающей скорости сушки, когда фронт испарения влаги проникает внутрь продукта.

Такой подход наиболее приемлем, так как в массе находящегося в аппарате материала присутствуют объекты, обрабатывающиеся в режиме как первого, так и второго периода одновременно [1,3].

В качестве модели единичного плода кураги принят плоский диск диаметром D и толщиной 2R. Ось X ориентирована вдоль поверхности, а Z перпендикулярна поверхности плода. Начало координатной системы выбрано на оси симметрии поперечного сечения плода.

I. Период условно постоянной скорости сушки

В этот период влажный материал-курага содержит как связанную (гигроскопическую), так и свободную влагу и поэтому носит название мокрого или сырого материала. Задача осушки сводится к внешней - к удалению свободной влаги.

При обтекании поверхности кураги потоком теплоносителя, в пограничном слое возникают градиенты скорости, температуры и влагосодержания. Дифференциальные уравнения переноса для теплоносителя могут быть записаны в следующем виде [2,3].

Уравнение переноса массы:

$$\frac{\partial U_T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial U_T}{\partial x} + V_z \frac{\partial U_T}{\partial z} = a_m^T\left(\frac{\partial^2 U_T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_T}{\partial x^2}\right) + a_m^T \delta_T \left(\frac{\partial^2 t_T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 t_T}{\partial x^2}\right), \qquad (1)$$

где:

$U_T = \frac{G_{\hat{a}\ddot{e}}}{G_c}$ - удельное влагосодержание теплоносителя;

V_x – продольная скорость обтекания плода кураги (пластины), $\frac{м}{с}$;

x – продольная координата, м;

z – поперечная координата, нормальная к поверхности кураги, м;

V_z – компонента скорости, нормальная к поверхности кураги, $\frac{м}{с}$;

a_m^T - коэффициент массопроводности (диффузии), $\frac{м^2}{с}$;

δ_T - термоградиентный коэффициент, $К^{-1}$;

t_T - температура теплоносителя, К;

$G_{вл}$, G_c – масса влаги и сухого воздуха, кг.

Уравнение переноса теплоты:

$$\frac{\partial t_T}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial t_T}{\partial x} + V_z \frac{\partial t_T}{\partial z} = a_T \left(\frac{\partial^2 t_T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 t_T}{\partial x^2} \right) + \frac{\varepsilon \cdot r}{c_T} \frac{\partial U_T}{\partial \tau} + \frac{q}{c_T \rho_T} \qquad (2)$$

где:

a_T – коэффициент температуропроводности, $\frac{м^2}{с}$;

ρ_T - плотность теплоносителя, $\frac{кг}{м^3}$;

c_T – удельная теплоемкость, $\frac{Дж}{кг \cdot К}$;

q – объемная мощность инфракрасного (ИК) излучения, $\frac{Вт}{м^3}$;

r – удельная теплота испарения воды, $\frac{Дж}{кг}$;

ε - коэффициент фазового перехода.

Следует отметить, что в работе [4] показано весьма слабое влияние фактора поперечного потока массы на процессы тепло- и массообмена в процессах испарения. Таким образом, в уравнениях (1) и (2) можно положить:

$$V_z \frac{\partial U_T}{\partial z} = 0; \quad V_z \frac{\partial t_T}{\partial z} = 0.$$

В период условно постоянной скорости сушки (внешняя задача) могут быть записаны уравнения сохранения энергии и массы для осушаемого объекта.

Плотность потока массы определяется механизмом перемещения влаги внутри материала в виде пара или жидкости (влагопроводность, термовлагопроводность, бародиффузия) и механизмом перемещения влаги с поверхности материала в окружающую среду через пограничный слой при естественной или вынужденной конвекции, а так же энергетикой испарения (удельная теплота испарения, структура, размер и форма капилляров, энергия связи влаги).

