

УДК 664.871.335.5

Математическое моделирование течения неньютоновской жидкости в зазоре вращающихся валков и методика расчета энергосиловых параметров раскатки теста

Андреев А.Н., andreevanatoly@yandex.ru.

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных
и пищевых технологий

Выполнено математическое моделирование течения неньютоновской жидкости в зазоре вращающихся валков. Предложена методика расчета энергосиловых параметров раскатки теста на тестораскаточной машине, учитывающая параметры валков, режимы обработки, реологические свойства теста, что позволяет уменьшить количества потребляемой энергии, повысить производительность, снизить потери сырья.

Ключевые слова: неньютоновская жидкость, гидродинамическая теория, раскатка, энергосиловые параметры

Mathematical modeling of non-Newtonian fluid in the gap of the rotating rolls and the method of calculating the energy-power parameters pasta

Andreev AN, andreevanatoly@yandex.ru.

Saint-Petersburg state university of refrigeration and food engineering

Mathematical simulation of the flow of non-Newtonian fluid in the gap of the rotating rolls. The technique of calculating the energy-power parameters for pasta dough sheeter, which takes into account the parameters of the rolls, cutting data, the rheological properties of dough, thereby reducing energy demand, increase productivity, reduce losses of raw materials.

Keywords: non-Newtonian fluid, the hydrodynamic theory, reeling out, energy-power parameters

Для развития производства мучных изделий необходимо направить научно-технический потенциал России на эффективное использование отечественного сырья, разработку и внедрение энерго-, ресурсосберегающих и безотходных технологий, высокоэффективной техники, создание пищевых продуктов нового поколения. Для разработки тестоформирующего оборудования и реализации на нем более совершенной технологии необходимо научно обоснованная методика расчета рабочих процессов, протекающих в машинах, с учетом реологических свойств и поведения обрабатываемого полуфабриката. Как показали многочисленные исследования, многие пищевые массы, в том числе пшеничное тесто, относятся к неньютоновским жидкостям, деформационное поведение которых можно приблизительно описать по определенному закону[1,2,3].

Для описание течения неньютоновской жидкости в зазоре вращающихся валков большое развитие получила гидродинамическая теория в области переработки полимерных материалов и пищевых масс, благодаря исследованиям Р.В. Торнера, Н.В. Тябина, В.Н. Красовского, Р.Г. Мирзоева, В.В. Богданова, Мак-Келви, У.Л. Уилкинсона, О. Г. Лунина, Ю. А. Мачихина, С.А. Мачихина, В.А.Арета, В. А. Панфилова и др.

Ранее нами было установлено, что слоеное тесто может быть отнесено к псевдопластичным телам, течение которых описывается степенным законом Оствальда [2]. На основании этого для описания процесса раскатки теста в зазоре между валками использовали гидродинамическую теорию каландрования псевдопластичной жидкости, которая позволяет установить количественные зависимости между геометрическими характеристиками рабочего пространства (зазора), свойствами материала и режимом обработки [4].

Рассмотрим задачу деформирования неньютоновской псевдопластичной жидкости между валками, вращающихся с одинаковой угловой скоростью ω , радиуса R , длиной L (рис 1).

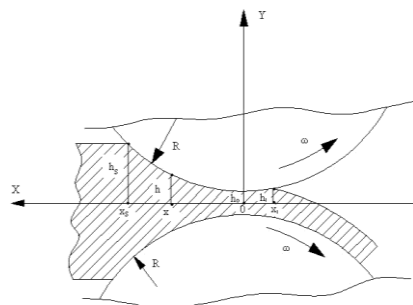


Рис.1 Схема раскатки теста между вращающимися валками

Условные обозначения: μ , m – реологические константы материала; h_0 – зазор между валками; h_1 , h – половина зазора на выходе материала и переменного зазора; x_1 , x – соответствующие абсциссы; x_s – абсцисса, характеризующая количество загруженного материала; H_s – толщина пласта; Δh – относительное обжатие теста в зазоре валков; P_{\max} – удельное давление теста на валок; P – распорное усилие между валками; M – крутящий момент; $N_{\text{пол}}$ – полезная мощность.

. Обозначим через $U(x, y)$ – составляющую скорости вдоль оси OX , через V – составляющую скорости вдоль оси OY , через P – давление. Общая задача гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости сводится к решению системы дифференциальных уравнений, в которую входят: уравнение неразрывности, уравнение движения, уравнение энергии, реологическое уравнение.

Введем следующие допущения: процесс установившийся, изотермический, материал несжимаем и прилипает к поверхности валков. Если сделать обычные предположения, упрощающие задачу $U \gg V$, $\frac{\partial U}{\partial x} \ll \frac{\partial U}{\partial y}$ и пренебречь инерционными членами по сравнению с вязкими, то основные уравнения примут вид:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{dP}{dx}, \quad (2)$$

$$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|^{m-1}, \quad (3)$$

Последнее уравнение представляет модульную запись степенного закона Оствальда, в котором знак касательных напряжений соответствует знаку скоростей сдвига.

Записанная система уравнений решается при следующих граничных условиях:

- при $y = 0$, $V = 0$, $\frac{\partial U}{\partial y} = 0$; (симметрия потока);
- при $y = h$, $U = \omega \cdot R$; (условия прилипания материала на валки);
- при $x = x_1$, $P = 0$;
- при $x = x_s$, $P = 0$.

Используя вышеуказанные допущения, уравнение движения можно записать в следующем виде:

$$\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^m = \frac{dP}{dX} \quad (4)$$

После интегрирования уравнения 4, с учетом граничных условий, получим уравнение скорости в любой точке потока:

$$U = \frac{m}{m+1} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dX} \right)^{1/m} \left(Y^{\frac{m+1}{m}} - h^{\frac{m+1}{m}} \right) - \omega R \quad (5)$$

Считаем, что процесс обработки заканчивается там, где:

$$\frac{dP}{dX} \Big|_{X=-X_s} = 0 \quad (6)$$

Тогда расход на выходе равен:

$$Q = \int_{-h_1}^{+h_2} U \cdot dy = \omega \cdot R \cdot h_2 \quad (7)$$

Вследствие несжимаемости потока расход в любом сечении одинаков:

$$Q = - \int_{-h}^{+h} \left[\frac{m}{m+1} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dX} \right)^{1/m} \cdot \left(y^{\frac{m+1}{m}} - h^{\frac{m+1}{m}} \right) - \omega \cdot R \right] dy \quad (8)$$

После интегрирования получаем:

$$Q = \frac{m}{2m+1} \left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dP}{dX} \right)^{1/m} \cdot h^{\frac{2m+1}{m}} + \omega \cdot R \cdot h \quad (9)$$

Решая совместно выражения (7) и (9), находим градиент давления $\frac{\partial P}{\partial x}$:

$$\frac{dP}{dX} = \mu \cdot \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \cdot \omega^m \cdot R^m \cdot \frac{(h_1 - h) \cdot |h_1 - h|^{m-1}}{h^{2m+1}} \quad (10)$$

Производя интегрирование (10) в пределах от $-X_1$ до $+X_1$ (т.е. по длине зоны контакта материала с валком), получим выражение для удельного давления материала на валок:

$$P_{\max} = \mu \cdot \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \cdot \omega^m \cdot R^m \cdot \int_{-X_1}^{+X_1} \frac{(h_1 - h) \cdot |h_1 - h|^{m-1}}{h^{2m+1}} dx \quad \text{н/м}^2 \quad (11)$$

Интегрирование уравнения 3.10 в пределах от $-X_1$ до X_s дает выражение для распорного усилия:

$$P = \mu \cdot \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \cdot \omega^m \cdot R^m \cdot \int_{-X_1}^{X_s} \int_{-X_1}^{+X} \frac{(h_1 - h) \cdot |h_1 - h|^{m-1}}{h^{2m+1}} dx \cdot dx \quad \text{н} \quad (12)$$

Напряжение от сил вязкости трения, определяемое из уравнения 3.4. при $y = h$ будет:

$$\tau = \frac{dP}{dX} \cdot h \quad \text{н/м}^2 \quad (13)$$

Сила трения, приходящаяся на единицу длины валка:

$$F = \int_{-X_1}^{X_s} \left| \frac{dP}{dX} \right| \cdot h \cdot dx \quad \text{н} \quad (14)$$

Суммарный полезный момент сопротивления:

$$M_{\text{пол}} = \mu \cdot \left(\frac{2m+1}{m} \right)^m \cdot \omega^m \cdot R^m \cdot L \cdot \int_{-X_1}^{X_s} \frac{(h_1 - h) \cdot |h_1 - h|^{m-1}}{h^{2m+1}} dx \quad \text{н*м} \quad (15)$$

Полезная мощность:

$$N_{пол} = M_{пол} * \omega, \text{ Вт} \quad (16)$$

Аналогичные выражения для процесса каландрования пластических масс, подчиняющихся степенному закону, были получены в работах Н.В. Розе, В.Н. Красовского, Р.Г. Мирзоева [5].