Общее выражение для плотности потока влаги в капиллярно-пористом теле (в направлении оси Z) записывается [4] в виде соотношения:

$$j= -a_m \rho_o \nabla U - a_m^t \rho_o \nabla t - a_m^p \rho_o \nabla P,$$

где:

ρ_o - плотность влаги, $\frac{кг}{м^3}$;

a_m- коэффициент диффузии, $\frac{м^2}{с}$;

a_m^t - коэффициент термодиффузии, $\frac{м^2}{с} \cdot \frac{1}{К}$;

a_m^p - коэффициент бародиффузии, $\frac{м^2}{с} \cdot \frac{1}{Па}$;

$|\nabla U| = \frac{\partial U}{\partial z}$ - градиент влагосодержания, $\frac{1}{м}$;

$|\nabla t| = \frac{\partial t}{\partial z}$ - градиент температуры, $\frac{К}{м}$;

$|\nabla P| = \frac{\partial p}{\partial z}$ - градиент давления, $\frac{Па}{м}$.

При этом необходимо иметь в виду следующие обстоятельства:

Так как температура теплоносителя в реальных условиях составляет величину менее 80^{o}C, то явлением бародиффузии пренебрегаем [4].

По результатам экспериментальных исследований изменение температуры поверхности осушаемого образца составляет величину около 7 ^{o}C, в связи с чем компоненту термовлагопроводности можно также опустить.

В таком случае уравнение сохранения массы для образца может быть записано в форме уравнения (1), а уравнение сохранения энергии для осушаемого плоского двумерного объекта, в условиях пренебрежения термическим сопротивлением тонкой пленки влаги, может быть записано в классическом виде [2,6]:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) + \frac{\varepsilon r}{c} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{q}{c\rho}, \tag{3}$$

где ρ – плотность материла кураги, $\frac{кг}{м^3}$.

Для решения уравнений (1), (2), (3) тепломассопереноса в первом периоде сушки необходимо сформировать условия однозначности – краевые условия.

В наиболее общем виде такие условия приведены в работе [6].

Для нашего случая, с учетом фазового перехода при испарении воды со свободной поверхности, граничные условия третьего рода для уравнений (1) и (2) примут вид:

$$\lambda_m \cdot \delta_T \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_{\text{ï}} + \lambda_m \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{\text{ï}} = \beta\, \rho_{\hat{\imath}}\ (U_{\text{п}}\text{-}U_{\text{т}}), \quad (4)$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_{\text{п}} + \alpha\,(t_T\text{-}t_{\text{п}}) = \beta\, r\, \rho_{\hat{\imath}}\ \varepsilon\, (U_{\text{п}}\text{-}U_{\text{т}}), \quad (5)$$

где

$\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_{\text{п}}$ – поток теплоты за счет теплопроводности;

$\alpha\,(t_T\text{-}t_{\text{п}})$ – поток теплоты за счет теплообмена;

$\beta\, r \rho_{\hat{\imath}}\ \varepsilon(U_{\text{п}}\text{-}U_{\text{т}})$ – поток теплоты за счет испарения;

$\beta\, \rho_{\hat{\imath}}\ (U_{\text{п}}\text{-}U_{\text{т}})$ – поток массы испаряющейся влаги;

$\lambda_m \cdot \delta_T \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_{\text{ï}}$ - поток массы, испаряющейся за счет термовлагопроводности;

$\lambda_m \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)_{\text{ï}}$ - поток массы, испаряющейся за счет влагопроводности (диффузии);

λ - коэффициент теплопроводности, $\frac{Вт}{м \cdot K}$;

α - коэффициент теплоотдачи, $\frac{Вт}{м^2 K}$;

ρ_o - плотность влаги, $\frac{кг}{м^3}$;

β - коэффициент массоотдачи, $\frac{м}{с}$;

λ_m - коэффициент массопроводности, $\frac{кг}{м \cdot с}$.

Начальные условия записываются в следующем виде:

$$t\,(R,0) = t_{\text{п}} = const;\ U(R;0)=U_{\text{т}}\ ,$$

здесь:

$\pm R$ – координаты Z для верхней и нижней поверхности кураги при толщине плода 2R;

п – индекс для поверхности плода кураги.

Следует отметить, что граничные условия 3 рода для уравнения (3) при указанном способе осушки кураги записываются в форме уравнения (5).

Начальные условия записываются в следующем виде:

$$t\,(R,0) = t_{\text{п}} = const; \quad U(R;0)=U_{\text{г}}\,, \tag{6}$$

где $U_{\text{г}}$ - гигроскопическое влагосодержание материала кураги.

II. Период убывающей скорости сушки

Необходимость рассмотрения этой фазы процесса осушки обусловлена, как отмечалось ранее, наличием объектов находящихся в стадии не только первого, но и второго периода - убывающей скорости сушки [1,3], когда фронт испарения проник внутрь материала по координате z.

Во втором периоде сушки удаляется гигроскопическая (связанная) влага, ввиду того, что вся свободная влага с поверхности материала удалена.

Таким образом, в условиях пренебрежения бародиффузией [4], движущей силой процесса массоуноса является градиент влагосодержания и температуры.

В этом случае совместная система уравнений тепло- и массопереноса записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) + a_m \delta_{\grave{i}}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right), \tag{7}$$

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right) + \varepsilon r \rho \frac{\partial U}{\partial \tau} + q\,, \tag{8}$$

где:

ρ – плотность материала кураги, $\frac{кг}{м^3}$;

$\delta_{\grave{i}}$ - термоградиентный коэффициент для материала кураги, 1/К.

В начальный момент времени температуру $t_{\text{н}}$ и влагосодержание $U_o(t)$ материала кураги принимаем постоянными:

$$t\,(z,0) = t_{\text{н}} = const, \tag{9}$$

$$U(z;0)=U_o(t) = const\,, \tag{10}$$

При этом следует иметь в виду, что $U_o(t)$ – гигроскопическое влагосодержание материала, установившееся к моменту окончания осушки свободной влаги с поверхности кураги.

Граничные условия могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial t(0,\tau)}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial U(0,\tau)}{\partial z} = 0, \tag{11}$$

$$t(\pm R, \tau) = t_o + a(v)\, e^{\frac{-b(v)}{\tau}} + c(\varphi)\, e^{-\frac{m(\varphi)}{\tau}}, \tag{12}$$

$$a_m \rho_o \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)\Big|_{z=\pm R} + a_m \rho_o\, \delta\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)\Big|_{z=\pm R} + \beta\, \rho_o\, \varepsilon\, (U_{\text{п}} - U_{\text{т}}) = 0, \tag{13}$$

где:

$a_m \rho_o \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)|_{z=\pm R}$ – диффузионный поток массы с поверхности кураги;

$a_m \rho_o \delta \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)|_{z=\pm R}$ – поток массы за счет термовлагопроводности;

$\beta \rho_o \varepsilon (U_п - U_т)$ – поток массы за счет массообмена;

φ – относительная влажность теплоносителя;

a(v), b(v), c(φ), m(φ) – эмпирические коэффициенты.

Поставленная задача (1)-(13) не может быть решена аналитически без существенного упрощения в связи с математическими трудностями, обусловленными как нелинейностью, так и переменностью коэффициентов переноса[6,1,2].Поэтому следующим этапом реализации искомого решения целесообразно выбрать переход к критериальным уравнениям[3,7,8].

В настоящей работе при переходе к уравнениям подобия рассмотрен период условно постоянной скорости осушки.