Предложенные зависимости и полученные нами экспериментальные данные подтвердили теоретические выводы о характере изменения энергосиловых параметров процесса обработки слоеного теста, как псевдопластичного материала, от технологических и механических факторов.

Расхождения между величинами P и P_{max} , рассчитанных по уравнениям 11 и 12 от экспериментальных значений составляет 15 %, а между величинами $N_{пол}$, рассчитанных по уравнению 16, составляет 18 %.

Предложена методика расчета энергосиловых параметров процесса раскатки теста в зазоре между валками, которая заключается в следующем [6]:

1. Устанавливают конструктивные параметры валковой машины: – радиус валков, длину валков, диапазон угловых скоростей валков.

2. Определяют реологические μ , m при соответствующих температурах константы обрабатываемого материала

3. В соответствии с технологическим регламентом устанавливают зазор между валками, угловую скорость валков, величину загрузки обрабатываемого материала.

4 Определяют производительность тестораскаточной машины Q .

5 Определяют силовые и энергетические параметры процесса раскатки:

5.1 По номограмме 1, рис.2 определяют величину A

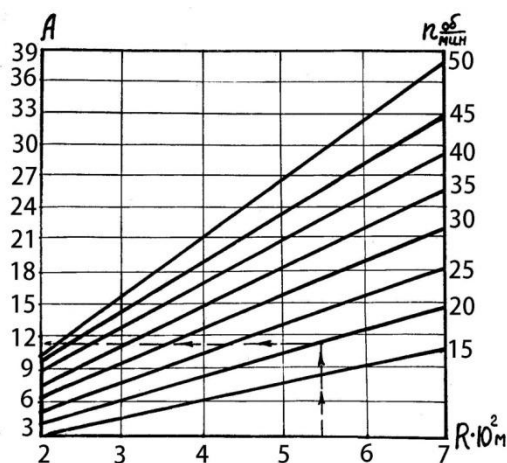


Рис.2 Номограмма 1. для определения величины A

5.2 Находят численные значения величины A^m по таблице 1

Таблица 1

Численные значения величины A^m

A=w·R	m							
	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,75
3,14	1,12	1,26	1,33	1,41	1,52	1,77	1,99	2,36
4,18	1,15	1,33	1,43	1,54	1,77	2,04	2,36	2,92
4,71	1,16	1,36	1,47	1,59	1,86	2,17	2,53	3,20
5,23	1,18	1,40	1,51	1,64	1,94	2,29	2,70	3,46
6,28	1,20	1,44	1,58	1,74	2,08	2,51	3,01	3,90
7,32	1,22	1,49	1,65	1,82	2,22	2,71	3,30	4,45
7,85	1,23	1,51	1,67	1,85	2,28	2,80	3,44	4,69
8,63	1,24	1,54	1,71	1,90	2,37	2,94	3,64	5,03
9,42	1,25	1,57	1,75	1,96	2,45	3,07	3,84	5,38
10,46	1,26	1,60	1,80	2,02	2,56	3,24	4,09	5,82
10,99	1,27	1,62	1,82	2,05	2,61	3,32	4,22	6,04
11,51	1,28	1,63	1,84	2,08	2,66	3,39	4,33	6,25
14,39	1,30	1,70	1,95	2,22	2,91	3,79	4,95	7,39
14,65	1,31	1,71	1,96	2,24	2,93	3,83	5,01	7,49
15,70	1,32	1,73	1,99	2,28	3,01	3,96	5,22	7,88
17,27	1,33	1,76	2,04	2,35	3,12	4,16	5,53	8,47
18,31	1,34	1,79	2,07	2,39	3,20	4,28	5,72	8,85
20,15	1,35	1,82	2,12	2,46	3,32	4,49	6,06	9,51