Преобразуя полученные дифференциальные уравнения (1), (2) и краевые условия (4), (5) к безразмерному виду и принимая в качестве определяемого критерий Нуссельта, связанная система уравнений подобия совместного тепломассопереноса для момента времени, соответствующего максимальной разности движущих потенциалов, преобразуется к следующему обобщенному виду:

$$\begin{cases} Nu_д = f_1(Pn, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, Ko, Po, Gu, D^*/H, D^*/L) \\ Nu = f_2(Pn, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, Ko, Po, Gu, D^*/H, D^*/L) \end{cases} \quad (14)$$

где:

Re – критерий Рейнольдса,

Pr – критерий Прандтля.

Pn – критерий Поснова,

Ko – критерий Коссовича,

Po – критерий Померанцева,

$Nu_д$ – критерий Нуссельта диффузионный,

Gu – критерий Гухмана,

D*/H, D*/L – геометрические симплексы,

D* – эквивалентный диаметр насадки,

L – длина обтекания плода,

H – толщина слоя кураги в насадке.

Определение конкретных значений параметров функций f_1 и f_2 требует осуществления серии экспериментов. Такие экспериментальные исследования были проведены и их обработка позволила получить следующие критериальные уравнения.

Среднее значение безразмерного коэффициента массообмена для одиночного плода кураги в безграничной среде определяется соотношением:

$$Nu=338\ Po^{0,719}Re^{0,522}Gu^{0,541}. \tag{15}$$

Для неупорядоченной насадки:

$$Nu=588\ Po^{0,719}Re^{0,522}Gu^{0,541}(D^*/H)^{0,53}(D^*/L)^{0,351}. \tag{16}$$

Отсутствие в полученных уравнениях критериев Ko, Pn и Pr обусловлено их вырождением в связи с физической и формальной автомодельностью процесса осушки относительно указанных чисел подобия[8].

Приведенные уравнения описывают экспериментальные данные с погрешностью менее 20% в диапазоне температур теплоносителя (293-373) К, скоростей потока (0,9-3,5) м/с, мощности ИК-излучения (0-700) Вт/м2.

Список литературы

1. В.Е.Куцакова. Исследование процесса сушки полидисперсных материалов в барабанном агрегате. Сборник материалов по интенсификации технологических процессов и комплексной механизации и автоматизации пищевых производств. Труды научной конференции. Л.: ЛТИХП, 1971, стр. 59-70.
2. В.Б.Коган, А.Д.Волков. Процессы и аппараты целлюлозно-бумажной промышленности. Учебное пособие для вузов.-М.: Лесная промышленность, 1980.- 576 с.
3. А.В.Лыков. Тепломассообмен: (Спарвочник).- М.: Энергия, 1978. – 480 с.
4. А.В.Лыков. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. – 471с.
5. А.А.Померанцев. Курс лекций по теории тепло-массообмена.-М.: Высш. шк., 1965.- 351с.
6. А.В.Лыков, Ю.А.Михайлов. Теория тепло- и массопереноса.- М.-Л.:, Госэнергоиздат, 1963.-535с.
7. В.Каст, О.Кришер, Г.Райнике, К.Винтермантель. Конвективный тепло- и массоперенос. Пер. с нем.- М.: Энергия, 1980.- 49с.
8. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепломассообмена. М., «Высш. Школа», 1974.- 328с.

Simulated radiation-convection drying of food materials

Voronenko B.A., Demidov S.F., Ivanenko V.P., Krysin A.G., Pelenko V.V., Usmanov I.I. valdurtera@rambler.ru

Saint-Petersburg State University of Refrigeration
and Food Engineering
Saint-Petersburg Institute of Trade and Management

At the present time similarity theory approach is commonly used to calculate mass transfer during drying food materials. The paper produces a system of compatible differential equations of heat and mass transfer, its analysis making it possible to reveal both determinate and determinant criteria. Experimental data were used to obtain numerical parameters of the exponential criterion that may adequately describe the process of surface radiation-convection drying of dried apricots.

Keywords: heat and mass transfer, convection-radiation drying, boundary layer, diffusion, criterial equation.