21,98	1,36	1,85	2,16	2,53	3,44	4,68	6,38	10,15
25,64	1,38	1,91	2,25	2,65	3,66	6,06	7,04	11,40
28,73	1,40	1,95	2,32	2,74	3,83	5,30	7,51	12,42
36,63	1,43	2,05	2,46	2,94	4,22	6,05	8,68	14,89

5.3 По номограмме 2, рис.3 находят численные значения величины В

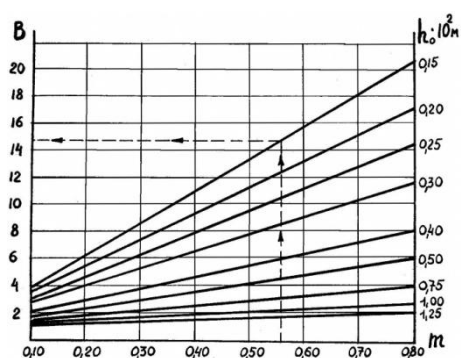


Рис.3. Номограмма 2. для определения величины В

5.4 Рассчитывают параметр К по уравнению:

$$K = \omega^m * R^m * \mu * B * \sqrt{2R} , \quad (17)$$

5.5 При известном значении m по таблице 2 определяют величины:

$$\frac{P_{\max}}{K}, \frac{P}{K * L * \sqrt{2 * R * h_0}}, \frac{F}{K * L * h_0}$$

и рассчитывают соответственно P_{\max} , P и F .

Таблица 2

Численные значения силовых и энергетических параметров

s/Но	Формулы для расчета	Значения m										
		,10	,15	,20	,25	,30	,35	,40	,45	,55	,65	,75
0-10	P_{\max}/k	,727	,656	,592	,590	,535	,484	,438	,360	,296	,245	,203
	$P / (k \cdot l \cdot \sqrt{2Rh_0})$,045	,929	,829	,743	,669	,604	,549	,500	,419	,356	,307
	$F / (k \cdot l \cdot h_0)$,877	,381	,961	,606	,309	,048	,827	,634	,325	,091	,909
0-20	P_{\max}/k	,759	,687	,623	,566	,513	,467	,424	,386	,321	,267	,223
	$P / (k \cdot l \cdot \sqrt{2Rh_0})$,269	,143	,033	,938	,855	,784	,726	,674	,622		
	$F / (k \cdot l \cdot h_0)$,153	,581	,095	,695	,329	,039	,809	,642	,465		

6. Определяют полезный момент сопротивления и полезную мощность по уравнениям:

$$M_{\text{пол.}} = F * R * L \quad \text{н * м,} \quad (18)$$

$$N_{\text{пол.}} = M * \omega \quad \text{Вт,} \quad (19)$$

Данные для расчета охватывают большой диапазон типоразмеров валковых машин, а также учитывают различные режимы обработки и реологические свойства обрабатываемого теста. Методика расчета была использована НПО «Уран» для разработки малогабаритной тестораскаточной машины МРТ-10. предназначенной для производства хлебобулочных и мучных кондитерских изделий из различных видов теста (дрожжевого, бездрожжевого, песочного, слоеного) на малых предприятиях.

Список литературы

1. Арет В.А., Мачихин Ю.А. Формование конфетных масс выдавливанием. - М.: МТИПП, 1969. - 35 с.

2. Андреев А.Н. Выбор реологической модели пресного слоеного теста // Проблемы оборудования в торговле и общественном питании: Внутривуз. Сб. научн. тр. - Л.: ЛИСТ, 1976, вып. 58. С.5-8

3. Арет В.А., Николаев Б.Л., Забровский Г.П., Николаев Л.К. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов. СПб.: СПбГУНиПТ, 2006. – 435 с.

4. Мирзоев Р. Г., Красовский В. Н. Современные теории каландрирования полимерных материалов.- Сб. Машины и технология переработки полимеров - Л.:, 1967, С.11-24.

5. Розе Н.В., Красовский В. Н., Мирзоев Р. Г. Теория процессов каландрирования полимерных материалов, подчиняющихся степенному закону течения. Сб. “Машины и технология переработки полимеров”. - ЛТИ, 1967, С. 26-32.

6. Андреев А.Н. Расчет энергосиловых параметров процесса раскатки теста на валковой машине.// Вопросы торгово-технологического оборудования: Внутривуз. Сб. науч. тр. - Л.: ЛИСТ, 1975, вып. 50. С. 4-7

